Avant-Propos

La construction parasismique est une préoccupation récente dans les pays modérément exposés aux tremblements de terre comme en Suisse ou en France, par exemple. Liée à l'introduction imminente de l'Eurocode 8, son application généralisée nécessite pourtant un complément de formation des ingénieurs en génie civil.

Les séismes sollicitent les structures d'une manière très particulière, bien différente de celle des actions habituelles comme le poids propre ou le vent, par exemple. La compréhension des spécificités du comportement sismique des structures est donc un préalable incontournable pour projeter et réaliser des constructions sûres face aux séismes. Par ailleurs, il est également indispensable de bien saisir en quoi les méthodes de dimensionnement traditionnelles ne sont pas adaptées et pourquoi des méthodes spécifiques, comme le dimensionnement en capacité, sont nécessaires. Pour ces raisons, ce livre est divisé en deux parties :

Partie A : Analyse sismique des structures
Partie B : Dimensionnement sismique

La première partie regroupe les bases théoriques de la dynamique des structures et la deuxième partie a pour objectif d'introduire et d'expliquer le dimensionnement en capacité, la méthode moderne de dimensionnement sismique. L'ouvrage est illustré par de nombreux exemples numériques et l'application du dimensionnement en capacité est traité en détail pour le cas favorable des voiles ductiles en béton armé.

Le livre s'adresse aux spécialistes des structures, en premier lieu aux étudiants en génie civil. Par conséquent, des connaissances de base de mécanique des structures et de dimensionnement sont requises. Les ingénieurs de la pratique trouveront également les bases et les explications nécessaires à l'application des prescriptions sismiques les plus récentes.

Remerciements

L'exemple du bâtiment en béton armé a été proposé par Philipp Truffer, ingénieur à Viège (canton du Valais en Suisse) qui a aimablement fourni les informations de base. Jürg Hegner du bureau Résonance SA à Genève a effectué le dimensionnement de cet exemple. Mathias Malquarti et Sarra Fatma Ben Haouala, étudiants de la Section de Génie Civil (SGC) de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) ont assuré une relecture attentive. L'auteur tient également à remercier Jean-Louis Guignard pour sa contribution aux illustrations.

CHAPITRE I

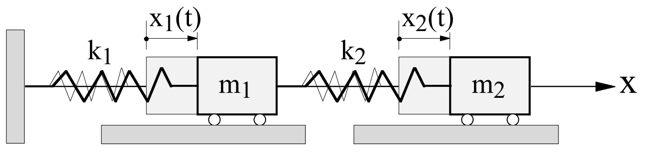
INTRODUCTION

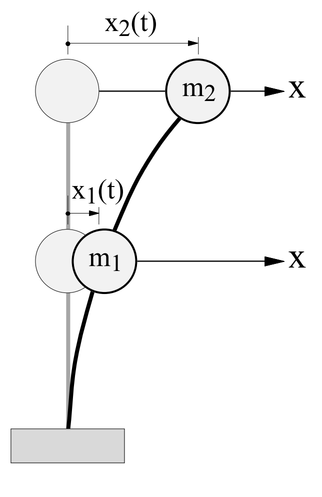
1. DÉFINITIONS

Dans le contexte de la mécanique des structures, la dynamique est la branche qui concerne l'étude des oscillations des structures soumises à diverses sollicitations en général et aux séismes en particulier. En bref, par rapport à la statique familière aux ingénieurs, la dynamique fait intervenir un paramètre supplémentaire: le temps. Les bases théoriques de la dynamique proviennent de la physique générale. Par conséquent, il s'agit d'une matière plutôt théorique dont les développements requièrent quelques notions mathématiques, de calcul matriciel en particulier pour traiter les systèmes à plus d'un degré de liberté.

1.1 DEGRÉS DE LIBERTÉ

Le nombre de degrés de liberté est défini comme étant le nombre minimum de coordonnées permettant de décrire les oscillations de la structure considérée. Généralement, les structures peuvent être modélisées en considérant que les masses sont concentrées dans quelques éléments particuliers, comme les dalles d'étage des bâtiments, par exemple. Dans ce cas, le nombre de degrés de liberté par direction principale est égal au nombre d'étages. En effet, la connaissance des déplacements horizontaux de chaque étage permet de décrire les oscillations du bâtiment. Par conséquent, sur la figure ci-dessous, les deux structures possèdent deux degrés de liberté :





Les déplacements horizontaux des deux masses sont repérés par les coordonnées x_1 et x_2. Le système de coordonnées est le système usuel avec l'axe x horizontal dirigé positivement de gauche à droite.

2. PARAMÈTRES ET HYPOTHÈSES

2.1 MASSE

Dynamiquement, les masses engendrent des forces d'inertie qui font osciller la structure. Selon la figure ci-dessus, elles peuvent habituellement être considérées de manière ponctuelle. Dans le cas où la masse est répartie plus uniformément, le recours au concept d'oscillateur généralisé permet de simplifier l'analyse à un oscillateur simple équivalent en choisissant une forme de déformée de la structure correspondant à sa forme propre fondamentale. Une alternative consiste à subdiviser artificiellement la structure et à concentrer les masses de chaque subdivision au milieu du segment.

2.2 RIGIDITÉ

La rigidité est associée aux forces de rappel exercées sur les masses par les éléments stabilisateurs d'une structure en fonction des déplacements de celle-ci. Dans le cas linéaire, ces forces sont directement proportionnelles aux déplacements. La constante de proportionnalité est la rigidité horizontale (k). Conformément à la figure ci-dessus (à gauche), la rigidité est habituellement représentée schématiquement par des ressorts. Remarquons que les ressorts sont admis sans masse.

2.3 AMORTISSEMENT

L'amortissement regroupe les phénomènes qui atténuent l'amplitude des oscillations au cours du mouvement. Bien que son essence réelle soit beaucoup plus complexe, l'amortissement est habituellement grossièrement représenté par un amortissement de type visqueux. L'intensité de la force correspondante est alors proportionnelle à la vitesse. Cette modélisation est en fait essentiellement justifiée par les avantages analytiques (simplicité de formulation et de résolution) qu'elle procure.

2.4 UNITÉS

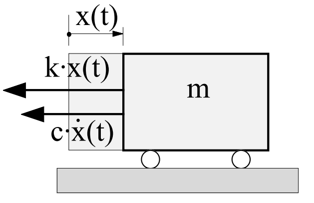
En dynamique, il faut faire très attention aux unités utilisées. En effet, la fréquence dépend de la racine carrée du rapport de la rigidité par la masse (c.f. chapitre suivant). Pour obtenir la bonne unité de la fréquence [s^{-1}], il est recommandé d'exprimer systématiquement la rigidité en [N/m] et la masse en [kg].

3. EQUATION DU MOUVEMENT

Conformément aux principes de base de la dynamique, l'équation du mouvement est directement déduite de la deuxième loi de Newton.

3.1 LOI DE NEWTON

La deuxième loi de Newton relie les forces extérieures agissant sur un corps à la variation de la quantité de mouvement de celui-ci :

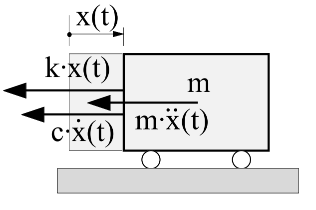


$$\sum F_{ext} = m \cdot \ddot{x} \qquad \sum F_{ext} = \frac{d(m \cdot \dot{x})}{dt} \qquad (1.1)$$

F_{ext} : forces extérieures
m : masse
$\dot{x}$, $\ddot{x}$: vitesse, accélération

3.2 PRINCIPE DE D'ALEMBERT

Le principe de d'Alembert permet une formulation alternative de l'équation du mouvement en exprimant un équilibre dynamique par analogie à l'expression habituelle de la statique. Il faut alors considérer une force d'inertie (opposée au mouvement, i.e. dirigée vers la direction négative de l'axe x) en plus des forces extérieures. L'équation du mouvement s'exprime :



$$\sum F_{ext} - m \cdot \ddot{x} = 0 \qquad (1.2)$$

Evidemment, les équations (1.1) et (1.2) conduisent à la même formulation de l'équation du mouvement. Dans ce livre, c'est l'expression selon la loi de Newton (équation (1.1)) qui est utilisée.

4. NOTATIONS

4.1 CONVENTIONS

Visuellement, les expressions mathématiques changent passablement en fonction des options adoptées pour les écrire. Ces différences peuvent être source de troubles et de difficultés d'assimilation. Ce livre utilise des notations mathématiques habituelles. Ces notions sont regroupées ci-dessous pour offrir une vue d'ensemble des options adoptées.

Dérivée par rapport au temps

La dérivée par rapport au temps est désignée par un point ("·") au-dessus de la variable considérée. Ainsi :

$\dot{x}$ dénote la vitesse ou la dérivée du déplacement par rapport au temps.
$\ddot{x}$ dénote l'accélération (double dérivée du déplacement par rapport au temps)

Matrices et vecteurs

Les matrices et les vecteurs sont désignés par un trait ("_") au-dessous de la variable considérée. Pour les différencier, les matrices sont notées en majuscule et les vecteurs en minuscule. Les vecteurs (ligne ou colonne d'éléments) associés à une matrice sont repérés avec un indice ajouté à la matrice. De même, un élément d'une matrice ou d'un vecteur est repéré par un indice et noté en minuscule. La transposée d'une matrice est désignée par un "T" en exposant. Ainsi :

$\underline{M}$ dénote la matrice des masses
$\underline{x}$ dénote le vecteur des déplacements
$\underline{A}_n$ dénote les vecteurs propres de la matrice des vecteurs modaux ($\underline{A}$).
m_n dénote la masse d'étage
$\underline{A}^T$ dénote la transposée de la matrice des vecteurs modaux
$|\underline{B}|$ dénote le déterminant de la matrice $\underline{B}$

4.2 MAJUSCULES LATINES

A	amplitude, aire
$\underline{A}$	matrice des vecteurs modaux
$\underline{A}_n$	vecteurs propres
$\underline{C}$	matrice d'amortissement
$\underline{C}^*$	matrice d'amortissement généralisé
E	module d'élasticité
F_{ext}	forces extérieures
F_d	force de remplacement
F_j	forces d'étage fictives
F_0	amplitude de la force perturbatrice harmonique
H	hauteur
I	inertie

$\underline{K}$	matrice de rigidité
$\underline{K}^*$	matrice de rigidité généralisée
K_e	rigidité sécante
K_0	rigidité initiale
$\underline{M}$	matrice des masses
$\underline{M}^*$	matrice des masses généralisées
M_{tot}	masse totale
R	facteur de réduction de résistance
R_d	facteur d'amplification dynamique
S	facteur de sol
S_a	spectre de réponse (élastique) de l'accélération
S_e	spectre de réponse (élastique) de la pseudo-accélération
S_d	spectre de dimensionnement
S_{pv}	spectre de réponse (élastique) de la pseudo-vitesse
S_u	spectre de réponse (élastique) du déplacement relatif
T_B	période délimitant la position du plateau du spectre de réponse
T_C	période délimitant la position du plateau du spectre de réponse
T_D	pseudo-période; période du début du déplacement spectral constant
T_n	période propre ou période fondamentale
V_0	vitesse initiale
X_0	déplacement initial

4.3 MINUSCULES LATINES

a_{gd}	valeur de calcul de l'accélération du sol
c	constante d'amortissement
$\underline{e}_x$	vecteur direction
f_D	pseudo-fréquence
fe	fréquence propre équivalente
f_n	fréquence propre ou fréquence fondamentale
f_S	force de réaction
f_0	fréquence propre initiale
g	accélération de la pesanteur
h	hauteur d'étage
k	rigidité
m	masse
m_j	masse d'étage
m_{mod}	masse modale
q	coefficient de comportement
r	fraction de la rigidité initiale
t	temps
t_i	instant
r_n	facteur de participation
t_r	temps de chargement
$\underline{x}$	vecteur des déplacements (relatifs)
x_a	déplacement absolu
x_e	déplacement élastique

x_h	solution homogène
x_j	déplacement d'étage
x_g	déplacement du support (de la fondation)
$\ddot{x}_g$	accélération du sol (séisme)
x_N	déplacement au sommet
x_p	solution particulière
$\underline{z}$	coordonnées modales

4.4 MAJUSCULES GRECQUES

Δ	décrément logarithmique
Δt	incrément de temps

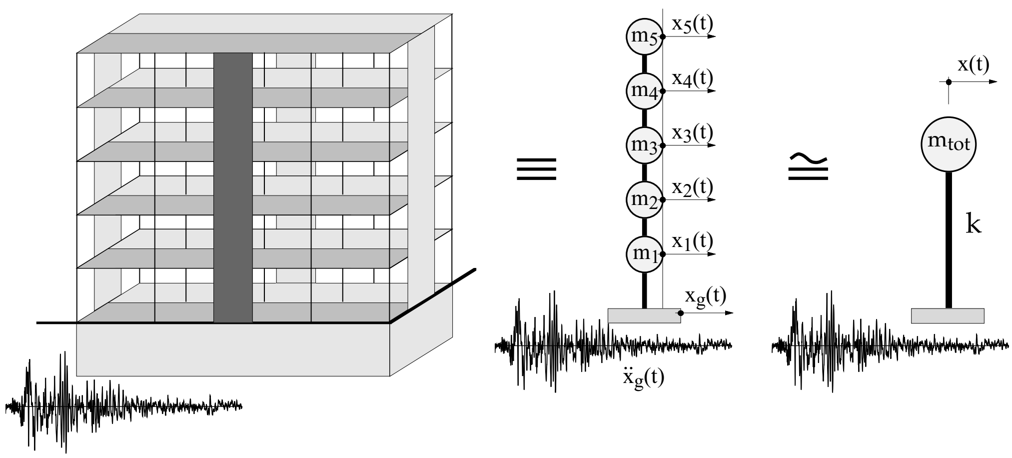
4.5 MINUSCULES GRECQUES

α	paramètre du modèle Takeda pour définir la dégradation de rigidité
β	paramètre du modèle Takeda pour définir la recharge
γ	paramètre du modèle γ
γ_f	facteur d'importance
δ_{stat}	déplacement statique
ϕ	angle de phase
η	coefficient correctif du spectre de réponse pour l'amortissement
λ	coefficient de correction (masse, méthode des forces de remplacement)
μ_Δ	ductilité en déplacement
τ	temps
ω	pulsation de la force perturbatrice harmonique
ω_D	pseudo-pulsation ou pulsation amortie
ω_n	pulsation propre ou fréquence circulaire
ζ	coefficient d'amortissement
ζ_e	coefficient d'amortissement équivalent

CHAPITRE II

SYSTÈMES À UN DEGRÉ DE LIBERTÉ

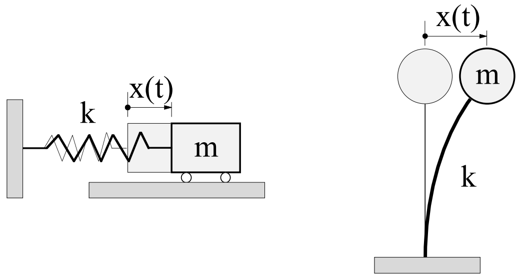
Les systèmes à un degré de liberté ou oscillateurs simples sont fréquemment utilisés en génie parasismique car ils permettent d'ausculter de manière rationnelle le comportement sismique des structures. Ils représentent une modélisation radicale qui n'est formellement correcte que dans le cas de structures particulières comme les ponts-poutres, par exemple, où le tablier rigide concentre l'essentiel de la masse, les piles assurant la stabilisation horizontale. Cette modélisation est également bien adaptée au cas de bâtiments réguliers qui oscillent principalement selon leur mode fondamental :



Le comportement linéaire n'est pas vraiment représentatif du comportement sismique. Son intérêt réside surtout dans la compréhension des phénomènes vibratoires et dans la résolution aisée de l'équation du mouvement qui lui est associée.

1. OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

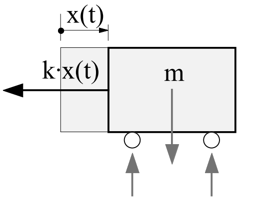
Les oscillations libres non amorties concernent les systèmes dans lesquels les vibrations ne s'atténuent pas au cours du temps :



$x(t)$	déplacement
k	rigidité
m	masse
$\omega_n=\sqrt{(k/m)}$	fréquence circulaire
$f_n=\omega_n/2\pi$	fréquence propre

1.1 EQUATION DIFFÉRENTIELLE

En l'absence d'amortissement, seule la force exercée par le ressort intervient pour les oscillations considérées (horizontales). Cette force est systématiquement dirigée vers la position de repos. Dans le système de coordonnées adopté, pour un déplacement (x(t)) positif, elle s'oppose au mouvement de la masse (elle a donc un signe négatif).



Conformément à la deuxième loi de Newton, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\sum F = -k \cdot x = m \cdot \ddot{x} \qquad \text{ou bien :} \qquad m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0 \tag{2.1}$$

m, k : masse, rigidité
x, $\ddot{x}$: déplacement, accélération

après division par m, et en posant $\omega_n = \sqrt{k/m}$, on obtient l'expression épurée :

$$\ddot{x} + \omega_n^2 \cdot x = 0 \tag{2.2}$$

1.2 PARAMÈTRES

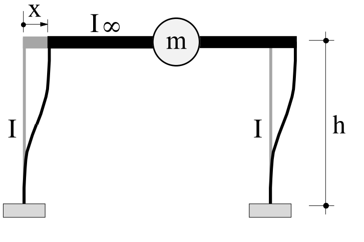
Le paramètre (ω_n) de l'équation (2.2) est nommé pulsation propre ou fréquence circulaire. Son unité est le [rad/s]. Attention, pour obtenir la bonne unité, il faut exprimer k en [N/m] et m en [kg].

La fréquence propre ou fréquence fondamentale (f_n) est définie à partir de ω_n par la relation : $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$. Son unité est le Hertz [Hz] ou [s^{-1}].

La période propre ou période fondamentale (T_n) est définie par la relation : $T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{2\pi}{\omega_n}$. Son unité est la seconde [s].

Exemple : portique bi-encastré avec une traverse infiniment rigide

Caractéristiques dynamiques pour les oscillations horizontales du portique d'un étage en acier ci-contre, considéré comme bi-encastré avec la traverse infiniment rigide.



$I = 77{,}6 \cdot 10^6\ mm^4$
$E = 210$ GPa
$m = 100$ t
$h = 4$ m

rigidité du portique : $k = 2 \cdot \frac{12EI}{h^3} = 2 \cdot \frac{12 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 77{,}6 \cdot 10^{-6}}{4^3} = 6{,}11 \cdot 10^6$ [N/m]

pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{6{,}11 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^3}} = 7{,}82$ [rad/s] fréquence propre : $f_n = \dfrac{\omega_n}{2\pi} = 1{,}24 \ \ [\mathrm{Hz}]$

période propre : $T_n = \dfrac{1}{f_n} = 0{,}80 \ \ [\mathrm{s}]$

1.3 SOLUTION GÉNÉRALE EN FONCTION DES CONDITIONS INITIALES

La solution générale de l'équ. (2.2), s'exprime en fonction des conditions initiales :

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega_n} \cdot \sin\omega_n t + X_0 \cdot \cos\omega_n t \tag{2.3}$$

X_0 : déplacement initial (en t=0)
V_0 : vitesse initiale (en t=0)

Elle peut également être exprimée en utilisant la formulation alternative :

$$x(t) = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2} \cdot \cos\left(\omega_n t - \operatorname{atan}\left(\frac{V_0}{\omega_n \cdot X_0}\right)\right) \tag{2.4}$$

Cette formulation présente l'avantage de donner directement les valeurs maximales du déplacement et de ses différentes dérivées par rapport au temps :

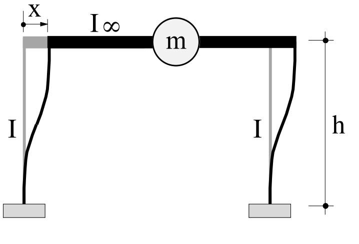
$$\max|x(t)| = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2}$$

$$\max|\dot{x}(t)| = \omega_n \cdot \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2} \qquad \max|\ddot{x}(t)| = \omega_n^2 \cdot \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2}$$

N'étant pas atténué, le déplacement se répète indéfiniment avec une période $T_n = 2\pi/\omega_n$. Notons que l'amplitude des oscillations peut être plus grande que le déplacement initial X_0 (en combinaison avec une vitesse initiale V_0).

Exemple : portique bi-encastré avec une traverse infiniment rigide

Si la traverse admise infiniment rigide du portique de l'exemple précédent est soumise à une vitesse initiale de V_0=2m/s (et aucun déplacement initial X_0=0), le déplacement horizontal maximum qu'elle subit se monte à :

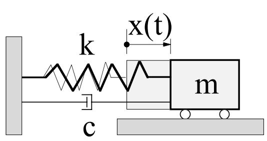


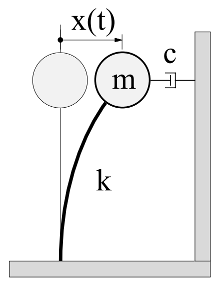
$I = 77{,}6 \cdot 10^6 \ \mathrm{mm}^4$
$E = 210$ GPa
$m = 100$ t
$h = 4$ m

déplacement max : $\max|x(t)| = \dfrac{V_0}{\omega_n} = \dfrac{2{,}0}{7{,}82} = 0{,}256 \ \ [\mathrm{m}]$

2. OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Les oscillations libres amorties concernent les systèmes dans lesquels les vibrations s'atténuent progressivement au cours du temps :

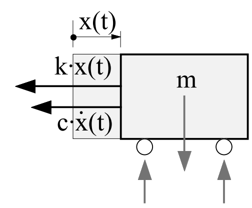




$x(t)$	déplacement
k	rigidité
c	constante d'amortissement
m	masse
$\omega_n=\sqrt{(k/m)}$	fréquence circulaire
$f_n=\omega_n/2\pi$	fréquence propre
$\zeta=c/2m\omega_n$	coefficient d'amortissement

2.1 EQUATION DIFFÉRENTIELLE

En présence d'amortissement, la force exercée par l'amortisseur s'ajoute à celle du ressort pour les oscillations considérées (horizontales). Pour un déplacement (x(t)) positif dans le système de coordonnées adopté, les deux forces s'opposent au mouvement de la masse (elles ont donc un signe négatif).



Conformément à la deuxième loi de Newton, l'équation du mouvement s'écrit :

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0 \qquad (2.5)$$

$x, \dot{x}, \ddot{x}$: déplacement, vitesse, accélération

après division par m, et en posant $\zeta=c/(2m\omega_n)$, on obtient l'expression épurée :

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \cdot \dot{x} + \omega_n^2 \cdot x = 0 \qquad (2.6)$$

dans laquelle apparaît à nouveau la pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{k/m}$

2.2 PARAMÈTRES

Le paramètre (c) de l'équation (2.5) est nommé constante d'amortissement. C'est le paramètre qui décrit la force exercée par l'amortisseur par unité de vitesse. Son unité est [Ns/m]. Le paramètre ($\zeta=c/(2m\omega_n)$) de l'équation (2.6) est nommé coefficient d'amortissement. C'est le paramètre qui décrit la rapidité à laquelle l'amplitude des oscillations va s'atténuer. Il est sans unité [-] et s'exprime habituellement en pour cent [%]. Dans le domaine des structures, le coefficient d'amortissement est généralement compris entre 1% et 15%. En génie parasismique, on utilise habituellement, par convention, une valeur forfaitaire de 5%.

2.3 SOLUTION GÉNÉRALE EN CAS D'AMORTISSEMENT FAIBLE

Selon la valeur de ζ, trois cas d'amortissement différents doivent être distingués :

1) Amortissement faible : $\zeta<1$
2) Amortissement fort : $\zeta>1$
3) Amortissement critique : $\zeta=1$