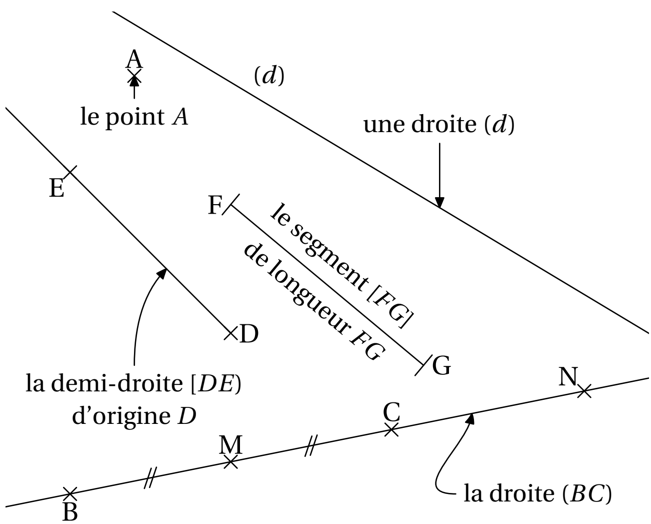
MÉMO 1

Constructions utiles

Utiliser le vocabulaire approprié et les symboles adéquats lors du Brevet est une aptitude évaluée dans les points de soin. Faire des figures soignées et précises en est une autre. Alors…

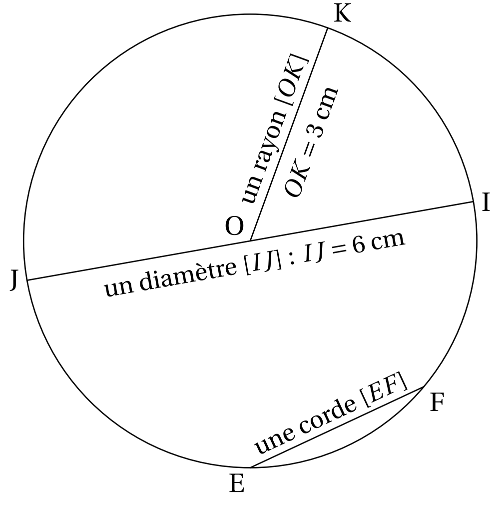
▷ Droites et segments



La droite (BC) passe par le point N : le point N appartient à la droite (BC), ce que l'on note $N \in (BC)$. Le point M également : $M \in (BC)$. De plus, les longueurs MB et MC sont égales : M est le *le milieu* du segment $[BC]$.
La droite (d) ne passe pas par le point A : le point A n'appartient pas à la droite (d), ce que l'on note $A \notin (d)$.
En prolongeant les droites (BC) et (d), elles se coupent ; elles ont un point d'intersection. On dit que ce sont des droites *sécantes*.

▷ Cercles

Voici tracé un cercle de centre O et de rayon 3 cm.



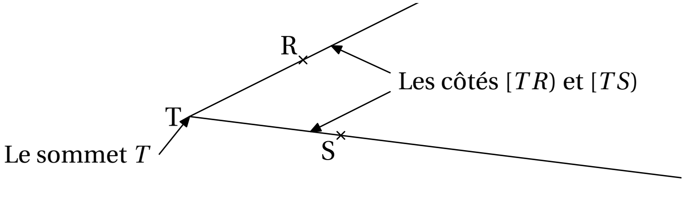
Ne pas confondre *rayon* et *diamètre* d'un cercle : diamètre = 2 × rayon.
Il ne faut pas oublier les propriétés relatives au cercle !

Propriété

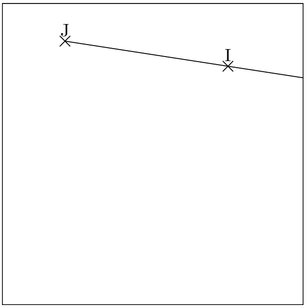
- Si les longueurs OI et OL sont égales alors le point L appartient au cercle de centre O et passant par I.
- Si le point K appartient au cercle de centre A et passant par B alors les longueurs AK et AB sont égales.

▷ Angles

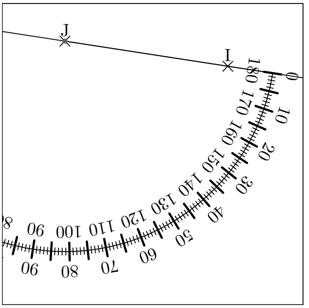
Un *angle* est formé par deux demi-droites de même origine.



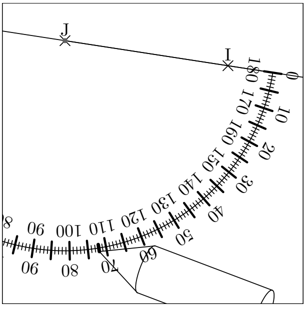
L’angle ci-dessus se note $\widehat{RTS}$ ou $\widehat{STR}$. On associe à chaque angle une *mesure* en degrés de cet angle qui peut être mesurée (et non calculée !) avec un rapporteur. Par exemple, $\widehat{RTS} \approx 48°$.
On utilise également le rapporteur pour construire un angle de mesure donnée, par exemple un angle $\widehat{IJK}$ de 72°.



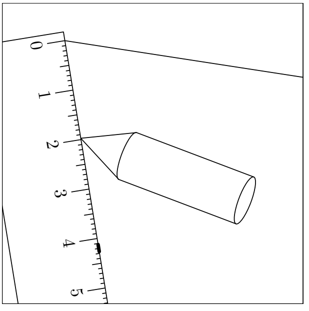
Le sommet sera J : on trace une demi-droite $[JI)$ quelleconque.



On place le rapporteur sur le sommet J de l’angle et on vient aligner un « 0 » du rapporteur sur un côté de l’angle.



On mesure 72° sur la graduation correspondante au « 0 » placé.

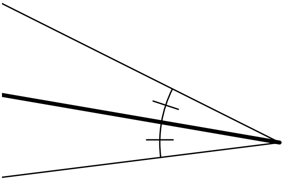


On trace le deuxième côté de l’angle.

Il existe plusieurs natures d’angles :
– l’angle *nul* dont la mesure vaut 0° ;
– les angles *aigus* dont la mesure est comprise entre 0° et 90° ;
– l’angle *droit* dont la mesure vaut 90° ;
– les angles *obtus* dont la mesure est comprise entre 90° et 180° ;
– l’angle *plat* dont la mesure vaut 180°.

Pour les angles, il existe une demi-droite particulière :

La *bissectrice* d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.



De plus, en raison de liens entre certains angles, on peut donner les définitions suivantes :

des angles adjacents ont le même sommet, ont un côté en commun et sont situés de part et d'autre de ce côté ;

Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{EDB}$ et $\widehat{BDF}$ sont adjacents.

des angles complémentaires dont la somme fait 90° ;

des angles supplémentaires dont la somme fait 180° ;

Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ABC}$ sont supplémentaires (dans l'exemple, ils sont même adjacents).

des angles opposés par leur sommet sont par exemple, les angles ② et ③ et ils ont même mesure ;

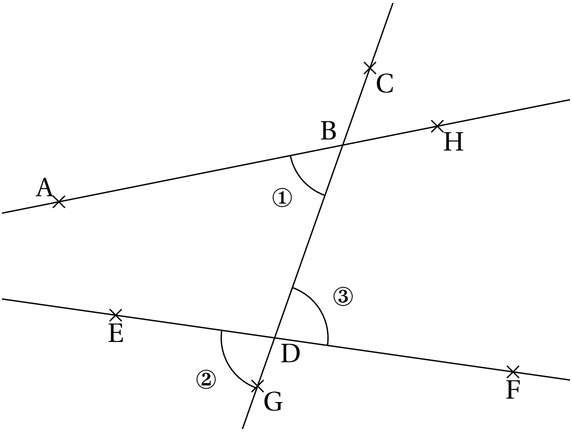
Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DBH}$ sont également opposés par leur sommet.

des angles correspondants sont, par exemple, des angles ① et ② sur la figure ci-contre ; ils sont définis par deux droites (AB) et (EF) et une droite (GC) sécante aux deux premières ;

Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EDB}$ sont correspondants, mais également les angles $\widehat{CBH}$ et $\widehat{BDF}$ ainsi que les angles $\widehat{HBD}$ et $\widehat{FDG}$.

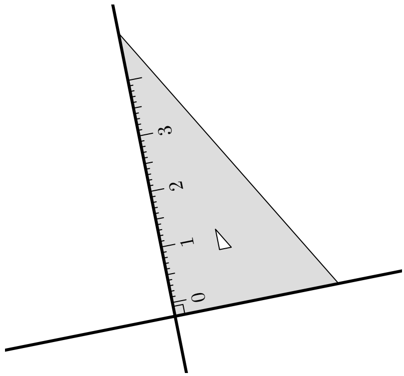
des angles alternes-internes sont, par exemple, les angles ① et ③ de la figure ci-contre ; ils sont définis par deux droites (AB) et (EF) et une droite (GC) sécante aux deux premières.

Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{HBD}$ et $\widehat{BDE}$ sont également des angles alternes-internes.



▷ Droites perpendiculaires

🛈 Si deux droites sont sécantes et forment un angle droit alors ces deux droites sont *des droites perpendiculaires*.



Il y a plusieurs possibilités pour démontrer que des droites sont perpendiculaires, par exemple la réciproque du théorème de Pythagore (page 102) mais il ne faut pas oublier que

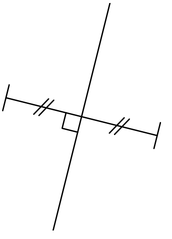
Propriété

Si deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et si une droite (d_3) est perpendiculaire à la droite (d_1) alors les droites (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires.

Grâce aux droites perpendiculaires, on peut définir de nouvelles notions :

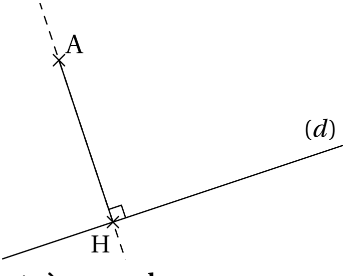
La médiatrice d'un segment

La droite qui passe par le milieu d'un segment et qui est perpendiculaire à ce segment s'appelle *la médiatrice* de ce segment.



Distance d'un point A à une droite (d)

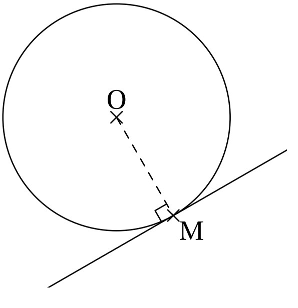
C'est le plus court chemin pour rejoindre le point A à la droite (d) : il s'obtient en traçant la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A.



La longueur AH est la distance du point A à la droite (d).

Tangente à un cercle

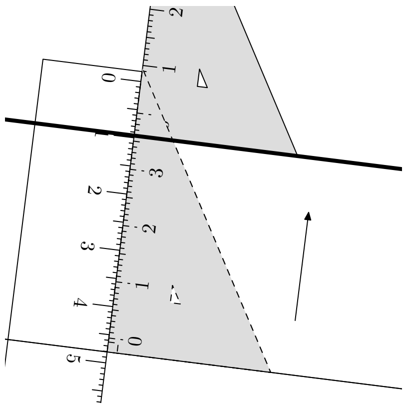
C'est une droite qui passe par un point M d'un cercle de centre O et qui est perpendiculaire à la droite (OM).



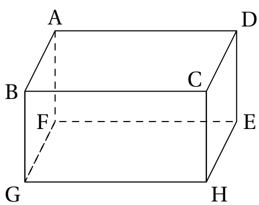
Il n'y a qu'un seul point commun au cercle et à la tangente au cercle en M : le point M lui-même.

▷ Droites parallèles

Si deux droites n'ont pas de point d'intersection alors ces deux droites sont *des droites parallèles*.



Cette définition n'est pas valable en géométrie dans l'espace.



En effet, à l'aide du pavé droit ci-contre, les droites (BC) et (DE) n'ont pas de point d'intersection mais elles ne sont pas dites *parallèles*. Par contre, les droites (AD) et (BC) sont bien *parallèles*.

La réciproque du théorème de Thalès (page 105) permet de démontrer que deux droites sont parallèles mais il y a d'autres possibilités, et notamment ces deux propriétés :

Propriété

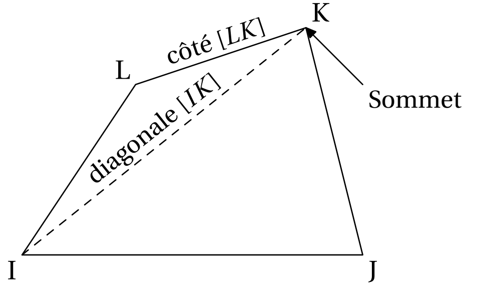
Si deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et si deux droites (d_2) et (d_3) sont parallèles alors les droites (d_1) et (d_3) sont parallèles.

Propriété

Si deux droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires et si deux droites (d_3) et (d_2) sont perpendiculaires alors les droites (d_1) et (d_3) sont parallèles.

▷ Polygones

Un *polygone* est une figure plane *fermée* construite uniquement avec des segments.



Lorsque l'on nomme un polygone, il faut faire attention de toujours « tourner », soit dans un sens, soit dans l'autre. Le polygone ci-dessus s'appelle $IJKL$ ou $ILKJ$.

Au collège, on étudie principalement les triangles (polygones à 3 côtés) et les quadrilatères (polygones à 4 côtés).
Parmi les triangles, on distingue en particulier :

les triangles isocèles qui ont deux côtés de même longueur ;

> Attention à bien préciser le sommet *principal* d'un triangle isocèle. Si les longueurs AB et BC sont égales alors on dira que le triangle ACB est isocèle en B.

les triangles équilatéraux qui ont trois côtés de même longueur ;

> Les triangles équilatéraux sont donc des triangles isocèles particuliers.

les triangles rectangles qui ont un angle droit. Le plus grand côté d'un tel triangle s'appelle *l'hypoténuse*.

> Comme pour les triangles isocèles, il faut bien penser à préciser le sommet de l'angle droit. Si le sommet de l'angle droit est A alors on dira que le triangle est rectangle en A.

et parmi les quadrilatères :

les parallélogrammes qui ont leur côtés parallèles deux à deux ;

les losanges qui ont quatre côtés de même longueur ;

les rectangles qui ont trois angles droits ;