

Chapitre 1

Inférence et conséquence

On explique de manière informelle deux notions centrales en logique : celle d'**inférence déductive** et celle de **conséquence logique**. D'autres notions sont également introduites : jugement, prémisse, conclusion, phrase déclarative, énoncé, proposition, validité d'une inférence, schéma d'inférence. On donne une formulation du *principe de bivalence*. L'objectif est une clarification terminologique, indispensable pour les chapitres qui suivent.

Plan du chapitre

1. Inférences déductives
2. Conséquence logique
3. Énoncé, proposition, jugement
4. Schémas d'inférence

1. Inférence déductive

Porter un jugement, c'est affirmer la vérité ou la fausseté d'une proposition ou d'un énoncé. Compris en ce sens, le jugement soulève le problème de sa justification, qui peut prendre des formes diverses comme celles

- du témoignage (« on me l'a dit »)
- de l'évidence des sens (« je le vois »)
- de la conviction intime (« j'en suis certain »)
- de l'argumentation (dans la plaidoirie d'un avocat)
- de la démonstration (en mathématiques)
- etc.

On s'intéressera ici aux arguments par lesquels, pour justifier un jugement, on avance un ou plusieurs autres jugements dont le premier est tiré ou *inféré*. L'analyse des autres formes de justification relève de la philosophie de la connaissance plutôt que de la logique.

Par exemple, pour justifier l'affirmation qu'un certain champignon que j'ai trouvé est vénéneux, je peux avancer deux autres affirmations :

1. que ce champignon est une amanite phalloïde ;
2. que toutes les amanites phalloïdes sont vénéneuses.

Ou encore, pour justifier l'affirmation que la somme des angles d'un certain triangle ABC est égale à deux angles droits, je peux avancer l'affirmation que tous les triangles ont des angles dont la somme est égale à deux angles droits. Dans les deux cas, la justification a la forme d'un raisonnement élémentaire :

Ce champignon est une amanite phalloïde,
 or *toutes les amanites phalloïdes sont vénéneuses,*
 donc *ce champignon est vénéneux.*

On conviendra de supprimer « or » et de remplacer « donc » par un trait horizontal :

ce champignon est une amanite phalloïde
toutes les amanites phalloïdes sont vénéneuses

ce champignon est vénéneux

Le jugement qui suit le trait horizontal est la *conclusion*, les jugements qui précèdent le trait sont les *prémisses*. Dans ces raisonnements, la conclusion est *inférée* des prémisses (ou de la prémisse, s'il n'y en a qu'une).

Second exemple :

tout triangle a des angles dont la somme est égale à deux angles droits
la somme des angles du triangle ABC est égale à deux angles droits

Il existe différents genres de raisonnements, et différentes sortes d'inférences. Ainsi, après avoir observé un grand nombre de cygnes et constaté qu'ils étaient tous blancs, je peux en conclure, ou en *inférer*, que tous les cygnes sont blancs. Ou encore, après avoir observé que dans le passé le Soleil s'est levé tous les jours, je peux en inférer qu'il se lèvera demain. Ces deux exemples sont des *inférences inductives* : d'un grand nombre de cas observés, on tire une affirmation qui vaut soit pour tous les cas (tous les cygnes sont blancs), soit pour un cas futur (le Soleil se lèvera demain). Autre exemple de raisonnement : du fait qu'une certaine plante, dont les fleurs sont jaunes, a des vertus curatives, quelqu'un pourrait conclure qu'une autre plante, dont les fleurs sont également jaunes, possède les mêmes vertus. Mais en raisonnant ainsi, par analogie, on tire une conclusion qui n'est pas une conséquence nécessaire des prémisses : il se pourrait que la seconde plante aux fleurs jaunes n'ait pas les mêmes vertus que la première. De même, dans les deux exemples précédents, il n'est pas exclu que les prémisses soient vraies et la conclusion fautive : un des cygnes que je n'ai pas observés pourrait ne pas être blanc, et mes observations passées

sur le lever du Soleil ne prouvent pas que le Soleil se lèvera demain. Dans ce qui suit, nous n'étudierons ni les inférences inductives ni les raisonnements par analogie, mais uniquement les raisonnements qui procèdent par *inférences déductives*, dans lesquels la conclusion est vraie dès lors que les prémisses le sont¹. Les questions soulevées au sujet de l'inférence seront uniquement relatives à l'inférence déductive.

Raisonnement et inférence

Pour justifier un jugement, il arrive souvent qu'une seule inférence ne suffise pas. Dans la plaidoirie d'un avocat, par exemple, ou dans une démonstration mathématique, l'argumentation requiert habituellement une succession d'inférences. Ainsi, si la justification de l'affirmation « la somme des angles du triangle ABC est égale à deux angles droits » peut consister en une inférence à partir du jugement « tout triangle a des angles dont la somme est égale à deux angles droits », ce jugement demande lui-même à être justifié sur la base d'autres jugements qui appellent eux-mêmes une justification, jusqu'à ce que l'on parvienne à des jugements dont on décide qu'ils ne requièrent plus aucune justification (par exemple parce qu'ils sont suffisamment évidents par eux-mêmes). Dans un raisonnement, les inférences se succèdent donc généralement les unes aux autres, et la conclusion d'un raisonnement peut donc être plus ou moins « éloignée » des prémisses. L'inférence, quant à elle, est une relation entre une ou plusieurs prémisses et une conclusion.

Une **inférence** est une *relation entre une ou plusieurs prémisses et une conclusion*.

Un **raisonnement** est une *succession d'inférences* (ou parfois une simple inférence).

Dans un premier temps, c'est à la relation entre des prémisses et une conclusion que nous nous intéresserons, plus qu'au fait que les inférences peuvent se succéder les unes aux autres pour former un raisonnement ou une démonstration plus ou moins longs.

Voici quelques exemples d'inférence :

ce train est rapide
ce train est silencieux

ce train est rapide et silencieux

1. La justification des inférences inductives est un problème philosophique classique. Cf. par exemple David Hume, *Traité de la nature humaine*, livre I, 1739 ; Bertrand Russell, *Problèmes de philosophie*, 1912, trad. fr. de F. Rivenc, Paris, Payot, 1989, chap. 6. Aristote traite de l'induction d'un point de vue logique dans les *Premiers analytiques*, livre II, chap. 23. Quant à la théorie logique moderne de l'induction, la « logique inductive », elle fait usage du calcul des probabilités. Cf. Ian Hacking, *L'ouverture au probable : éléments de logique inductive*, Paris, A. Colin, 2004. Cf. aussi ci-dessous, p. 306.

Les prémisses, dont l'ordre est indifférent, sont parfois placées l'une à côté de l'autre :

$$\frac{\text{ce train est rapide} \quad \text{ce train est silencieux}}{\text{ce train est rapide et silencieux}}$$

Voici quelques autres exemples :

$$\frac{\text{elle réussira si elle s'est bien préparée} \\ \text{elle s'est bien préparée}}{\text{elle réussira}}$$

$$\frac{\text{il lit un roman ou de la poésie} \\ \text{il ne lit pas de poésie}}{\text{il lit un roman}}$$

$$\frac{\text{tous les prévenus sont condamnés} \\ \text{certains prévenus sont innocents}}{\text{certains innocents sont condamnés}}$$

$$\frac{\text{s'il est éligible, il a plus de quarante ans} \\ \text{il a plus de quarante ans}}{\text{il est éligible}}$$

$$\frac{\text{tout véhicule construit après 1973 est équipé de ceintures de sécurité} \\ \text{le véhicule de Dorothée est équipé de ceintures de sécurité}}{\text{le véhicule de Dorothée a été construit après 1973}}$$

2. Conséquence logique

Dans chacun de ces raisonnements élémentaires, la conclusion est inférée des prémisses. On peut cependant se demander si l'inférence est *légitime*, ou *valide*. En d'autres termes : si le raisonnement est correct, si la conclusion découle des prémisses, ou encore, si la conclusion est *conséquence logique* des prémisses. Ainsi, dans le dernier exemple, peut-on légitimement déduire des deux prémisses que le véhicule de Dorothée a été construit après 1973 ? En réalité, la première prémisse n'affirme pas qu'aucun véhicule construit avant 1973 n'est équipé de ceintures de sécurité. Ce véhicule pourrait très bien avoir été construit *avant* 1973 et être équipé de ceintures de sécurité. Autrement dit : il n'est pas exclu que les deux prémisses soient vraies et la conclusion fautive, et en ce sens, la conclusion n'est pas *conséquence logique* des prémisses : elle n'est

pas correctement justifiée par les prémisses. En examinant les exemples précédents, le lecteur attentif aura pu remarquer que l'une des autres inférences n'est pas non plus valide.

Dans une inférence, la conclusion est conséquence logique des prémisses si la conclusion est vraie *chaque fois que* les prémisses sont vraies. Telle est du moins l'une des manières possibles de comprendre ce qu'on entend communément par « conséquence logique ». C'est elle que nous retiendrons ici et que nous examinerons plus en détail dans ce qui suit¹. Ce qui n'est pas encore clair, ici, est ce qu'il faut entendre par « chaque fois que », point essentiel qui devra être précisé.

Dans le cas d'un raisonnement constitué d'une succession plus ou moins longue d'inférences, où la conclusion est pour ainsi dire « éloignée » des prémisses, la même question peut être posée : la conclusion est-elle ou n'est-elle pas *conséquence logique* des prémisses ?

Différents sens du mot « conséquence »

Dans la langue usuelle, le mot « conséquence » est utilisé en des sens divers. Ainsi, on peut dire que le comportement imprudent d'un individu a eu de fâcheuses *conséquences*, ou parler des *conséquences* dramatiques d'un conflit ou d'une situation de crise. Ce que l'on entend alors par « conséquence » n'est pas une relation entre une conclusion et des prémisses, mais plutôt une relation de cause à effet. L'analyse de la relation de causalité, en tant que telle, ne relève pas de la logique, et ce n'est donc pas en ce sens que nous entendrons le mot « conséquence », mais uniquement au sens de la conséquence *logique*.

Il n'est pas toujours évident de reconnaître qu'une inférence n'est pas légitime, ou, quand il est clair qu'elle ne l'est pas, de dire pourquoi il en est ainsi. Il arrive par exemple qu'un raisonnement ait apparemment la forme d'une inférence légitime, alors même qu'on peut aisément se persuader que ce n'est pas le cas, comme dans les deux exemples suivants :

- Qui dit que tu es un animal dit la vérité. Or qui dit que tu es un âne dit que tu es un animal. Donc qui dit que tu es un âne dit la vérité².
- Tu as tout ce que tu n'as pas perdu. Or tu n'as pas perdu des cornes. Donc tu as des cornes³ !

1. Cette explication, aujourd'hui classique, de la relation de conséquence logique, est parfois discutée et contestée. Sur ce point, cf. ci-dessous les quelques remarques faites au chap. 10, p. 183.

2. On trouve ce raisonnement dans l'ouvrage que Jean Buridan (1292-1363) consacre aux sophismes (*Sophismes*, trad. fr. Paris, Vrin, 1993, p. 101). Un sophisme est un raisonnement erroné bien qu'il ait l'apparence d'un raisonnement correct.

3. Ce raisonnement, appelé « paradoxe du cornu », est attribué à Eubulide de Milet, philosophe du IV^e siècle avant J.C.

Pourtant, le fait que la conclusion d'une inférence soit fausse ne prouve pas que cette inférence ne soit pas légitime. Il est au contraire tout à fait possible qu'une inférence valide ait une conclusion fausse :

Ex : *tous les philosophes sont allemands ou grecs*
Rousseau est un philosophe

Rousseau est allemand ou grec

Cette inférence est valide (c'est-à-dire : légitime) au sens où si l'on accepte les prémisses, alors on doit (logiquement) accepter la conclusion. Pour qu'une inférence soit valide, les prémisses n'ont donc pas nécessairement à être vraies.

Par ailleurs, il est également possible que la conclusion d'une inférence invalide soit vraie :

Ex : *tous les hommes sont mortels*
Socrate est mortel

Socrate est un homme

Pour voir que cette inférence n'est pas valide, il suffit d'imaginer que « Socrate » est le nom de mon chien et de noter que dans ce cas, les deux prémisses sont vraies alors que la conclusion est fausse.

Dans l'exemple suivant, l'inférence est valide, les deux prémisses sont fausses et la conclusion est vraie :

Ex : *tous les chiens sont des hommes,*
Socrate est un chien,

Socrate est un homme

Il existe pourtant un rapport essentiel entre vérité et conséquence logique, qui explique pourquoi il serait important de pouvoir reconnaître qu'une inférence est valide :

**dans une inférence valide, si les prémisses sont vraies,
alors la conclusion est vraie.**

Exercice 1.1

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

1. Si les prémisses sont vraies et la conclusion est vraie, l'inférence est logiquement valide.
2. Si l'inférence est logiquement valide, et que les prémisses sont vraies, la conclusion est vraie.

Deux questions se posent au logicien, auxquelles nous tenterons de répondre :

1. Comment donner une définition précise de « conséquence logique » ?
2. Existe-t-il une méthode permettant de déterminer si une inférence donnée est ou n'est pas légitime (c'est-à-dire : si la conclusion est ou n'est pas conséquence logique des prémisses) ?

Leibniz (1646-1716) a recherché une méthode générale permettant de tester la validité d'une inférence quelconque (cf. *infra*, p. 318-319). Il pensait qu'il serait possible d'inventer une langue rationnelle (la *caractéristique universelle*) permettant l'expression de toutes sortes de raisonnements, auxquels pourrait alors être appliqué un *calcul* (le *calculus ratiocinator*). Le résultat de ce calcul devait permettre de déterminer si les raisonnements en question étaient corrects ou incorrects. On sait aujourd'hui qu'un tel calcul, applicable à *n'importe quel raisonnement*, ne peut pas être réalisé. Mais nous verrons (au chapitre 6) qu'il existe des méthodes permettant de déterminer si une inférence est ou n'est pas valide pour *certaines catégories d'inférences*.

Logique et psychologie

On parle parfois d'« erreurs de raisonnement », par exemple lorsqu'au cours d'un raisonnement, deux sens différents d'un même mot ont été confondus, ou lorsque figure dans les prémisses un énoncé équivalent à la conclusion que l'on cherche à justifier (erreur qu'on nomme « pétition de principe¹ »). Une erreur de raisonnement peut être une erreur de méthode ou une erreur psychologique, imputable par exemple à un défaut d'attention. En logique, on ne s'intéresse cependant pas aux processus psychologiques par lesquels quelqu'un passe mentalement des prémisses à la conclusion au cours d'un raisonnement qu'il effectue, processus dont l'examen permet parfois d'expliquer une erreur de raisonnement ou d'en trouver la cause. Le logicien peut certes identifier des erreurs de raisonnement, mais il ne se propose pas d'en rechercher des causes psychologiques. Il s'efforce de déterminer si telle conclusion est ou n'est pas conséquence logique de tel ensemble de prémisses (et donc si telle ou telle inférence est ou n'est pas valide) indépendamment de la question de savoir comment une personne effectue mentalement une déduction en « passant » des prémisses à la conclusion. Sur ce point, la logique doit être distinguée de la psychologie².

1. Sur la pétition de principe, cf. par exemple Aristote, *Premiers analytiques*, II, chap. 16, ou encore Antoine Arnauld et Pierre Nicole, *La logique ou l'art de penser* (1662), III^e partie, chap. 19 : « Des diverses manières de mal raisonner qu'on appelle sophismes ».

2. On pourra comparer cette distinction avec celle qu'établit Kant entre logique générale *pure* et logique générale *appliquée* ; cf. ci-dessous, p. 283. Sur la distinction entre logique et psychologie, cf. aussi le texte de Frege tiré des « Recherches logiques I », *infra*, p. 285.

De manière générale, les termes « raisonnement » et « inférence » désignent parfois un processus mental ou une activité de pensée. Ce n'est cependant pas en ce sens que nous les entendons ici. Ce que nous examinons est un certain rapport entre une conclusion et des prémisses, indépendamment de la manière dont une personne, une machine, un système informatique ou un groupe d'individus peut parvenir à la conclusion à partir des prémisses.

3. Énoncé, proposition, jugement

Une inférence valide constitue généralement un argument qui peut servir à justifier le jugement porté dans la conclusion. Il peut arriver, cependant, que l'une des prémisses, ou plusieurs d'entre elles, ne soient pas affirmées comme étant vraies, mais soient seulement posées à titre d'hypothèses. Dans ce cas, la vérité de la conclusion ne peut pas être affirmée. De manière générale, on distingue :

- le **jugement**, compris comme l'acte par lequel on affirme ou on reconnaît la vérité (ou la fausseté) d'une proposition ou d'un énoncé (on parle de la « force assertive » d'un jugement) ;
- le **contenu du jugement** (ou « contenu jugeable ») sur lequel porte l'affirmation. Ce contenu peut être considéré pour lui-même, sans qu'aucun jugement ne soit porté. On suspend ainsi son jugement lorsqu'on ignore si la proposition que l'on considère est vraie.

On fera donc une différence entre affirmer, par exemple, la vérité du théorème de Pythagore et considérer pour elle-même la proposition « Le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés », sans se prononcer sur sa valeur de vérité¹. Comme l'écrit Frege :

Un jugement n'est pas pour moi la simple saisie d'une pensée, mais la reconnaissance de sa vérité².

Dans la suite, ce que nous proposerons est une analyse du rapport entre prémisses et conclusion conçues comme des *propositions* ou des *énoncés* plutôt que comme des *jugements*. Nous laisserons de côté l'analyse du jugement proprement dit et de sa force assertive, et donc celle du rapport entre l'acte d'affirmer comme vrai et ce sur quoi porte l'affirmation³.

1. Comparer « je souhaite que Sophie revienne » et « je crois que Sophie reviendra ». La proposition « Sophie reviendra » est énoncée sans force assertive dans le premier énoncé, avec une force assertive dans le second. Pierre Abélard (1079-1142) avait déjà établi une distinction semblable entre les propositions considérées avec ou sans force assertive.

2. Gottlob Frege, « Sur le sens et la référence » (1892), trad. fr. in B. Ambroise et S. Laugier, éd., *Philosophie du langage*, vol. 1, Paris, Vrin, 2009, p. 63.

3. Pour Frege (1848-1925), l'un des fondateurs de la logique moderne, l'inférence est une relation entre des *actes de jugement*. Cf. Gottlob Frege, *Idéographie*, 1879, trad. fr. Paris, Vrin, 1999 et