Chapitre 11

LA DEUXIÈME LOI DE NEWTON

Partie : *Mouvement et interactions*
2. *Relier les actions appliquées à un système à son mouvement (épisode 1)*

Après avoir décrit un mouvement, l'objectif est maintenant de « Relier les actions appliquées à un système à son mouvement ». Autrement dit, relier les forces appliquées au système au mouvement du système. Nous consacrerons 4 chapitres à cette importante partie !
L'une des façons d'atteindre cet objectif est d'utiliser la deuxième loi de Newton. Vous devez être performant sur le sujet et apporter une attention toute particulière à cette loi car elle est fondamentale.
Vous vous doutez qu'il existe une première loi de Newton. Cette loi est importante car elle permet d'introduire la notion de référentiel galiléen.
Du coup ce chapitre d'introduction ne comportera que deux méthodes …

MÉTHODE 1 : Utiliser la première loi de Newton

■ Rappels

- Première loi de Newton (ou principe d'inertie) : dans un référentiel galiléen, si le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un solide est constant alors la somme vectorielle des forces extérieures appliquées au solide est nulle et réciproquement.
- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton est vérifiée.

■ Principe

Remarquons tout d'abord que la première loi de Newton est une équivalence. Pour parler simplement, elle marche dans les deux sens.
Généralement la donnée est : « le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un solide est constant » ou « le centre d'inertie d'un solide a un mouvement rectiligne uniforme » ce qui signifie la même chose.
Dans ce cas, il ne faut pas hésiter : la somme vectorielle des forces appliquées au solide est nulle.
Cette relation d'apparence simple (d'apparence seulement car il s'agit d'une relation vectorielle) permet de déterminer une des forces si on connaît les autres.
Remarque : il sera beaucoup question de centre d'inertie ou de centre de masse d'un solide. Ces deux termes sont synonymes.

■ **Exemple**
Une voiture de masse m = 1,3 t roule en ligne droite sur une route horizontale. La résistance à l'avancement due aux différents frottements est équivalente à une force constante $\vec{f}$ de valeur f = $5{,}0 \times 10^2$ N.
La voiture roule à la vitesse constante $v_0 = 72$ km.h^{-1}.
Quelle est la valeur de la force motrice $\vec{F_1}$?

Le système considéré est la voiture.
Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.
La voiture est soumise à son poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}$ de la route, la force modélisant les frottements $\vec{f}$ et la force motrice $\vec{F_1}$.
Le centre d'inertie G de la voiture possède un mouvement rectiligne uniforme donc d'après la première loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F_1} = \vec{0}$.
Par projection sur un axe horizontal Ox orienté dans le sens du mouvement de G, on obtient : $0 + 0 - f + F_1 = 0$ car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont des directions verticales.
Finalement : $F_1 = f = 5{,}0 \times 10^2$ N.

■ **Astuce**
Projeter une relation vectorielle du type $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$ sur un axe perpendiculaire à $\vec{F_3}$ (par exemple) permet d'obtenir une relation ne faisant pas intervenir F_3.

■ **Erreur classique**
N'écrivez pas que $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{0}$ entraîne $F_1 + F_2 + F_3 = 0$!

MÉTHODE 2 : Utiliser la deuxième loi de Newton

■ **Rappel**
Deuxième loi de Newton (ou théorème du centre d'inertie) : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur un solide de masse constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie G : $\vec{F} = m\,\overrightarrow{a_G}$.

■ **Principe**
Comme annoncé, on passe aux choses sérieuses. Cette méthode doit être parfaitement maîtrisée. Dans tous les cas, vous devez :
- définir le système donc le solide auquel vous allez appliquer la loi ;
- choisir et énoncer le référentiel galiléen d'étude ;
- effectuer le bilan des forces extérieures qui s'appliquent au solide ;
- écrire la relation vectorielle qui exprime la loi.

La réalisation systématique et rigoureuse de ces quatre étapes vous évitera d'avoir à vous gratter la tête en vous demandant par quel bout prendre le problème.
Une fois écrite, la deuxième loi de Newton permet de déterminer :
- le vecteur accélération du centre d'inertie si on connaît les forces extérieures qui s'appliquent au solide ;

- la somme vectorielle des forces extérieures qui s'appliquent au solide si on connaît le vecteur accélération du centre d'inertie puis une des forces si on connaît les autres.

■ Exemple 1

On considère l'exemple de la méthode 1. L'automobile roulant à la vitesse v_0, le conducteur freine pour la stopper.

La force de freinage $\vec{F_2}$ est supposée constante, sa valeur est $F_2 = 2{,}1 \times 10^3$ N.

La force modélisant les frottements garde la valeur $f = 5{,}0 \times 10^2$ N.

Durant cette phase de freinage le vecteur accélération de G est supposé constant. Quelle est la valeur l'accélération du point G ?

Le système considéré est la voiture.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

La voiture est soumise à son poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}$ de la route, la force modélisant les frottements $\vec{f}$ et la force de freinage $\vec{F_2}$.

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F_2} = m\vec{a}$.

Par projection sur un axe horizontal Ox orienté dans le sens du mouvement de G, on obtient : $0 + 0 - f - F_2 = m.a_x$ ($\vec{f}$ et $\vec{F_2}$ sont des vecteurs horizontaux dont le sens est opposé à celui du mouvement).

On obtient : $a_x = -\dfrac{f+F_2}{m} = -2{,}0$ m.s^{-2}.

La valeur de l'accélération du point G est $a = 2{,}0$ m.s^{-2}.

■ Exemple 2

Un mobile de masse m = 650 g, retenu par un fil inextensible de masse négligeable, est astreint à tourner autour d'un axe fixe vertical.

Le mouvement s'effectue sans frottement, à vitesse constante, sur un plan horizontal.

Déterminer la valeur de la force $\vec{T}$ exercée par le fil sur le mobile.

Données :

- le rayon de la trajectoire de G est R = 20 cm ;
- la valeur de la vitesse de G est $v = 1{,}2$ m.s^{-1}.

Le système considéré est le mobile.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

Le mobile est soumis à son poids $\vec{P}$, la réaction normale $\vec{R}$ du plan, la force exercée par le fil $\vec{T}$.

D'après la deuxième loi de Newton $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$.

La trajectoire étant circulaire, on cherche les coordonnées du vecteur accélération du point G dans le repère de Frenet.

$a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$ car v est constante ; $a_n = \dfrac{v^2}{R} = 7{,}2$ m.s^{-2}.

On projette la relation $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$ sur un axe de direction le fil, orienté de G vers O c'est-à-dire dans le sens du vecteur unitaire $\vec{n}$:

$0 + 0 + T = m.a_n$ car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont des directions verticales.

On obtient : $T = m.a_n = 4{,}7$ N.

La valeur de la force $\vec{T}$ est T = 4,7 N.

Réflexes

	SITUATIONS	RÉFLEXES
1.	Énoncer la première ou la deuxième loi de Newton.	- Commencer l'énoncé par : « Dans un référentiel galiléen ». - Énoncer la loi à l'aide d'une phrase et pas uniquement d'une formule.
2.	Appliquer la première ou la deuxième loi de Newton.	- Définir le système. - Choisir le référentiel d'étude. - Effectuer un bilan précis et rigoureux des forces extérieures qui s'appliquent au système. - Citer la loi de Newton utilisée.

Le jour de l'épreuve

■ Vous devez savoir énoncer rigoureusement et sans hésitation les deux premières lois de Newton.

■ Si vous devez appliquer la première ou la deuxième loi de Newton, commencez le raisonnement par : « Le système considéré est … » puis « J'applique la première (ou deuxième) loi de Newton dans le référentiel … supposé galiléen », enfin écrivez la relation vectorielle et pas directement sa projection sur un axe.

■ Attention à bien définir le système pour savoir si les diverses forces considérées sont bien des forces extérieures appliquées au système.

■ N'oubliez surtout pas l'une des forces extérieures appliquées au système. Une telle erreur est rédhibitoire.

■ Sauf cas très particulier, la norme de la somme de deux vecteurs n'est pas égale à la somme leurs normes.

■ Observez bien les formules que vous écrivez : un vecteur est égal à un vecteur, un scalaire à un scalaire. Une formule du genre $\vec{F} = m.a$ est franchement louche.

Chapitre 12

MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

Partie : *Mouvement et interactions*
2. *Relier les actions appliquées à un système à son mouvement (épisode 2)*

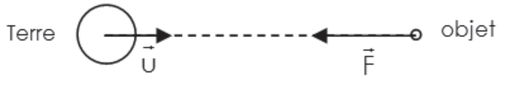
Comme prévu, nous passons à l'application de la deuxième loi de Newton dans une situation particulière, un mouvement dans un champ uniforme.
Qu'est-ce qu'un champ en physique ?
Un champ est la donnée, pour chaque point de l'espace, de la valeur d'une grandeur physique. Cette grandeur peut être scalaire (champ de pression) ou vectorielle (champ magnétique créé par un aimant).
Les deux champs considérés dans ce chapitre sont le champ de pesanteur $\vec{g}$ et le champ électrique $\vec{E}$.
Nous verrons à quelle condition ces champs peuvent être considérés comme uniforme dans une région de l'espace car ils ne le sont pas de façon générale.

1. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Le champ de pesanteur considéré dans cette partie est le champ de pesanteur terrestre. Les méthodes sont également applicables à tout autre champ de pesanteur (créé par la Lune, par Mars, etc.).

MÉTHODE 1 : Étudier le champ de pesanteur terrestre

■ **Rappels**
- La Terre possédant une répartition de masse à symétrie sphérique, la force qu'elle exerce sur un objet ponctuel s'écrit : $\vec{F} = -\frac{G.M_T.m}{r^2}\vec{u}$ où M_T est la masse de la Terre, m la masse de l'objet, r la distance séparant l'objet du centre de la Terre, G la constante universelle de gravitation et $\vec{u}$ un vecteur unitaire.



- Le champ de gravitation créé par la Terre en un point à la distance r du centre de la Terre est : $\vec{\mathcal{G}} = -\frac{G.M_T}{r^2}\vec{u}$.

- Le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ (qui prend aussi en compte les effets de la rotation de la Terre) peut être assimilé au champ de gravitation créé par la Terre : $\vec{g} \approx -\frac{G.M_T}{r^2}\vec{u}$.

■ Principe

On peut, à l'aide de l'expression précédente, retrouver la valeur du champ de pesanteur terrestre à la surface de la Terre : $g_0 = 9,8$ N.kg^{-1}.
Puis exprimer g en fonction de g_0.
Et enfin chercher quelles sont les dimensions d'une région de l'espace à l'intérieur de laquelle le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme c'est-à-dire possédant la même direction et la même norme en tout point.

■ Exemple

1. Calculer la valeur g_0 du champ de pesanteur terrestre à la surface de la Terre.
2. Donner l'expression du champ de pesanteur terrestre g à l'altitude h en fonction de g_0, R_T et h.
3. À quelle altitude la valeur du champ de pesanteur terrestre a-t-elle diminué de 1 % par rapport la valeur de g_0 ?
<u>*Données*</u> :
constante de gravitation : $G = 6,67\times10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2}
rayon de la Terre : $R_T = 6,4\times10^3$ km
masse de la Terre : $M_T = 6,0\times10^{24}$ kg.

----

1. Il s'agit d'une simple application numérique : $g_0 = \frac{G.M_T}{R_T^2} = 9,8$ N.kg^{-1}.

2. $g_0 = \frac{G.M_T}{R_T^2}$ donc $G.M_T = g_0.R_T^2$

$g = \frac{G.M_T}{(R_T+h)^2} = g_0\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$.

3. On cherche à quelle altitude h, $g = 0,99.g_0$.

Dans ce cas : $\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} = 0,99$ donc $\frac{R_T}{(R_T+h)} = \sqrt{0,99}$.

On obtient : $h = R_T\frac{1-\sqrt{0,99}}{\sqrt{0,99}} = 32$ km.

À la surface de la Terre, dans une région de l'espace dont les dimensions sont de l'ordre de quelques km, le champ de pesanteur terrestre peut donc être considéré comme uniforme.

■ Astuce

Cette méthode est évidemment applicable à toute autre astre que la Terre. Il suffit de remplacer M_T et R_T par la masse et le rayon de l'astre.

■ Erreur classique

Si on vous demande l'expression vectorielle de la force exercée par la Terre sur un objet ou celle du champ de pesanteur terrestre, ne pas oublier de définir et d'utiliser le vecteur unitaire $\vec{u}$.

MÉTHODE 2 : Obtenir l'équation horaire du mouvement dans le cas d'une chute libre verticale

■ **Rappels**

- Un corps est en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids.
- Dans une région limitée de l'espace (dont les dimensions sont de l'ordre de quelques kilomètres) le champ de pesanteur terrestre peut être considéré comme uniforme.

■ **Principe**

L'obtention de l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G d'un solide en chute libre verticale s'effectue en trois étapes.
- La première nécessite l'application de la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le bilan des forces extérieures appliquées au solide est vite fait puisqu'il est en chute libre. Par projection de la relation vectorielle sur un axe vertical, on obtient la coordonnée sur cet axe du vecteur accélération de G.
- La deuxième permet, par intégration, d'obtenir celle du vecteur vitesse de G, la constante d'intégration étant déterminée grâce à la vitesse initiale.
- La troisième, par une nouvelle intégration, donne la coordonnée du vecteur position de G, la constante d'intégration étant déterminée grâce à la position initiale.

■ **Exemple**

Un solide possède un mouvement de chute libre verticale suivant un axe Oz vertical et orienté vers le haut.
La vitesse initiale $\vec{v_0}$ du solide s'écrit : $\vec{v_0} = v_0\vec{k}$ où $\vec{k}$ est le vecteur unitaire de l'axe Oz.
À l'instant initial, le centre d'inertie G du solide est au point O.
Le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ est uniforme.
Déterminer l'équation horaire z(t) du mouvement de G.

- <u>1^{re} étape</u> : obtention de a_z
Le système considéré est le solide en chute libre.
Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le solide n'est soumis qu'à une force extérieure : son poids.
La deuxième loi de Newton appliquée au solide s'écrit : $\vec{P} = m\vec{a}$.
Or $\vec{P} = m\vec{g}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.
Suivant Oz : $a_z = -g$

- <u>2^e étape</u> : obtention de v_z
Comme g est une constante, la relation $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ donne : $v_z = -g.t + C$ où C est une constante.
À $t = 0$: $v_z(0) = v_0$ donc $C = v_0$ et $v_z = -g.t + v_0$.

- 3e étape : obtention de z

La relation $v_z = \frac{dv_z}{dt}$ donne $z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t + C'$ où C' est une constante.

À t = 0 : G est au point O donc C' = 0 et $z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.t$.

■ **Erreur classique**

Que l'axe Oz soit orienté vers le haut ou vers le bas, on a toujours $\vec{a} = \vec{g}$ pour une chute libre.
C'est lors de la projection des vecteurs sur un axe vertical qu'intervient une question de signe :
avec Oz orienté vers le haut, $a_z = -g$;
avec Oz orienté vers le bas, $a_z = +g$.

MÉTHODE 3 : Obtenir les équations horaires du mouvement dans le cas d'une chute libre non verticale

■ **Principe**

Précisons tout d'abord que pour qu'un solide soit en chute libre non verticale, il suffit que le vecteur vitesse initial ne soit pas vertical.
L'obtention des équations horaires du mouvement du centre d'inertie G du solide s'effectue en trois étapes sur le même principe que pour la méthode 2.
- La première nécessite l'application de la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le bilan des forces extérieures appliquées au solide est toujours vite fait puisqu'il est en chute libre. Par projection de la relation vectorielle sur les axes d'un repère orthonormé, on obtient les coordonnées du vecteur accélération de G.
- La deuxième permet, par intégration, d'obtenir celles du vecteur vitesse de G, les constantes d'intégration étant déterminées grâce à la vitesse initiale.
- La troisième, par une nouvelle intégration, donne les coordonnées du vecteur position de G, les constantes d'intégration étant déterminées grâce à la position initiale.

On démontre par la même occasion que le mouvement est plan : il a lieu dans le plan contenant le point O et le vecteur vitesse initial.

■ **Exemple**

Un solide possède un mouvement de chute libre.
La vitesse initiale $\vec{v_0}$ du centre d'inertie G du solide s'écrit :

$\vec{v_0} = v_0.(\cos\alpha)\vec{i} + v_0.(\sin\alpha)\vec{k}$ avec $\vec{i}$ et $\vec{k}$ vecteurs unitaires des axes Ox et Oz.

L'axe Ox est horizontal et l'axe Oz est vertical et orienté vers le haut.
À l'instant initial, le centre d'inertie G du solide est au point O.
Le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ est uniforme.

a. Déterminer les équations horaires x(t) et z(t) du mouvement de G.
b. Montrer que le mouvement est plan.
