

NOUVEAUX
PROGRAMMES !

**1^{re} TRONC
COMMUN**

**501 EXERCICES
CORRIGÉS
DE MATHÉMATIQUES**

Konrad Renard

POUR RÉUSSIR SON ANNÉE



Chapitre 1

Statistiques

1.1 Statistiques à une variable

1.1.1 Point de cours

Vocabulaire :

- On appelle **population** l'ensemble des personnes ou des objets étudiés. Un **individu** est un élément de la population.
- Réaliser une étude statistique consiste à classer les **individus** d'une **population** en fonction d'un **caractère** (ou **variable**).
- Un caractère peut être **qualitatif** ou **quantitatif**.
- On suppose que le caractère étudié prend les valeurs x_1, x_2, \dots, x_p avec les effectifs respectifs n_1, n_2, \dots, n_p .

L'**effectif total** N de la série est : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

☞ Ce qui se note aussi : $N = \sum_{i=1}^p n_i$ se lit « somme des n_i pour i allant de 1 à n ».

- La **fréquence** d'un caractère x_i est égale à $f_i = \frac{n_i}{N}$.

Paramètres de position : les paramètres de position permettent de dégager la tendance centrale de la série statistique étudiée.

- La **moyenne** $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i$.

- Le **mode** est la valeur (ou les valeurs) du caractère de plus grand effectif.
- La **médiane** est une valeur M du caractère qui partage la population ordonnée en deux sous-ensembles de même effectif.
- Les **quartiles** sont les trois valeurs du caractère qui partagent les valeurs ordonnées du caractère en quatre sous-ensembles de même effectif. Le premier quartile, noté Q_1 , est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des données sont inférieures ou égales à Q_1 . Le troisième quartile, noté Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des données sont inférieures ou égales à Q_3 . Le deuxième quartile, noté Q_2 , n'est autre que la médiane.

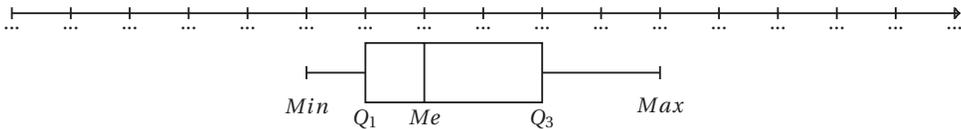
Propriété : Soient a et b deux réels, si une série de valeurs x_1, x_2, \dots, x_p a pour moyenne \bar{x} alors la série de valeurs $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_p + b$ a pour moyenne $a\bar{x} + b$

Paramètres de dispersion : les paramètres de dispersion permettent de mesurer l'étalement de la série statistique autour de sa tendance centrale.

- L' **étendue** est la différence entre les deux valeurs extrêmes prises par le caractère étudié.
- L' **écart interquartile** est la différence $Q_3 - Q_1$.
- $[Q_1 ; Q_3]$ est l' **intervalle interquartile**.
- La **variance** est la moyenne des carrés des écarts entre chaque valeur x_i et la moyenne :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i(x_i - \bar{x})^2.$$

- L' **écart type** est la racine de la variance : $\sigma = \sqrt{V}$. L'écart type mesure la dispersion de la série autour de la moyenne.
- Le **diagramme en boîte** (ou boîte à moustaches) permet de résumer les caractères de position d'une série statistique :



1.1.2 Exercices d'application de cours

EXERCICE 1

5 minutes

Dans un club de vacances, entre 13 et 16h les vacanciers sont répartis entre cinq activités :

- 30% ont choisi : « faire la sieste dans un hamac » ;
- 28% ont choisi : « bronzer sur la plage » ;
- 22% ont choisi : « baignade à la piscine » ;
- 14% ont choisi : « jeux vidéos » ;
- 6% ont choisi : « tournoi de beach volley ».

1. Faire un tableau pour représenter les résultats précédents.
2. Faire les calculs d'angles nécessaires à la construction d'un diagramme circulaire.
3. Construire un diagramme circulaire illustrant la répartition des activités du centre de vacances.

EXERCICE 2

10 minutes

On étudie la fréquentation d'un parc d'attraction en 2003 et 2018.

Le nombre annuel de visiteurs, en millions, constitue une liste de 15 valeurs :

11,7	12,6	12,1	12,5	12,2
12,2	13,1	12,4	12,4	12,2
12,8	14,5	15,3	15,4	15,0

On entre ces valeurs dans la calculatrice et on calcule les paramètres de cette liste à une variable (le nombre de visiteurs). On obtient sur la calculatrice :

Stats 1-var
 $\bar{x} = 13.09333$
 $\Sigma x = 196.4$
 $\Sigma x^2 = 2594.3$
 $\sigma x = 1.23205338$
 $\downarrow n = 15$

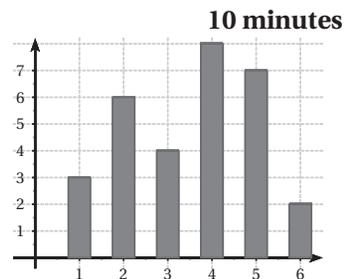
Stats 1-var
 $\uparrow n = 15$
 $minX = 11.7$
 $Q_1 = 12.2$
 $Med = 12.5$
 $Q_3 = 14.5$
 $maxX = 15.4$

1.
 - a. Quel est le nombre moyen de visiteurs par an?
 - b. Que vaut l'écart type arrondi à 0,01 près?
2.
 - a. La médiane 12,5 est-elle une valeur de la série? Si oui, expliquer pourquoi?
 - b. Peut-on lire directement la médiane dans la liste donnée? Si non, que faut-il faire?
3.
 - a. Calculer l'écart interquartile IQ de cette série.
 - b. Comparer cet écart au double de l'écart type.
4. En 2019, le parc annonce 15,6 millions de visiteurs.
 - a. La moyenne augmente-t-elle?
 - b. La médiane change-t-elle?
 - c. Le nouveau premier quartile Q_1 est-il encore égal à 12,2?

EXERCICE 3

Une enquête réalisée auprès d'un groupe de 30 élèves pour connaître le nombre d'enfants présents dans leur foyer est représentée par le graphique ci-contre.

1. Déterminer les fréquences des différentes modalités de ce caractère.
2. Construire le diagramme circulaire de cette série.



EXERCICE 4

Le président du club de tennis de Mathsville a établi le tableau des effectifs de son club par catégorie d'âge, mais il a malheureusement perdu une partie des données.

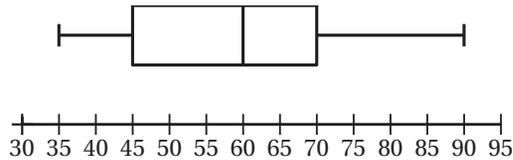
Catégorie	Garçons	Filles	Total
Poussin	45	54	
Benjamin	49		102
Minime		47	100
Cadet			
Total		202	398

1. Calculer le nombre total de poussins.
2. Quel est le nombre de benjamines?

3. Compléter le tableau précédent.
4. Calculer la fréquence de chaque catégorie.
5. On ne s'intéresse dans cette question qu'aux filles.
Calculer la fréquence de chaque catégorie.

EXERCICE 5**5 minutes**

Le diagramme en boîte ci-dessous donne le budget moyen mensuel, en dizaines d'euros, consacré à l'alimentation par 750 familles de quatre personnes.



1. Lire les paramètres de cette série statistique indiqués par le diagramme.
2. Quelle est la part de ces familles dont le budget mensuel est compris entre 600 et 700 €?

EXERCICE 6**5 minutes**

La répartition des salaires dans une entreprise est donnée dans le tableau suivant :

Salaires en €	Effectifs	ECC	Fréquences	FCC
[750 ; 1000[150			
[1000 ; 1250[350			
[1250 ; 1500[200			
[1500 ; 1750[150			
[1750 ; 2000[50			
[2000 ; 2250[30			
[2250 ; 2500[10			
Total				

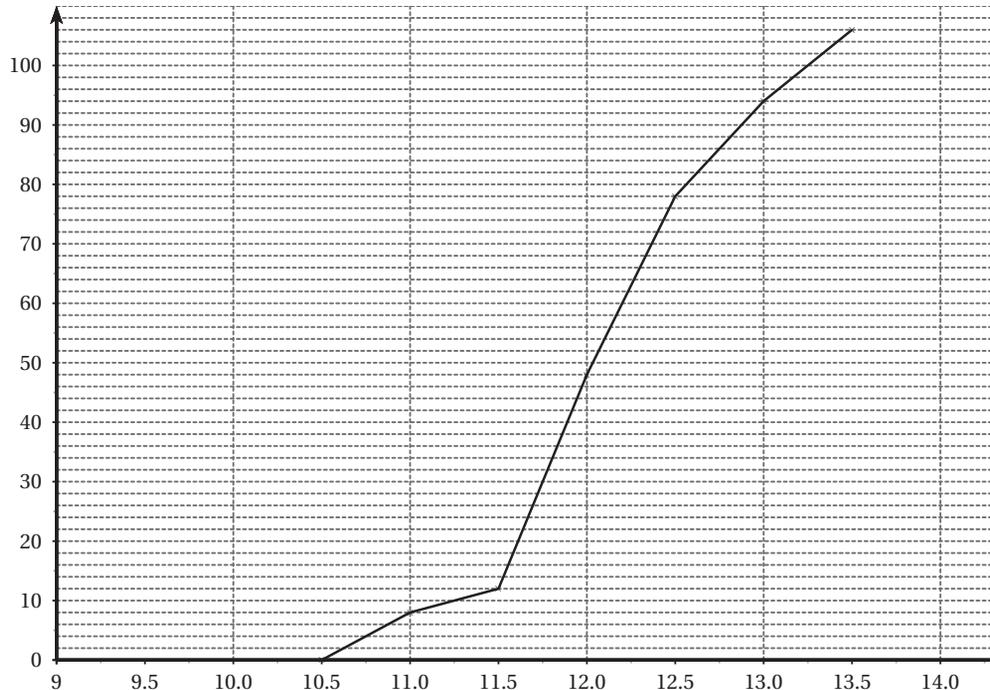
Déterminer les effectifs cumulés croissants (ECC), puis les fréquences (sous forme décimale arrondie au centième) puis les fréquences cumulées croissantes (FCC).

EXERCICE 7**5 minutes**

1. Déterminer une série statistique de 9 entiers tels que la moyenne soit égale à 11, la médiane à 12 et l'étendue à 18.
2. Déterminer une série statistique de 12 entiers tels que la moyenne soit égale à 10, la médiane à 9 et l'étendue à 22.

EXERCICE 8**10 minutes**

Grâce à la collecte des températures en France entre 1901 et 2006, on a pu tracer le polygone des effectifs cumulés croissant des températures annuelles moyennes.



1. A l'aide du graphique précédent, déterminer la valeur de la médiane.
2. Compléter le tableau des effectifs suivants :

Température moyenne	[10 ; 10,5[[10,5 ; 11[[11 ; 11,5[[11,5 ; 12[[12 ; 12,5[[12,5 ; 13[[13 ; 13,5[
Nombre d'années							

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart type de cette série statistique arrondis au centième près.

EXERCICE 9**10 minutes**

Zébulon fait le bilan de son trimestre.

1. Voici ses notes de mathématiques (sur 20) :

5	10	3	16	9	14	12	13
---	----	---	----	---	----	----	----

Quelle moyenne a-t-il obtenu en mathématiques ce trimestre? Justifier la réponse par un calcul.
2. Il reste un dernier devoir, Zébulon veut avoir 15 de moyenne en mathématiques ce trimestre? Est-ce possible? Justifier la réponse.
3. Zébulon revoit ses ambitions à la baisse. Peut-il avoir 11 de moyenne? Si oui, quelle doit être sa note au dernier devoir? Justifier la réponse.

EXERCICE 10**10 minutes**

On a relevé, pour 50 pays, la puissance de leurs installations photovoltaïques en mégawatt (MW). Ces relevés sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Puissance photovoltaïque en MW	Nombre de pays	Centre de classe x_i	Produit : $n_i x_i$
[0; 50[5	25	125
[50; 100[10	75	750
[100; 150[8
[150; 200[17
[200; 250[7
[250; 300[3
Total	50		...

1. Le caractère étudié est-il qualitatif ou quantitatif?
2. On considère que chaque pays a produit une puissance égale au centre de la classe dans laquelle il est compté. Calculer la puissance photovoltaïque moyenne \bar{x} .
3. Calculer le nombre de pays qui ont produit au moins 150 MW.
4. Calculer le nombre de pays qui ont produit moins de 200 MW. Exprimer ce résultat en pourcentage par rapport au nombre total de pays.

1.1.3 Exercices d'approfondissement**EXERCICE 11****10 minutes**

Gertrude vient de passer un examen. Pour entrer dans cette école, elle doit avoir au minimum 10 de moyenne.

Elle a obtenu des résultats suivants :

Matière	Français	Anglais	Chinois	Espagnol	Mathématiques	Physique	SVT
Notes	12	15	13	18	5	5	7
Coefficients	5	3	2	2	5	3	3

1. Quelle moyenne Gertrude a-t-elle obtenu à son examen? Justifier la réponse par un calcul.
2. Gertrude choisit de prendre en plus une option qui sera notée avec un coefficient 2. Quelle note doit-elle obtenir AU MINIMUM pour réussir son examen?

EXERCICE 12**10 minutes**

On dispose d'une série statistique prenant les valeurs x_1, x_2, \dots, x_p et d'effectifs respectifs n_1, n_2, \dots, n_p avec $n_1 + n_2 + \dots + n_p = N$.

1. Démontrer que la somme des fréquences est égale à 1.
2. Démontrer que la variance est aussi égale à $V = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2$.

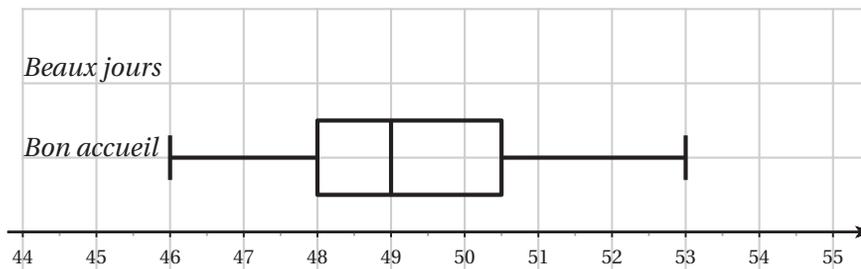
EXERCICE 13**15 minutes**

Dans tout l'exercice, les tailles sont exprimées en centimètres.

1. L'équipe de soins de la maternité « Beaux jours » a relevé la taille des nouveaux-nés au mois de janvier 2013. Les 57 tailles sont données dans le tableau suivant :

Taille	46	47,5	48	48,5	49	49,5	50	50,5	51	51,5	52	52,5	53
Effectif	1	2	3	5	5	7	9	8	6	5	3	2	1
E.C.C.													

- Compléter le tableau précédent.
- Déterminer la médiane et les quartiles de cette série statistique.
- Déterminer la moyenne de cette série statistique, arrondie à 10^{-3} près.
- Tracer le diagramme en boîte de cette série statistique.



- L'équipe de soin de la maternité « Bon accueil » a tracé le diagramme en boîte ci-dessus correspondant aux tailles des 64 nouveaux-nés de son service. On sait de plus que la taille moyenne des nouveaux-nés en janvier dans ce service est de 49,3 cm. Déterminer la médiane et les quartiles de cette série statistique.
- Parmi les deux maternités (les seules de la ville), une seule possède un service pour les naissances prématurées. Quelle est cette maternité? Justifier la réponse.

EXERCICE 14**20 minutes**

- Démontrer la propriété : Soient a et b deux réels, si une série de valeurs x_1, x_2, \dots, x_p a pour moyenne \bar{x} alors la série de valeurs $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_p + b$ a pour moyenne $a\bar{x} + b$.
- Soient deux séries statistiques x_1, x_2, \dots, x_n et y_1, y_2, \dots, y_p de moyennes respectives \bar{x} et \bar{y} . Justifier que la moyenne de la série $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_p$ est égale à $\frac{n\bar{x} + p\bar{y}}{n + p}$.
- Dans un marathon, 53 concurrents sont inscrits en tant que professionnels et 2 354 en tant qu'amateurs. Le temps moyen pour les professionnels est de 2h 15 contre 3h 59 pour les amateurs. Calculer le temps moyen mis par les participants.
- Lors du dernier devoir, la moyenne de la classe n'était que de 8,5 sur 20.
 - De combien doit-on augmenter chaque note pour obtenir une moyenne de 10 pour la classe?

- b. Trouvant cette méthode injuste, l'enseignant préfère multiplier les notes des élèves par un même coefficient t . Quelle doit être la valeur de t pour obtenir une moyenne de 10 pour la classe?

EXERCICE 15**10 minutes**

Huit sprinters effectuent deux 100 m. Leurs temps sont donnés dans le tableau suivant :

	Sprinter A	Sprinter B	Sprinter C	Sprinter D	Sprinter E	Sprinter F	Sprinter G	Sprinter H
Sprint 1	10"14	10"17	9"94	10"05	10"25	10"09	9"98	10"32
Sprint 2	10"41	9"97	9"96	10"12	10"19	10"24	10"12	10"17

Soit x_A, x_B, \dots, x_H les temps respectifs des sprinters A, B, \dots, H au sprint 1 et y_A, y_B, \dots, y_H les temps respectifs des sprinters A, B, \dots, H au sprint 2.

1. Calculer les temps moyens \bar{x} et \bar{y} des sprints 1 et 2.
2. Calculer les écarts types σ_x et σ_y .
3. Lequel des deux sprints a été le plus homogène?

EXERCICE 16**20 minutes**

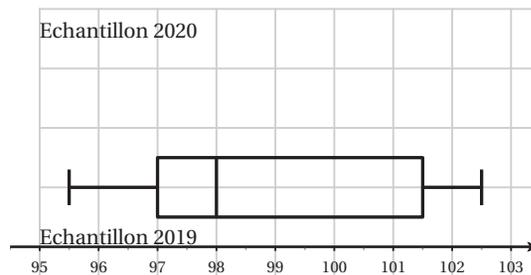
Une entreprise qui produit du chocolat, fabrique des tablettes de 100 grammes.

Au début de l'année 2020, elle décide de prélever un échantillon dans sa production afin de vérifier la masse.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Masse (en grammes)	96	97	98	99	100	101	102	103
Effectif	5	6	9	13	32	16	5	4

1. Calculer la masse moyenne μ , exprimée en grammes, des tablettes de cet échantillon (arrondir au dixième).
2. On admet que l'écart type σ de cette série est égal à 1,6. Calculer $\mu - 2\sigma$ et $\mu + 2\sigma$.
3. Déterminer le pourcentage des tablettes dont la masse est dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$.
4. Déterminer la médiane et les quartiles de l'échantillon 2020.
5. Tracer le diagramme en boîte de cette série sur le graphique ci-dessous.
6. Un échantillon a été prélevé fin 2019, voici son diagramme en boîte :



Donner les valeurs du minimum, du maximum, des quartiles et de la médiane de cet échantillon 2019.