CONSEILS MÉTHODOLOGIQUES

Chapitre 1

Une méthode pour aborder les exercices du cours de 2de

Chacun le sait bien : c'est quand on est amené à résoudre des exercices que la difficulté – et l'intérêt – des mathématiques s'expriment de la façon la plus radicale : on sait ou on ne sait pas !
L'objectif de ce livre est d'aider tous les élèves de 2de à affronter avec sérénité cette délicate étape de l'apprentissage : le passage du cours à ses applications.
La capacité à résoudre des exercices ne relève pas uniquement de talents particuliers mais plutôt de l'application d'une méthode de résolution que l'on peut détailler en plusieurs points :

1) Comprendre l'énoncé, éventuellement le reformuler

Il est vain de se lancer dans la résolution d'un exercice alors que les questions posées ne sont pas parfaitement claires... Il faut donc bien identifier la question : repérer les données (**ce que l'on sait**) et **se concentrer sur la question (ce que l'on veut).**
Chacun des mots utilisés doit avoir un sens précis. En cas de besoin, Il peut être judicieux de réécrire la question en utilisant son propre vocabulaire.

Exemples

1. Soit (d) la droite d'équation $y = -2x + 6$.

a) Tracer (d).

b) Montrer que le point $\mathcal{A}(4\,;-2)$ est un point de (d).

Exercice de base : les questions sont claires et font appel à des techniques de base.
Nul besoin de reformulation.

2. Une entreprise envisage de mettre sur le marché un nouveau produit. Elle a fait réaliser une étude de marché qui a permis d'estimer le nombre d'acheteurs en fonction du prix de vente x, en euros, selon la formule $\mathcal{A}(x) = 6\,000 - 40x$ avec $0 \le x \le 150$.
a) Pour un prix de vente de 100 euros, combien d'acheteurs peut-on envisager ?
b) Quel prix faut-il choisir pour avoir 1000 acheteurs ?

Reformulation *: L'énoncé introduit une* ***fonction affine*** $\mathcal{A}$.
a) Le nombre d'acheteurs lorsque le prix est x *est* $\mathcal{A}(x)$.
Il est demandé de ***calculer*** $\mathcal{A}(100)$. *Il s'agit d'un calcul d'image.*

b) On cherche le prix x lorsque $\mathcal{A}(x) = 1000$: on doit donc ***résoudre*** *$\mathcal{A}(x) = 1000$.*
Il s'agit d'une recherche d'antécédent.

3. Montrer que l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points du plan repéré dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient la relation $(x-y)(y+2) = 0$ est la réunion de deux droites du plan.

Un peu déroutant au premier contact : comment démontrer qu'un ensemble de points du plan est la réunion de deux droites ?

Analyse du texte
- Contexte : coordonnées, droites du plan, relation de la forme $y = ax + b$ ...
- $(x-y)(y+2) = 0$: **produit de facteurs** qui n'est nul que si l'un **ou** l'autre des deux facteurs est nul.
- **Réunion** de deux droites : points qui appartiennent à l'une **ou** à l'autre des deux droites.

Il semble que le lien soit fait, par la présence simultanée de cette conjonction « **ou** »...

Reformulation : il s'agit de s'assurer qu'en annulant successivement les deux facteurs du produit $(x-y)(y+2)$, on trouve deux équations de droites.
Le problème devient facile.

2) Faire le lien entre la question posée et des questions déjà résolues

Au risque de décevoir certain(e)s d'entre vous, résoudre un exercice de maths ce n'est pas faire preuve d'imagination. Sauf dans quelques cas rarissimes, il s'agit de **transposer des techniques apprises lors d'entraînements à de nouveaux cas**. Ainsi, dans la plupart des situations, l'énoncé, ou sa reformulation, font apparaître que les questions posées ne sont que de simples **applications des techniques de base**, voire de l'enchaînement de telles techniques.

En conséquence, si, une fois reformulée, la question qui vous est posée ne vous renvoie pas directement à une série de questions déjà résolues et mémorisées, inutile de vous creuser trop le ciboulot (expression de botanique, désignant un petit oignon... ou bien expression populaire désignant le cerveau), vous avez très peu de chance de trouver la solution, surtout s'il s'agit d'un exercice en temps limité.

3) Proposer une rédaction précise, respectant les règles usuelles du français

Il s'agit de convaincre le lecteur de la pertinence de votre raisonnement. La rédaction proposée doit donc comporter des phrases s'enchaînant les unes avec les autres, utiliser un vocabulaire précis n'abusant pas de symboles ésotériques (utilisés en fait trop souvent comme symboles sténographiques). Bref, il s'agit d'écrire des maths en français... Et là aussi, un apprentissage est nécessaire.

Vous l'avez compris : l'apprentissage de la résolution d'exercices repose, avant tout, sur la présence, en mémoire, de techniques de base et d'exercices types corrigés. Cette présence en mémoire est le fruit d'un travail, parfois long et fastidieux. Elle s'appuie sur des méthodes d'apprentissage qui ont été détaillées dans le cours de 2de et dont je rappelle ici les principaux points :

1. La **mémorisation** est un acte volontaire, qui demande des efforts. Il est vain d'imaginer qu'il suffit de lire un corrigé pour l'avoir mémorisé.
Cette mémorisation s'appuie d'abord sur **l'attention** : être attentif (aussi bien en cours que lors de la lecture d'un livre d'exercices corrigés) c'est **se mettre dans les dispositions mentales nécessaires à la restitution du message** perçu. On doit donc écouter le professeur, ou lire le corrigé, dans l'objectif d'avoir à restituer le message : il s'agit de se constituer des **images mentales** qui pourront être rappelées en fonction des besoins. Images mentales qui, selon les individus, seront plutôt soit de type **auditif** (on se redit les mots qu'on a entendu) soit plutôt de type **visuel** (on voit les mots écrits au tableau ou sur le livre).

2. La **réactivation** des données mémorisées est essentielle pour limiter les effets d'érosion (on oublie...). Cette réactivation, pour être efficace, doit être pratiquée selon un processus simple mais qui va souvent à l'encontre des pratiques courantes :

- Pour réviser une leçon, préparer un contrôle, se préparer à une séance d'exercices... il ne faut **surtout pas commencer par relire la leçon**, ou les exercices corrigés !
  Il faut prendre un papier, un crayon, et, en tentant de faire émerger des images mentales, **transcrire** sur le papier **le contenu de la mémoire** concernant la leçon ou les exercices que l'on souhaite apprendre.
  Une fois la mémoire vidée et transcrite, il est temps de **confronter** le contenu de la mémoire avec le document original... et de constater les manques. Cette méthode, douloureuse, a le double avantage de permettre de se rendre compte de ce qui n'avait pas été mémorisé - et d'y remédier - mais également d'éviter de se rassurer en apprenant ce que l'on sait déjà !
- Cette **réactivation** doit se faire à **intervalles réguliers**, de plus en plus espacés, jusqu'à ce que la mémoire restitue fidèlement le message initial.
- Cette méthode d'apprentissage doit être associée à une **bonne gestion** du **temps** : la réactivation ne doit pas avoir lieu aussitôt après la mémorisation. Elle ne peut pas non plus être efficace si elle est mise en œuvre la veille du contrôle...

3. Si la mémorisation et la réactivation ont été pratiquées avec sérieux, la phase de transfert devient facile : confronté(e) à un exercice, il faut faire **défiler les images mentales** associées à la situation évoquée dans l'exercice et **utiliser la solution mémorisée** pour répondre à la question posée. Il ne s'agit, le plus souvent, que d'un simple transfert...

Oui, je sais : vous pensez probablement que cette méthode est difficile à mettre en application et très chronophage (littéralement dévoreuse de temps) et... vous n'avez pas tort !
Cependant :

- Cet exposé est théorique : il s'agit de se rapprocher le plus possible de la situation décrite, sans s'imposer des conditions de travail insupportables. Tout effort visant à appliquer le processus précédent, même de façon incomplète, est fructueux.
- Vous avez une autre méthode ?

COMMENT UTILISER CE LIVRE D'EXERCICES

Les exercices sont regroupés en neuf chapitres, recouvrant la totalité du programme officiel de la classe de 2^{de}.
Chaque chapitre a la même structure :

- Un rappel détaillé des **techniques de base** (TB) : il s'agit des capacités attendues, définies par le programme.
  Chaque technique de base est énoncée, les méthodes de résolution sont rappelées et des exemples sont traités.
- Une liste d'**exercices de base** (EB). Ces exercices sont des applications directes des techniques de base.
- Une liste d'**exercices complémentaires** (EC): il s'agit d'exercices récapitulatifs dont la solution nécessite une vision plus globale du chapitre, voire des chapitres antérieurs. Les énoncés peuvent être légèrement déstabilisants, il peut s'agir de QCM, d'algorithmes, ou de questions nécessitant une prise d'initiative.
- Les **corrections détaillées** et commentées des exercices de base et des exercices complémentaires sont regroupées par chapitre dans la deuxième partie du livre.

Pratiquement :

- La **totale maîtrise des techniques de base** est un impératif incontournable. Il faut les connaître, donc les apprendre, comme toute partie essentielle du cours.

- Les **exercices de base doivent tous être traités**. Les situations variées mais simples qu'ils proposent permettent d'envisager avec sérénité la réussite des contrôles proposés en classe de 2de.
- Les **exercices complémentaires** sont proposés à tous ceux qui souhaitent approfondir leur connaissance du chapitre et se trouver confronté(e) à des situations qui nécessitent la mise en œuvre de processus de résolution plus élaborés. Leur étude ne peut qu'être très **vivement recommandée à tous** les élèves de 2de.

UN DERNIER CONSEIL

La partie précédente préconise une méthode de travail.

Complétons-la par un point essentiel : il n'est pas judicieux **d'enchaîner** l'étude d'**un même type d'exercice jusqu'à ce que la solution semble connue par cœur**.
À force de répétitions, la mémoire immédiate donne l'illusion d'un travail efficace et durable alors que le processus de mémorisation n'a pas été mis en place. On se rassure, mais on n'est pas certain d'assurer...
Il est bien préférable **d'étudier un exercice**, de regarder sa solution (sans trop attendre si vous n'avez pas l'inspiration qui vous permet de démarrer) puis de **construire les images mentales** vous permettant de mémoriser l'énoncé et sa solution.
Ensuite, selon votre état de fraîcheur, étudiez un autre type d'exercice (en suivant le même processus d'apprentissage) ou bien allez prendre l'air...

Quelques heures ou quelques jours plus tard, **reprenez l'énoncé de l'exercice** (ne jetez surtout pas un œil à la solution) et testez votre mémoire en transcrivant, sur un **papier** (c'est fondamental) ce que vous avez retenu de la solution. Comparez à l'original et apportez les modifications nécessaires éventuelles. Ensuite, attaquez-vous à **un exercice du même type**, mais avec des **données différentes** : changer les données permet de tester le raisonnement mis en place et minimise l'intervention de la mémoire immédiate.
Suivez ce même protocole jusqu'à ce que vous ayez la certitude de maîtriser le sujet ...

Pour vous permettre de mettre en application facilement cette stratégie d'apprentissage, à la suite de certains exercices, vous trouverez une ou plusieurs nouvelles séries de données.

Exercice de **B**ase, numéro **1**, concernant le chapitre **5**

Exemple

EB 5.1

La droite (d) a pour équation $(d)\ : y = \frac{3}{2}x - 1$.

a) Déterminer les coordonnées du point $\mathcal{P}$, intersection de (d) avec l'axe des abscisses.

b) En déduire une équation de la droite (Δ) passant par le point $\mathcal{P}$ et parallèle à la droite (t) d'équation $(t) : y = \frac{2}{3}x - \sqrt{5}$.

1.1 $\quad (d) : y = -2x + 5 \qquad (t)\ : \ y = \frac{1}{2}x - 2$

1.2 $\quad (d) : y = -\frac{1}{5}x + 1 \qquad (t)\ : \ y = \frac{3}{4}x - 3$

Travaillez l'exercice **EB 5.1**. **Étudiez sa correction détaillée**. Ensuite, pour vous assurer de la bonne mémorisation de la méthode mise en œuvre, **reprenez l'énoncé** en remplaçant **les données grisées** par celles de l'exercice 1.1
Éventuellement, recommencez avec les données de l'exercice 1.2.

Les corrections de ces nouveaux exercices ne sont pas rédigées : seuls les résultats attendus sont fournis. Ils figurent à la suite de la correction détaillée de l'exercice **EB 5.1**.

LES FONCTIONS

Chapitre 2

TECHNIQUES DE BASE

TB 2.1 Reconnaître une fonction

Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$

Les fonctions abordées sont généralement des fonctions numériques d'une variable réelle pour lesquelles **l'ensemble de définition** est généralement donné.

Ensemble des éléments de l'ensemble de départ qui ont une image.

Elles sont définies :

f est le nom de la fonction

x représente la variable

• soit par une formule, de la forme $f(x) =$ ... ;

Formule permettant de calculer l'image de x par f

• soit par une courbe tracée dans un repère du plan ;

• soit par un tableau à deux lignes : sur la première ligne les éléments de l'ensemble de définition et sur la deuxième ligne, sous chaque élément, son image.

Exemples

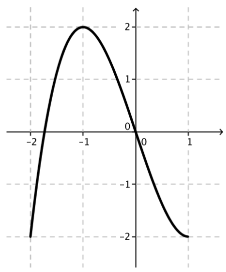
1) La formule $f(x) = 3x - 1$ définit une fonction dont l'ensemble de définition est $\mathbb{R}$. Chaque nombre réel x a une image et une seule, obtenue en calculant $3x - 1$.

2) La formule $g(t) =$ "nombre de décimales du réel t" définit une fonction dont l'ensemble de définition n'est pas $\mathbb{R}$. Certains réels ont une image (tous ceux qui admettent une écriture décimale : les nombres entiers appartenant à $\mathbb{Z}$ et les nombres décimaux) d'autres n'ont pas d'image (les réels qui ne sont pas décimaux, par exemple $\frac{1}{3}$, π, $-\frac{3}{7}$, $\sqrt{2}$, ...).

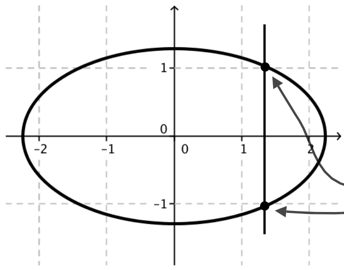
3) La formule $h(z)=\dfrac{z}{z+1}$ définit une fonction dont l'ensemble de définition est $\mathbb{R}-\{-1\}$ (tous les nombres réels ont une image sauf $z=-1$, qui annule le dénominateur).

4) La courbe tracée ci-contre définit une fonction : toute verticale ne rencontre la courbe qu'en au plus un point.

On lit son ensemble de définition : $\mathcal{E}=[-2;1]$.



5)



La courbe ci-contre ne définit pas une fonction puisque au moins une verticale rencontre la courbe en plus d'un point (deux points en l'occurrence).

6) Le tableau ci-dessous définit une fonction p de $\{-3\,;-2\,;0\,;1{,}6;2\,;5\,;7\}$ vers l'ensemble $\{-1;1\}$:

Éléments	–3	–2	0	1,6	2	5	7
Images	–1	1	1		1	–1	–1

Manifestement, l'élément 1,6 n'a pas d'image. Pas gênant !

Remarques

1) Toute formule de la forme $y=(\text{expression contenant } x)$ définit une fonction qui au nombre réel x associe le nombre réel y. Il peut se produire que pour certaines valeurs de x, on ne puisse pas calculer y, ce qui n'est pas grave : ces valeurs n'appartiendront pas à l'ensemble de définition de la fonction ! En revanche, si pour une valeur x donnée, on peut calculer y, il est clair que cette valeur calculée est unique : le résultat de l'application d'une formule (aussi compliquée soit-elle) est toujours unique, s'il existe. On retrouve bien qu'à l'aide d'une formule, on associe, à tout élément de l'ensemble de départ, **au plus une image** (0 ou 1) dans l'ensemble d'arrivée.

2) Pour qu'une courbe définisse une fonction il suffit que toute verticale rencontre la courbe en **au plus un point**.

3) Pour qu'un tableau définisse une fonction il suffit que, sur la première ligne du tableau, aucun élément ne soit répété. Ainsi chaque élément de l'ensemble de départ aura **au plus une** image.

TB 2.2 Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction

L'ensemble de départ est formé de deux catégories de nombres :
• ceux qui n'ont pas d'image ;