Chapitre 8

Optique géométrique

Exercice 1 $\boxed{\textbf{Réflexion totale}}$

1. La deuxième loi de Descartes en A s'écrit

$$1\sin 45° = n_1 \sin\alpha \quad \text{donc} \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{\sin 45°}{n_1}\right) = 28°$$

Les faces délimitant la feuille de verre étant parallèles, La deuxième loi de Descartes en B s'écrit

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin\beta \quad \text{donc} \quad \beta = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin i_1}{n_2}\right) = 32°$$

2. Par transitivité de l'égalité, $1\sin i = n_2 \sin\beta$.
3. Dans le triangle rectangle délimité par les deux bords du rectangle et le rayon (AC), la somme des angles vaut 180°, donc l'angle d'incidence en C vaut $i_2 = 90° - \beta = 58°$. Soit γ l'éventuel angle d'émergence à la sortie de l'aquarium dans l'air. En utilisant le résultat de la deuxième question, on peut écrire directement

$$n_2 \sin i_2 = 1\sin\gamma \quad \text{soit} \quad \sin\gamma = 1,33\sin 58° = 1,1 > 1$$

donc γ n'est pas défini et le rayon ne ressort pas.

4. Plaçons-nous à la limite de la réfraction : $\gamma = 90°$. En remontant la chaîne des relations :

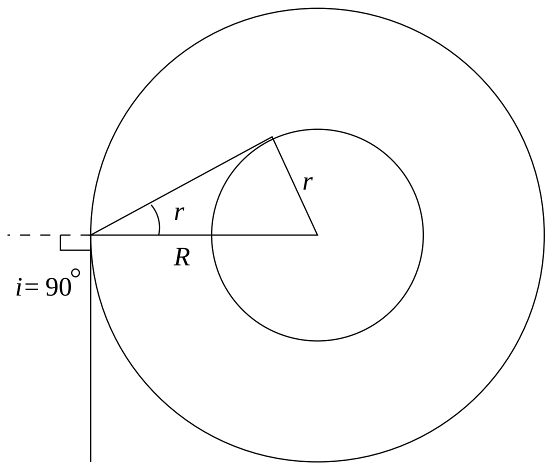
$$\begin{cases} \sin\gamma = 1,33\sin i_2 \\ \beta = 90° - i_2 \\ \sin i = 1,33\sin\beta \end{cases} \quad \text{donc} \quad \sin i = 1,33\cos i_2 = 1,33\sqrt{1-\sin^2 i_2}$$

$$\text{soit} \quad \sin i = 1,33\sqrt{1-\frac{1}{1,33^2}} = \sqrt{1,33^2-1} = 0,877$$

donc $i_{\text{lim}} = 61,3°$.

Exercice 2 $\boxed{\textbf{Thermomètre à mercure}}$

Dans la situation limite donnée par l'énoncé, le rayon arrivant sous incidence normale est réfracté tangentiellement au cercle de rayon r. Or la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon.



On a donc $\sin i = \frac{r}{R}$ mais d'après la loi de Descartes $1 \sin 90° = n \sin i$. On en déduit que $n = \frac{R}{r}$. Si $r > \frac{R}{n}$, le rayon limite est arrêté par le mercure et aucun rayon ne peut traverser, le cylindre semble être en mercure.

Exercice 3 $\boxed{\textbf{Étude du prisme}}$

1. L'angle de déviation est la somme des angles de déviation consécutifs : à la k-ième réflexion ou réfraction, l'angle orienté entre la normale N et le rayon incident I_k est i_k, celui entre la normale N et le rayon émergent R_k et r_k. L'angle de déviation est donc

$$D_k = (I_k, R_k) = (I_k, N) + (N, R_k) = (N, R_k) - (N, I_k) = r_k - i_k$$

On en déduit que l'angle de déviation total est $D = \sum_k D_k = \sum_k r_k - i_k$ (angles orientés).

2. Dans le triangle (A, I, I'), la somme des angles vaut π radians donc

$$A + (frac\pi 2 - r) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi \quad \text{soit} \quad A = r + r'$$

Les lois de Descartes en I et en I' s'écrivent $\sin i = n \sin r$ et $n \sin r' = \sin i'$.

3. En angles non orientés, le résultat de la première question donne $D = (i - r) + (i' - r')$.

4. D'après les lois Descartes, si $i = i'$ alors $r = r'$. On en déduit

$$\left\{ \begin{array}{l} A = r + r' = 2r \\ D_m = i + i' - A = 2i - A \end{array} \right. \qquad \text{donc} \qquad \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{A}{2} \\ i = \frac{D_m + A}{2} \end{array} \right.$$

En remplaçant dans la loi de Descartes, on en déduit que

$$\sin \frac{D_m + A}{2} = n \sin \frac{A}{2} \quad \text{soit} \quad n = \frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

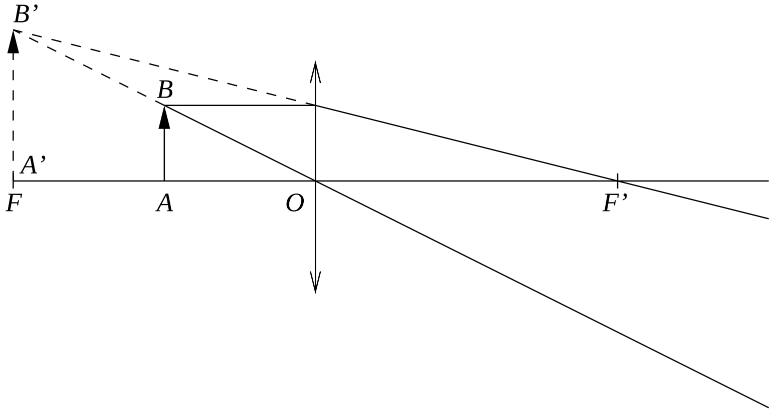
5. La grande précision sur l'angle donne la grande précision sur n.

Exercice 4 **Images, objets réels, virtuels**

1. $\overline{OA} = -\frac{f'}{2}$ (l'objet est réel) donc

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = -\frac{2}{f'} + \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f'} < 0$$

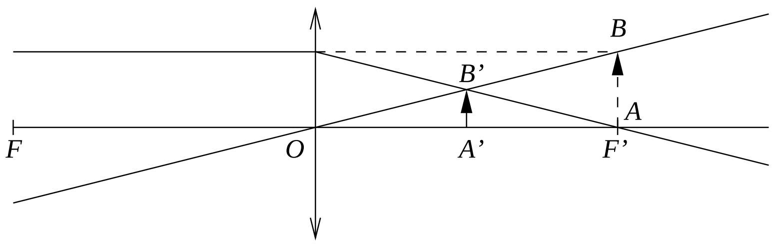
donc $\overline{OA'} < 0$ et l'image est virtuelle.



2. $\overline{OA} = f'$ (l'objet est virtuel) donc

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f'} = \frac{2}{f'} > 0$$

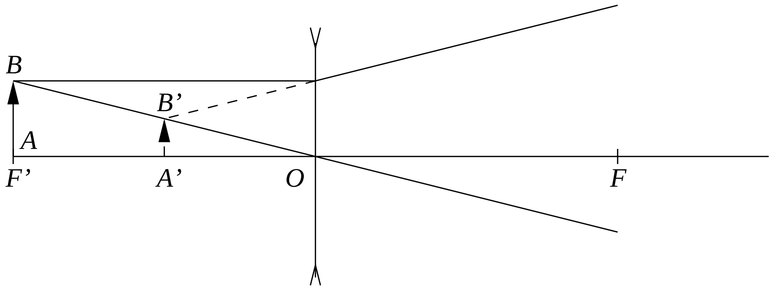
donc $\overline{OA'} > 0$ et l'image est réelle.



3. $\overline{OA} = f'$ (l'objet est réel) donc

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f'} = \frac{2}{f'} < 0$$

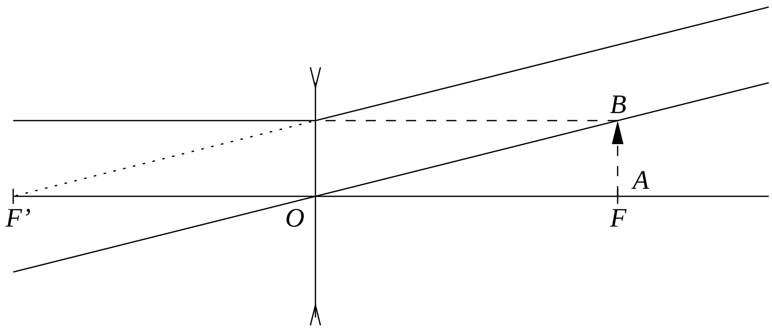
donc $\overline{OA'} < 0$ et l'image est virtuelle.



4. $\overline{OA} = -f'$ (l'objet est virtuel) donc

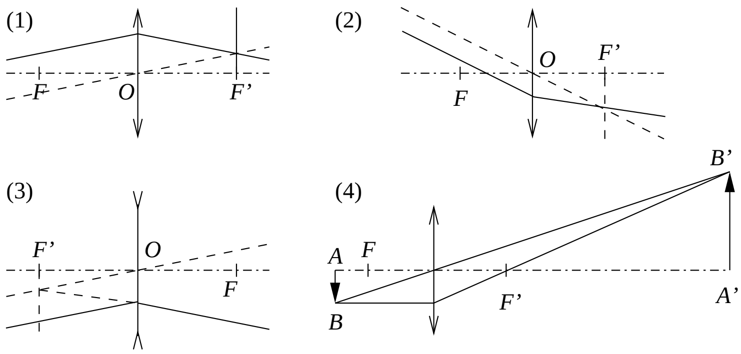
$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f'} + \frac{1}{f'} = 0$$

donc $\overline{OA'} = \infty$, l'image est à l'infini.


B
A
F'
O
F

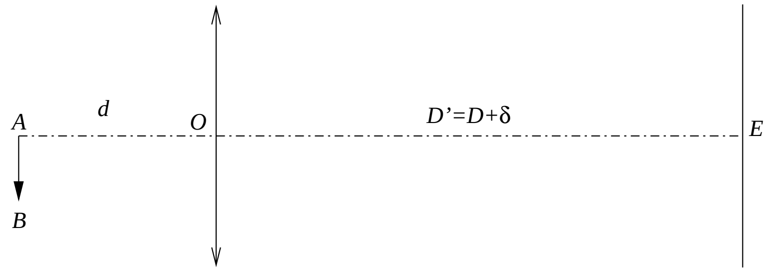
Exercice 5 $\boxed{\textbf{Constructions}}$

1. Le rayon converge vers F'_1, intersection du parallèle passant par O non dévié et du plan focal image.
2. F' est l'intersection du rayon avec le parallèle passant par O non dévié.
3. Le rayon diverge depuis F'_1, intersection du parallèle passant par O non dévié et du plan focal image. F est le symétrique de F' par rapport à O.
4. O est l'intersection de $A'B'$ avec l'axe. Le rayon partant de B parallèle à l'axe converge, après traversée de la lentille, vers B' et coupe l'axe en F'. F est le symétrique de F' par rapport à O.



Exercice 6 **Rétroprojecteur**

1. On opère la symétrie de l'ensemble {objet,lentille} par rapport au miroir.



On a donc $D' = D + \delta$ et $d' = d$.

2. La distance entre l'objet et l'écran est $D' + d' = D + \delta + d$. D'après le cours, l'image ne peut être nette que si

$$D + \delta + d > 4f' \quad \text{soit} \quad D > 4f' - \delta - d = 1,15 \text{ m}$$

3. Par application de la première formule de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{D+\delta} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'} \quad \text{donc} \quad f' = \frac{1}{\frac{1}{D+\delta} - \frac{1}{-d}} = 38 \text{ cm}$$

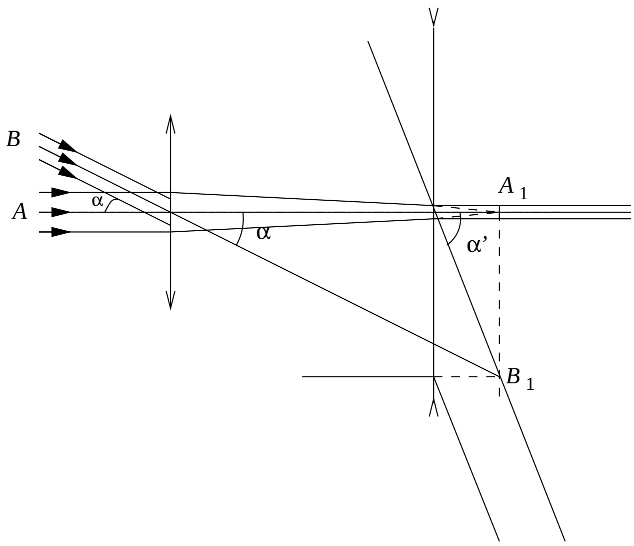
4. Par application de la première formule de conjugaison de Descartes :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{D+\delta}{-d} \quad \text{donc} \quad \overline{A'B'} = \overline{AB} \cdot \frac{D+\delta}{-d} = -3,11 \text{ m}$$

Il y a une double inversion : celle due au miroir et celle due à la lentille convergente (signe - devant 3,11) : l'image est donc non inversée, ce qui permet à l'orateur de lire son document sur le plateau du vidéoprojecteur sans avoir besoin de tourner la tête vers l'écran.

Exercice 7 $\boxed{\textbf{Lunette astronomique}}$

1. A_1 et B_1 sont dans le plan focal image de L_1, $A_1 = F_1'$ et B_1 est l'intersection du plan focal avec le rayon passant par O_1 non dévié.



2. A_1 et B_1 étant dans le plan focal image de L_1, ils sont dans le plan focal objet de L_2, donc les rayons qui pointent vers A_1 ressortent parallèles à l'axe, ceux qui pointent vers B_1 ressortent parallèles à celui qui passe par O_2 non dévié.
3. Le système optique n'a pas de foyer.
4. Sur la figure, on voit que

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1F_1'} = \frac{A_1B_1}{f_1'} \quad \text{et} \quad \tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2'} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \quad \text{donc} \quad G = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha} = \frac{f_1'}{-f_2'} = 5$$

5. À l'œil nu, $\alpha = 0,67 \cdot 10^{-4}\text{rad} < \alpha_0$, donc on ne distingue pa les anneaux ; avec la lunette, $\alpha' = G\alpha = 3,33 \cdot 10^{-4}\text{rad} > \alpha_0$ donc on les distingue.