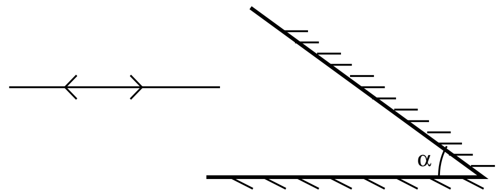
OPTIQUE GEOMETRIQUE

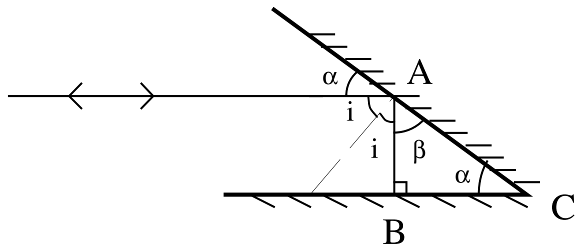
Réflexion et réfraction

Exercice 1

Un rayon lumineux pénètre dans un système optique composé de 2 miroirs plans faisant un angle α entre eux. Sachant qu'il rentre parallèlement à un miroir et qu'il ressort du système en revenant sur lui-même après 3 réflexions, déterminer la valeur de α.



La construction géométrique est la suivante :



La réflexion au point B fait revenir le rayon sur lui-même. Ceci implique que le rayon arrive perpendiculairement en B.

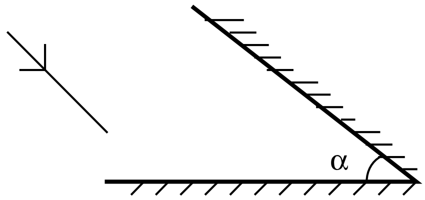
D'autre part, l'égalité des angles d'incidence et de réflexion en A $(i = \frac{\pi}{2} - \alpha)$ permet de montrer que $\beta = \alpha$.

Globalement, nous obtenons donc pour la somme des angles du triangle ABC :

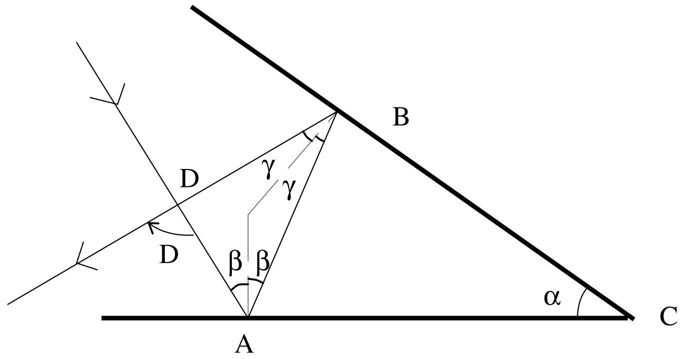
$$\frac{\pi}{2} + 2\alpha = \pi \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\pi}{4}}$$

Exercice 2

Soient deux miroirs plans faisant un angle α entre eux. On considère un rayon incident subissant une réflexion sur chacun des miroirs. Déterminer la déviation, c'est à dire l'angle que font les directions des rayons incident et émergent.



La construction est la suivante :



Dans le triangle ABD, nous avons :

$$(\pi - D) + 2\beta + 2\gamma = \pi \quad \Rightarrow D = 2\beta + 2\gamma$$

D'autre part, dans le triangle ABC :

$$\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) + \alpha = \pi \;\Rightarrow\; \alpha = \beta + \gamma$$

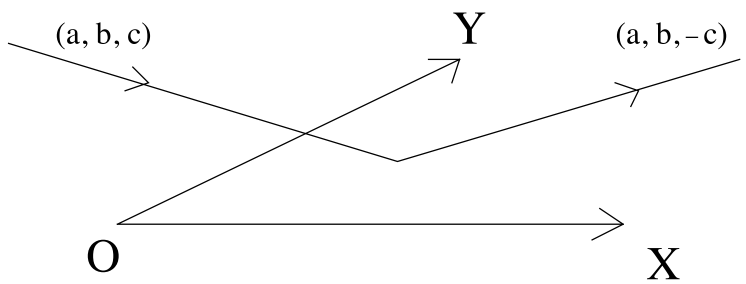
On en déduit donc :

$$\boxed{D = 2\alpha}$$

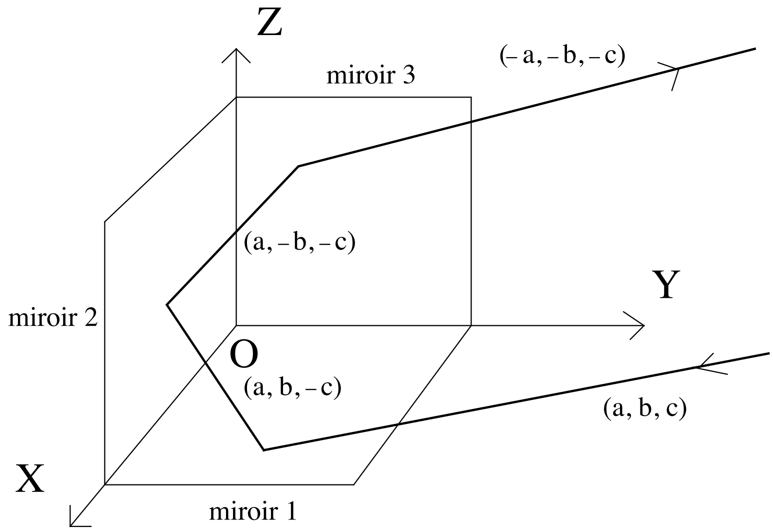
Exercice 3

On dispose de trois miroirs plans parfaitement réfléchissants. Comment faut-il les disposer pour qu'un rayon pénétrant dans la structure optique ainsi constituée, en ressorte en suivant une direction de propagation opposée à celle incidente ?

Lorsqu'un rayon de vecteur de propagation (a, b, c) se réfléchit sur un miroir situé dans un plan XOY, son vecteur de propagation devient (a, b, –c).



Si l'on veut que le rayon reparte dans une direction opposée à celle incidente, il faut renverser le vecteur de propagation en (–a, –b, –c).
Pour cela, il faut monter les trois miroirs perpendiculairement pour former un "coin de cube" ; un rayon rentrant avec un vecteur de propagation (a, b, c) en sortira après s'être réfléchi sur chaque miroir avec un vecteur (–a, –b, –c).

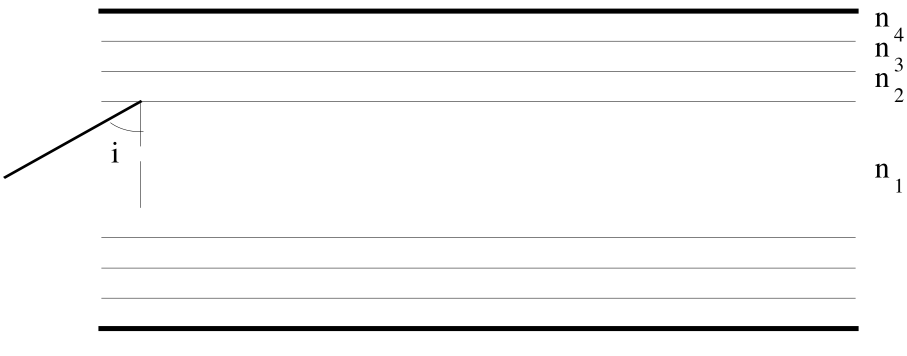


Remarque

Les astronautes ont laissé un tel réflecteur sur la Lune. A l'aide d'un rayon laser tiré à partir de la Terre, on a pu mesurer la distance Terre-Lune D en mesurant l'écart de temps $\Delta t = \frac{2D}{c}$ *entre l'émission et la réception sur Terre du rayon réfléchi par le coin de cube.*

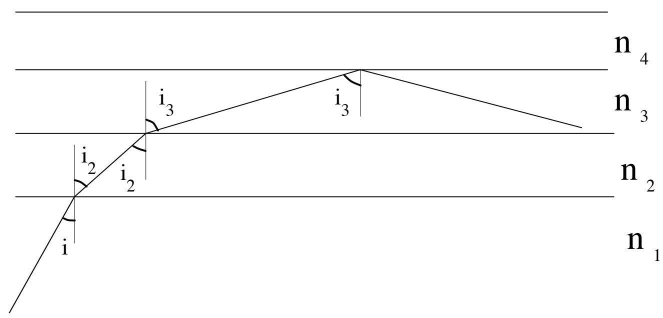
Exercice 4

Une fibre optique, de forme cylindrique, est constituée d'un coeur d'indice n_1 entouré successivement par des couches d'indices n_2 , n_3 , n_4 avec $n_4 = 1{,}5 < n_3 < n_2 < n_1 = 1{,}7$. Le tout est entouré d'une gaine absorbante.



1) Calculer la valeur minimale de i pour que le signal lumineux se propage le long de la fibre sans perte.
2) Tracer l'allure du trajet suivi par un rayon lumineux arrivant avec un angle $i > i_{min}$.

Pour que le rayon lumineux se propage sans perte le long de la fibre optique, il faut une réflexion totale sur le dioptre n_3/n_4.



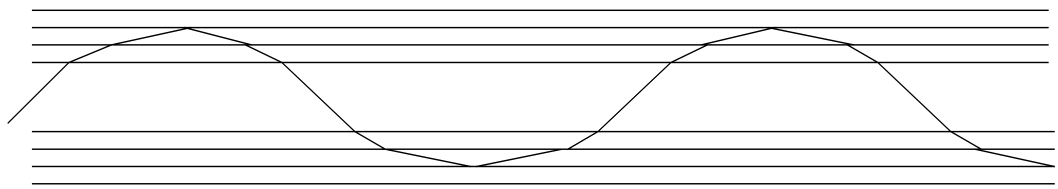
D'après les lois de Descartes :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 \geq n_4 \quad \Rightarrow \quad n_1 \sin i_1 \geq n_4$$

On en déduit :

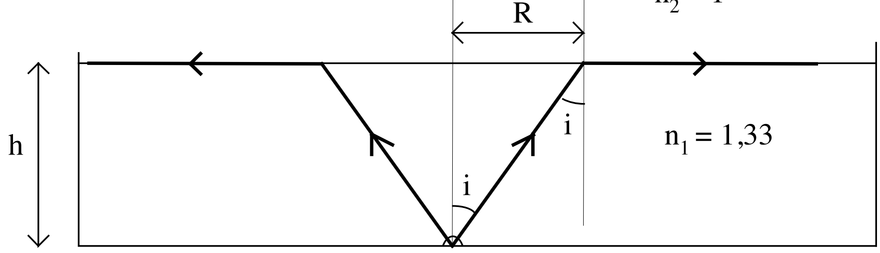
$$\boxed{\sin i \ \geq \frac{n_4}{n_1} = 0{,}882 \ \Rightarrow \ i_{min} = 61{,}9°}$$

2) Le rayon lumineux se propagera dans la fibre de la manière suivante :



Exercice 5

Un bassin de profondeur h = 1 m est totalement rempli d'eau d'indice n = 1,33. Au fond du bassin est placée une source ponctuelle émettant de la lumière dans toutes les directions. Quel est le rayon du disque lumineux qui se forme à la surface de l'eau ?



Le disque à la surface correspond à la limite de la réflexion totale. On en déduit :

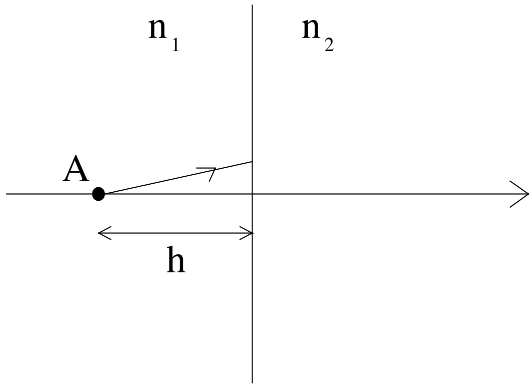
$$n_1 \sin i = n_2 \ \Rightarrow \ i = 48{,}8°$$

Le rayon du disque lumineux vaut donc :

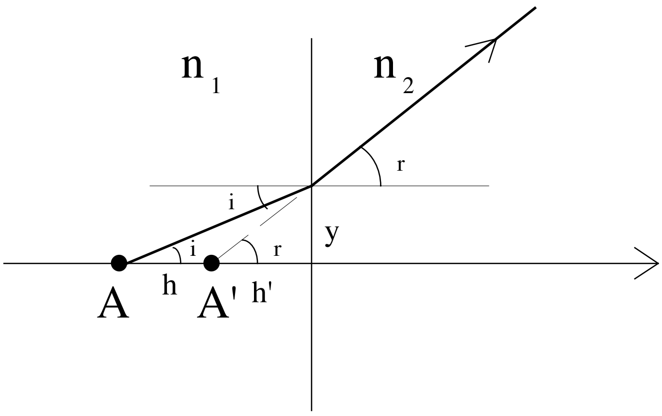
$$\boxed{R = h \tan i = 1{,}14 \ \text{m}}$$

Exercice 6

Un dioptre plan sépare deux milieux d'indice n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$. Un point lumineux A émet des rayons peu inclinés par rapport à l'axe. Déterminer l'image A' de A à travers le dioptre.



La construction du rayon émergent dans le milieu n_2 est la suivante :



Pour un observateur, le rayon semble venir de A' qui se trouve à une distance h' du dioptre. Nous avons alors :

$$\tan i = \frac{y}{h} \qquad \tan r = \frac{y}{h'}$$

On en déduit :

$$h' = h\frac{\tan i}{\tan r}$$

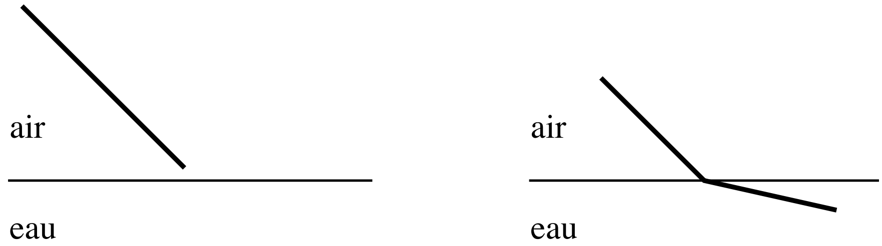
Si l'angle i est faible, nous aurons $\sin i = \tan i = i$ et $\sin r = \tan r = r$. D'autre part, la loi de la réfraction sur le dioptre donne $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ soit $n_1 i = n_2 r$. On en déduit :

$$h' = h\frac{\tan i}{\tan r} = h\frac{i}{r} \Rightarrow \boxed{h' = h\frac{n_2}{n_1}}$$

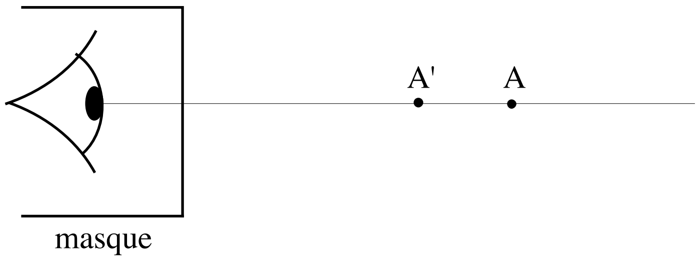
Remarques

1) L'exercice montre que, contrairement au miroir plan qui fonctionne en stigmatisme rigoureux, un dioptre plan fonctionne en stigmatisme approché pour les petits angles. En effet, comme le montre la formule finale $h' = h\frac{n_2}{n_1}$, la position de A' ne dépend pas de l'angle i pour les faibles angles.

2) Un observateur situé dans le milieu d'indice n_2 aura l'impression que A se trouve plus proche du dioptre (puisqu'il le verra en A'). Dans la vie courante, ce phénomène de rapprochement est visible lorsque l'on regarde des objets situés dans l'eau.
Par exemple :
- Lorsque l'on plonge un bâton dans l'eau, on a l'impression que celui-ci est coudé.



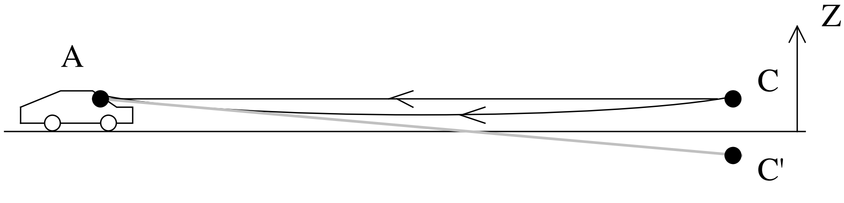
- Lorsqu'on observe un fond sous-marin avec un masque de plongée
, tout semble plus proche. On s'en rend facilement compte lorsque l'on cherche à saisir un objet qui semble a priori à portée de main ; souvent on s'aperçoit qu'il est en fait inaccessible.



Exercice 7

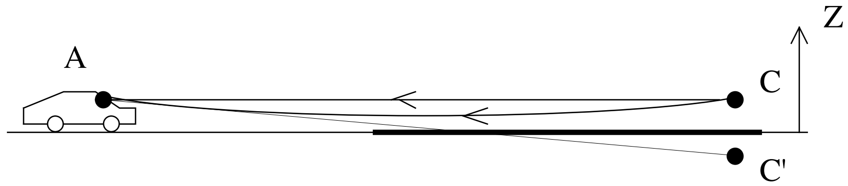
En été, par temps ensoleillé, un observateur situé dans une voiture A sur une route rectiligne voit une image renversée de la voiture B située à quelques centaines de mètres devant lui. Comment expliquez-vous ce phénomène ?

Si l'observateur voit une image renversée de la voiture, c'est que des rayons issus d'un point C de celle-ci sont déviés en réflexion totale par les couches d'air situées au voisinage de la route.



Ceci s'explique par le fait que la température du goudron est très élevée et que l'air situé au niveau de la route est plus chaud que l'air situé quelques centimètres au dessus. Il en résulte que l'indice de l'air n(z) est une fonction croissante de z et que des rayons issus de C et faiblement inclinés vers le bas subissent une réflexion totale. L'observateur verra à la fois le point C directement, et une image C' par réflexion.

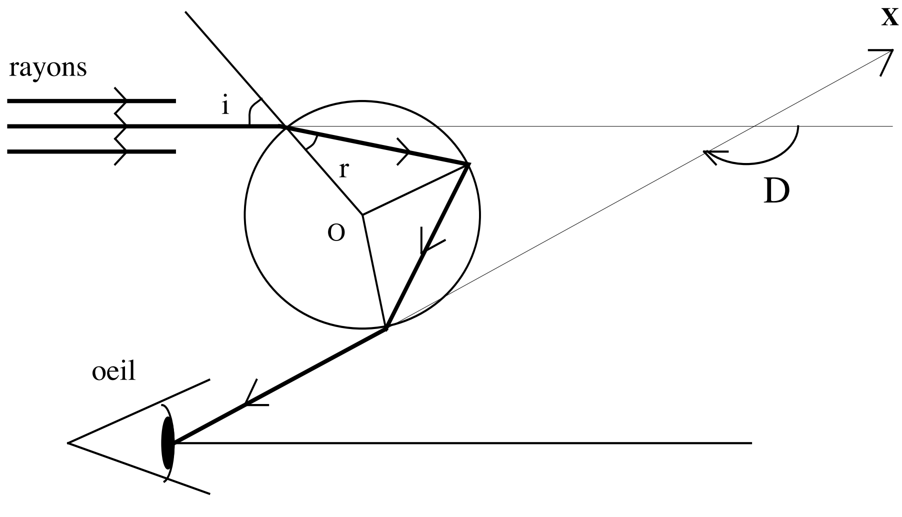
Remarque
L'exercice illustre le phénomène de "mirage". On peut même ajouter que l'observateur verra une étendue brillante devant lui, étendue souvent assimilée à une "flaque d'eau".



Dans cette zone, aucun rayon émis ne peut parvenir dans l'oeil de l'observateur de la voiture et la brillance vient du fait que ce sont des rayons provenant du ciel qui subissent la réflexion totale.

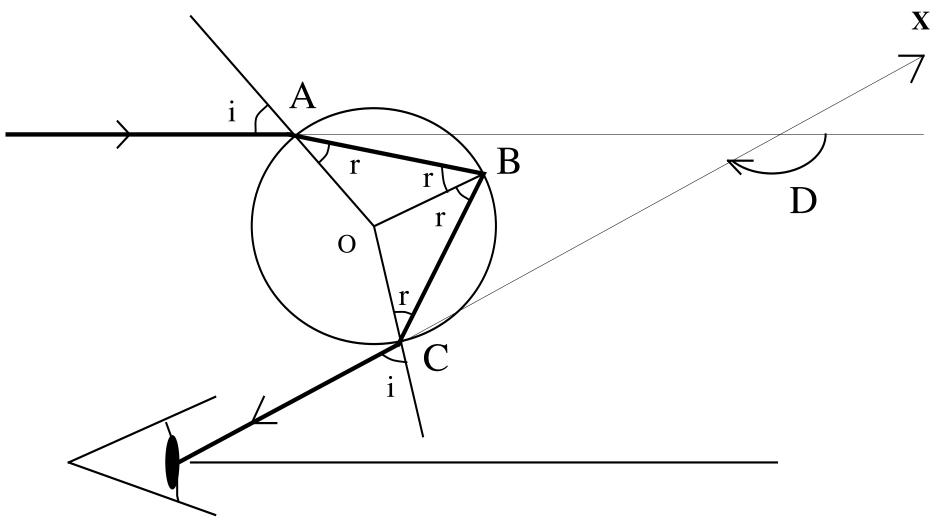
Exercice 8

Un rayon lumineux monochromatique de longueur d'onde λ pénètre dans une goutte d'eau de forme sphérique, de centre O et d'indice n. Le rayon subit une réflexion puis une réfraction avant de ressortir.



1) Calculer la déviation D en fonction de i et r.
2) Montrer que D passe par un extremum D_m pour un certain angle i_m.
AN) n = 1,33 Calculer i_m et D_m.
Cet extremum est-il un minimum ou un maximum ?
3) On suppose que plusieurs rayons parallèles pénètrent dans la goutte d'eau en différents endroits. Expliquer pourquoi un oeil recevant les rayons réfractés verra une intensité importante dans la direction X correspondant à une déviation D_m.
4) On admet que D_m est une fonction décroissante de la longueur d'onde.
On considère maintenant que le rayon n'est pas monochromatique mais qu'il contient toutes les longueurs d'onde visibles. En tenant compte du phénomène de dispersion par l'eau, préciser à l'aide d'un schéma ce que verra l'observateur.

1)



La déviation totale s'obtient en sommant les trois déviations successives en A, B et C.

En A, la déviation vaut : $D_A = i - r$.
En B, elle vaut : $D_B = \pi - 2r$.
Enfin, en C elle vaut : $D_C = i - r$.

Globalement, la déviation totale vaut donc :

$$\boxed{D = D_A + D_B + D_C = \pi + 2i - 4r}$$

2) La déviation D passera par un extremum pour :

$$\frac{dD}{di} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 - 4\frac{dr}{di} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dr}{di} = \frac{1}{2}$$

Comme nous avons aussi $\sin i = n \sin r$, on en déduit :

$$\cos i \, di = n \cos r \, dr \quad \Rightarrow \quad \frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r} = \frac{\sqrt{1-\sin^2 i}}{n\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{\sqrt{1-\sin^2 i}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{1}{2}$$

On en tire finalement :

$$n^2 - \sin^2 i = 4 - 4\sin^2 i \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin i = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}} \qquad \text{AN)} \quad i_m = 59{,}6° \quad D_m = 138°$$

Cet extremum correspond à un minimum car pour $i = 0$, l'angle de réfraction est nul et la déviation vaut $D = \pi$

3) Au voisinage de i_m, un rayon incident i ressortira avec une déviation D(i) telle que :

$$D(i) = D(i_m) + (i - i_m)\frac{dD}{di}(i_m) = D(i_m) + (i - i_m).0 = D(i_m) = D_m$$

Ainsi, il y a accumulation des rayons correspondant à D_m car tous les rayons pénétrant dans la goutte d'eau avec un angle i voisin de i_m ressortiront avec la même déviation D_m. L'oeil recevra donc une intensité lumineuse importante pour cet angle.