

Chapitre I

L'ELECTRICITE EN CONTINU. LOIS DE KIRCHHOFF

Prérequis :

Les notions de « courant » et de « tension » (ou différence de potentiel) sont supposées connues ainsi que la loi d'Ohm « $U = R.I$ ».

Objectifs :

Acquisition de vocabulaire. Il convient de lire ce document avec un surligneur pour repérer et mettre en évidence le vocabulaire nouveau.

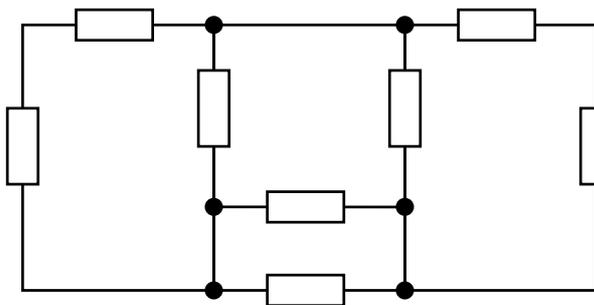
Apprentissage de quelques lois de l'électricité. Les lois et les théorèmes énoncés doivent être connus par cœur le plus rapidement possible. A la fin du chapitre, la rubrique « Ce qu'il faut retenir du chapitre » est destinée à faire le point à ce sujet.

Dans le concret, la mise en œuvres de ces lois est quelquefois difficile. Elle nécessite de la patience, de l'entraînement et une certaine dose d'intuition qu'on peut favoriser avec de la méthode.

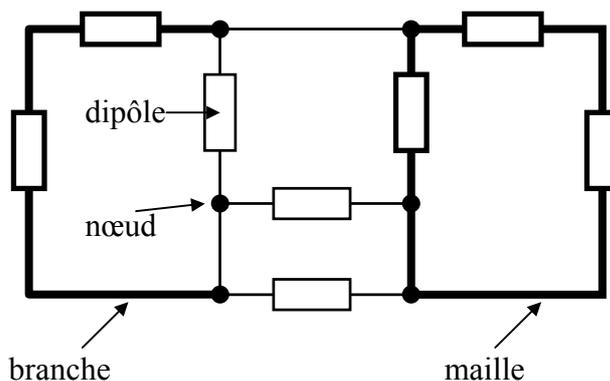
Méthode de travail :

La compréhension des phénomènes électriques fait largement appel à l'utilisation de schémas. Pour bien les « voir », il est très important de faire des schémas propres, assez grands et en couleur ! Il faut se convaincre que l'absence de schéma ou la réalisation d'un schéma tout gris et rabougri est source de perte de temps et d'erreurs.

1 DEFINITIONS, VOCABULAIRE



Réseau électrique: Ensemble d'éléments électriques reliés entre eux et susceptibles d'être parcourus par des courants électriques.



Dipôle: Tout ensemble d'éléments électriques situés entre deux nœuds.

Branche: Ensemble de dipôles placés en série entre deux nœuds.

Maille: Ensemble de branches constituant une boucle fermée.

Dipôle linéaire: Dipôle dont la relation entre la tension entre ses bornes et le courant qui le traverse peut être décrite par une équation linéaire à coefficients constants.

Les dipôles linéaires les plus courants dans ce cours sont les **résistances ohmiques**, les **inductances** propres et mutuelles, les **condensateurs**, les **sources** (ou générateurs) de tension ou de courant **indépendantes** et les sources linéairement dépendantes. (*voir la suite de ce cours*)

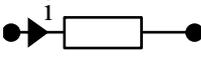
Un ensemble de dipôles linéaires constitue un **réseau linéaire**.

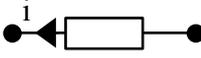
Le calcul de l'état électrique d'un réseau linéaire (valeur des tensions et des courants aux différents points de ce réseau) est obtenu par la résolution du système d'équations décrivant les éléments de ce réseau.

2 LES COURANTS ET LES TENSIONS SONT DES GRANDEURS ALGÈBRIQUES

Considérons un dipôle . Le courant qui le traverse, s'il n'est pas nul, peut être dirigé vers la droite ou vers la gauche (2). Pour préciser cette information, on peut le dire avec une phrase (par exemple « le courant va de la gauche vers la droite »)... Mais il est difficile de calculer avec des phrases !

Une solution plus pratique consiste à choisir une orientation du courant (matérialisée par

une flèche sur le dipôle): . On peut maintenant remplacer la phrase « le courant va de la gauche vers la droite » par $i > 0$. La phrase « le courant va de la gauche vers la droite et sa valeur est 3 A » devient $i = +3A$.

Le sens de la flèche est arbitraire (3). Si on avait choisi , la même information se traduirait par $i = -3A$.

Pour décrire un courant, on choisit donc arbitrairement une orientation (matérialisée par une flèche). Si le courant est effectivement dans le sens de la flèche, on dit qu'il est positif, s'il est de sens contraire, on dit qu'il est négatif.

Attention : Pour des raisons de facilité, lors des premiers cours d'électricité (au collège), le fléchage des courants était toujours choisi de façon qu'ils soient positifs.

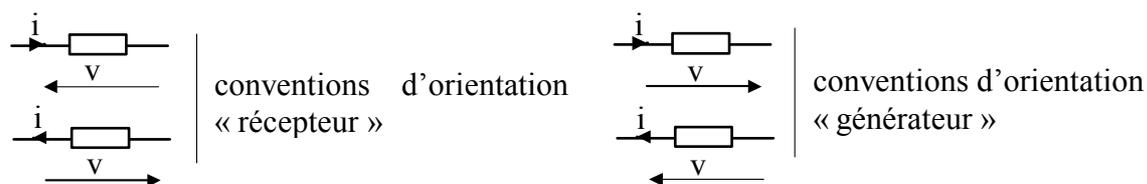
Mais on va rencontrer des situations où l'on ne connaît pas à priori le sens du courant et des situations où le sens du courant varie au cours du temps. Dans ce cas les flèches seront placées librement, et c'est le signe du courant qui précisera son sens réel.

On peut faire la même remarque en ce qui concerne l'orientation des tensions.

(2) Le sens du courant est, par convention, inverse du sens de déplacement des électrons.

(3) On peut le choisir au hasard, ou le choisir de façon à rendre les calculs plus faciles.

Il y a quatre possibilités pour orienter un dipôle:



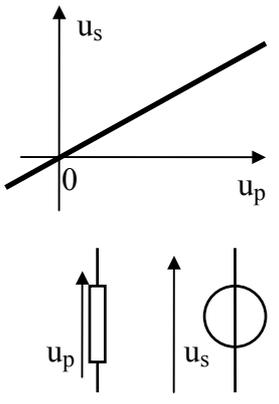
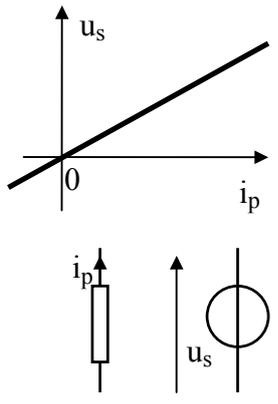
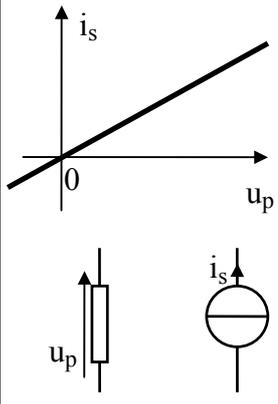
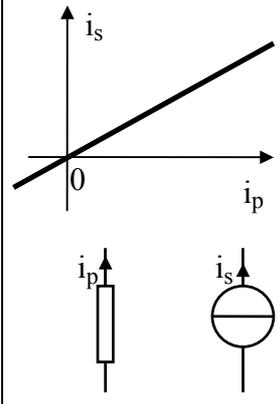
Conclusion:

Les courants et les tensions dans un réseau électrique sont des grandeurs algébriques. Leur signe dépend de l'orientation arbitrairement choisie pour leur fléchage sur le schéma de ce réseau.

3 QUELQUES CARACTERISTIQUES DE DIPOLES

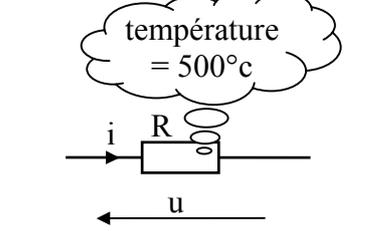
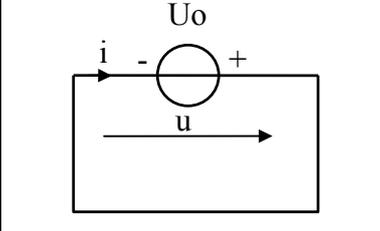
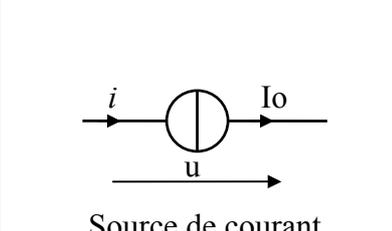
<p>Résistance ohmique. C'est un dipôle linéaire.</p> <p>Loi d'Ohm: $u = R.i$</p>	<p>Exemple de dipôle nonlinéaire.</p>	<p>Source de tension idéale: $u = U_0$ <u>indépendante</u> des autres éléments du réseau.</p>	<p>Source de courant idéale: $i = I_0$ <u>indépendante</u> des autres éléments du réseau.</p>
--	---------------------------------------	--	--

Les quatre types de source ci-après sont des sources **linéairement dépendantes** : leur valeur est proportionnelle à une autre grandeur du réseau électrique :

 <p>Source de tension commandée par une autre tension. u_s est <u>linéairement dépendant</u> de u_p: $u_s = k \cdot u_p$.</p>	 <p>Source de tension commandée par un courant. u_s est <u>linéairement dépendant</u> de i_p: $u_s = k \cdot i_p$.</p>	 <p>Source de courant commandée par une tension. i_s est <u>linéairement dépendant</u> de u_p: $i_s = k \cdot u_p$.</p>	 <p>Source de courant commandée par un autre courant. i_s est <u>linéairement dépendant</u> de i_p: $i_s = k \cdot i_p$.</p>
---	--	--	--

Remarque:

Les dipôles réels sont décrits par des **modèles**, mais ceux-ci ne sont acceptables que dans certaines limites. Voici trois exemples d'impossibilités :

 <p><i>La résistance fond!</i></p> <p>La Loi d'Ohm: $u = R \cdot i$ n'est plus vérifiée !</p>	 <p><i>Court-circuit!</i></p> <p>La source de tension idéal: $u = U_0$ doit délivrer un courant i infini ! Ce qui est impossible.</p>	 <p>Source de courant idéal en <i>circuit ouvert</i>: $i = I_0$ est impossible !</p>
--	---	--

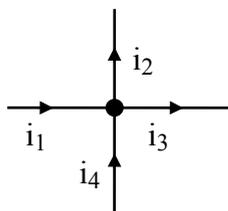
4 LOI DE KIRCHHOFF

Les lois de Kirchhoff sont la loi des nœuds et la loi des mailles. Elles s'appliquent aux réseaux électriques, qu'ils soient linéaires ou non.

4.1 Loi des nœuds

En un nœud, il n'y a pas d'accumulation de charges électriques →

La somme des courants qui entrent dans un nœud est égale à la somme des courants qui en repartent.

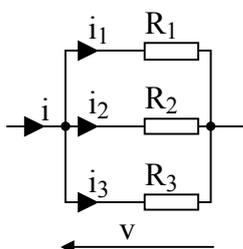


Exemple N°1:

Ecrire la relation algébrique entre les quatre courants.

Sachant que: $i_1 = 2A$, $i_2 = 3A$, $i_3 = -2A$, en déduire la valeur algébrique de i_4 . Voir la réponse N°1

Exemple N°2 : Résistances en parallèle.



$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \frac{v}{R_3} \Leftrightarrow i = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

L'ensemble des trois résistances reliées en parallèle se comporte vis à vis du réseau électrique dans lequel il est placé comme une résistance unique $R_{\text{équivalent}}$ telle que $v = R_{\text{équivalent}} \cdot i$.

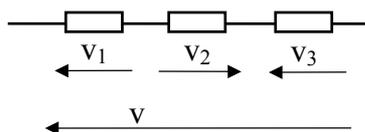
$$\Rightarrow R_{\text{équivalent}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1} \right)^{-1}$$

Remarque : cette notation en *puissance moins un* est plus pratique que les traditionnels *produits sur somme*. Elle permet une écriture plus compacte et diminue les risques d'erreur avec les calculettes.

(La fonction « puissance - 1 » correspond à la touche « 1/x » des calculatrices)

L'expression de la résistance équivalente à des résistances en parallèle est à connaître par cœur.

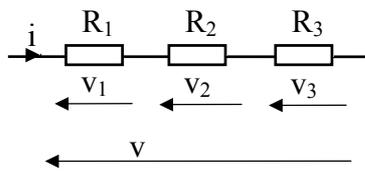
4.2 Loi des branches



La tension (ou différence de potentiel) aux bornes d'une branche est la somme algébrique des tensions aux bornes de chacun des éléments de la branche (en tenant compte des orientations des flèches).

Dans l'exemple ci-contre : $v = v_1 - v_2 + v_3$

Exemple : Résistances en série.



$$v = v_1 + v_2 + v_3 = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot i$$

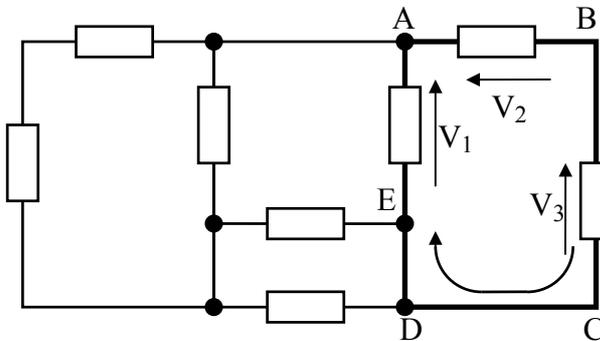
L'ensemble des trois résistances reliées en série se comporte vis à vis du réseau électrique dans lequel il est placé comme une résistance unique $R_{\text{équivalent}}$ telle que

$$v = R_{\text{équivalent}} \cdot i$$

$$\Rightarrow R_{\text{équivalent}} = R_1 + R_2 + R_3$$

L'expression de la résistance équivalente à des résistances en série est à connaître par cœur.

4.3 Loi des mailles



Après avoir choisi un sens arbitraire de parcours de la maille A B C D E A:

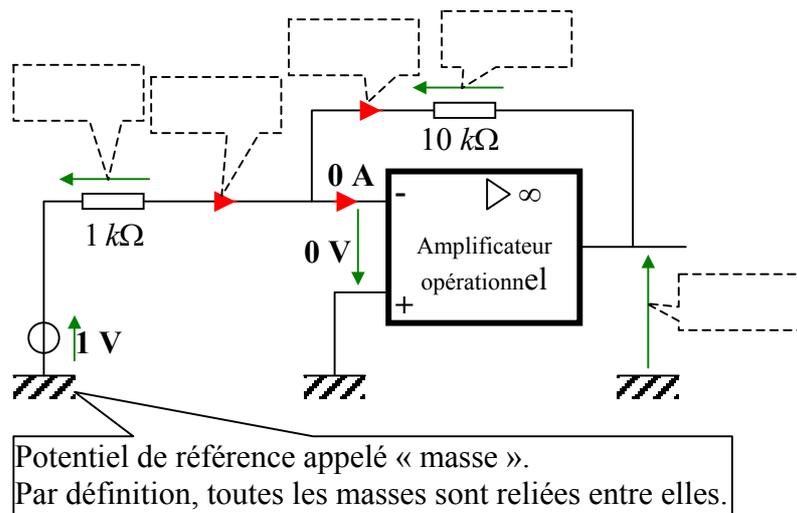
En parcourant la maille, la somme des tensions dans le sens du parcours est égale à la somme des tensions de sens contraire.

$$\text{ici: } V_1 = V_2 + V_3 \text{ ou } V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

Exemple:

Pour le schéma ci-dessus, si $V_1 = 15 \text{ V}$, $V_2 = -10 \text{ V}$, calculer V_3 . Voir la réponse N°2

5 EXEMPLE DE MISE EN ŒUVRE DES LOIS DE KIRCHHOFF



Cet exemple ne nécessite aucune connaissance sur les amplificateurs opérationnels.

Les courants sur les entrées « + » et « - » sont très faibles par rapport aux autres courants du montage ; on les approxime à des courants nuls. Dans ce type de montage, la tension entre les entrées « + » et « - » de l'amplificateur opérationnel est très faible par rapport aux autres tensions du montage; on l'approxime à une tension nulle.

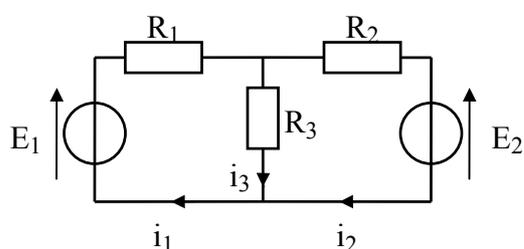
Compléter les cases en pointillé sur le schéma avec la valeur numérique de chaque grandeur.

Voir la réponse N°3

6 EXERCICES

I - Exercice 1 : Lois de Kirchhoff N°1

Objectifs: *mettre en œuvre la loi des mailles et la loi des nœuds.
être attentif au sens des flèches pour appliquer correctement la loi d'Ohm.*



Sur le schéma ci contre, flécher la tension aux bornes de chaque résistance pour appliquer la loi d'Ohm $u = R.i$.

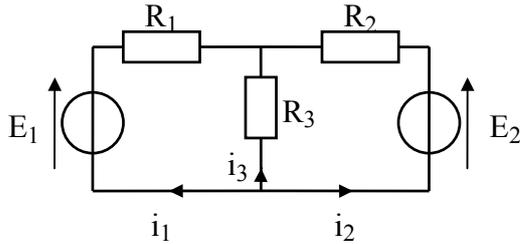
Sur ce montage, trois mailles peuvent être dessinées, mais seules deux équations des mailles sont indépendantes. (La troisième maille n'empruntant aucune branche nouvelle, elle n'apporte aucune information nouvelle).

Ecrire la loi des mailles sur les trois mailles et constater que la troisième équation se déduit des deux autres. (Elle n'est pas indépendante).

Pour exprimer i_1 , i_2 , et i_3 , en fonction de E_1 , E_2 , R_1 , R_2 , et R_3 , il faut trois équations indépendantes. Etablir cette troisième équation à partir de la loi des nœuds. En déduire i_1 , i_2 , et i_3 sachant que $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ et $R_3 = 5 \Omega$.

I - Exercice 2 : Lois de Kirchhoff N°2

Objectif: montrer que l'état électrique d'un circuit ne dépend pas du choix des orientations.

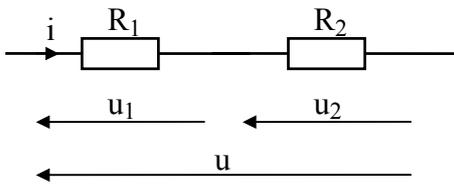


Reprendre le problème précédent avec les nouvelles orientations des courants.

I - Exercice 3 : Pont diviseur de tension

Objectif: Revoir les résistances en série.

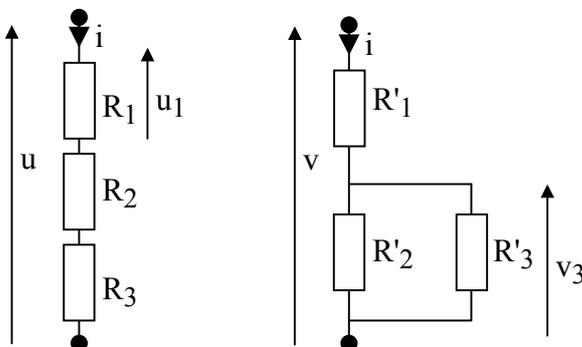
Etablir la relation du « pont diviseur de tension » qu'il conviendra de retenir par cœur!



Exprimer u_1 en fonction de u , R_1 et R_2 ... et retenir le résultat.

I - Exercice 4 : Applications du pont diviseur de tension

Objectif: Avec un peu d'astuce, on veut utiliser la formule du pont diviseur de tension pour obtenir très rapidement un résultat.



Exprimer u_1 en fonction de u , R_1 , R_2 et R_3 ; ainsi que v_3 en fonction de v , R'_1 , R'_2 et R'_3 .