ERRATUM

Toutes les maths en PSI/PSI*

Vincent Rohart

Mise à jour du 31 juillet 2019

page 11, dernière ligne,

AU LIEU DE LIRE : $\sum_{k=0}^{n} c_k = \sum_{k=0}^{n} \sum_{i+j=n} a_i b_j$,

LIRE : $\sum_{k=0}^{n} c_k = \sum_{k=0}^{n} \sum_{i+j=k} a_i b_j$,

page 54, théorème (propriétés des distances,

AU LIEU DE LIRE dans les points 1, 2, 3 : $\forall x, y \in X$,

LIRE : $\forall x, y \in E$.

page 59, 2e ligne après la matrice D_x,

AU LIEU DE LIRE : tel que $\|P\|_\infty$ pour toute P,

LIRE : tel que $\|P\|_\infty \leqslant M$ pour toute P.

page 72, exercice 3.7,

AU LIEU DE LIRE : $N_1(P) = \max_{1 \leqslant k \leqslant n} |a_k|$,

LIRE : $N_1(P) = \max_{0 \leqslant k \leqslant n} |a_k|$,

page 80, preuve du théorème 1,

AU LIEU DE LIRE : Comme de plus $u\langle E\rangle \subset F$ (...) on a $u\langle E\rangle = F$,

LIRE : Comme de plus $u\langle F\rangle \subset F$ (...) on a $u\langle F\rangle = F$.

page 172, exercice 7.11, question 3. (a)

Noter plutôt D la matrice diagonale en question, plutôt que Δ (j'ai laissé D dans la correction).

page 207, exercice 8.19

AU LIEU DE LIRE : Montrer que I_n et J_n sont des intégrales convergentes.

LIRE : Montrer que J_n et K_n sont des intégrales convergentes.

page 246, Méthode 2, dernier paragraphe
AU LIEU DE LIRE : $Me_2 = e_2 + \lambda e_3$,
LIRE : $Me_2 = e_1 + \lambda e_2$,

page 263, 1re ligne (début de la preuve)
AU LIEU DE LIRE : Si $r < \min(R_a, R_b)$, alors la série numérique $\sum a_n r^n$ converge absolument (...)
LIRE : Soit $z \in \mathbb{C}$. Si $|z| < \min(R_a, R_b)$, alors la série numérique $\sum a_n z^n$ converge absolument (car $|z| < R_a$) ainsi que $\sum b_n z^n$ (car $|z| < R_b$). On sait alors (chap. 1) que leur produit de Cauchy $\sum c'_n$ converge absolument, avec $c'_n = \sum_{k=0}^{n} (a_k z_k)(b_{n-k} z^{n-k}) = c_n z^n$ et que sa somme vaut (...)

page 271, DSE$_0$ usuels, dernier tableau, 2$^{\text{e}}$ ligne,
AU LIEU DE LIRE : $\sqrt{1-x^2} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(2n)!}{n!4^n(2n-1)} x^n$,
LIRE : $\sqrt{1-x^2} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(2n)!}{n!^2 4^n(2n-1)} x^n$.

page 271, DSE$_0$ usuels, dernier tableau, avant-dernière ligne,
AU LIEU DE LIRE : $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n(n!)^2(2n+1)} x^{2n}$,
LIRE : $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n(n!)^2} x^{2n}$.

page 292, théorème 2, troisième •,
AU LIEU DE LIRE : $[\![1, k-1]\!]$,
LIRE : $[\![1, k]\!]$.

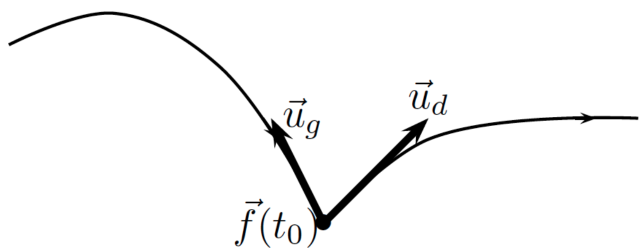
page 319, théorème 2, (inégalité de Cauchy-Schwarz), dernière ligne,
AU LIEU DE LIRE : $\mathbb{P}(aX + bY = 0) = 1$,
LIRE : $\mathbb{P}(aX + bY = c) = 1$, avec c un réel.
NB. On dit plutôt que la famille (X, Y) est presque sûrement *affinement liée.*

page 319, théorème 2, preuve (dernier §),
AU LIEU DE LIRE : Enfin, le cas d'égalité a lieu quand $\mathbb{V}(X) = 0$ (càd quand $X = 0$ presque sûrement),
LIRE : Enfin, le cas d'égalité a lieu quand $\mathbb{V}(X) = 0$ (càd quand X est

constante presque sûrement).

page 322, théorème 2 (loi faible des grands nombres),
Il faut bien sûr rajouter l'hypothèse « X admet une variance finie ».

page 351, définition 1, schéma en fin de page,
Erreur de sens de flèche. Le bon schéma est :



page 377, fin de la 1re moitié de la page
AU LIEU DE LIRE : et donc

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x_k}(x_1,\ldots,x_{k-1},a_k,\ldots,a_n)\cdot(x_k-a_k) &= \left[\frac{\partial f}{\partial x_k}(a)+\underset{x\to a}{o}(1)\right]\cdot(x_k-a_k)\\ &= \frac{\partial f}{\partial x_k}(a)+\underset{x\to a}{o}(x_k-a_k)\end{aligned}$$

LIRE : et donc

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x_k}(x_1,\ldots,x_{k-1},a_k,\ldots,a_n)\cdot(x_k-a_k) &= \left[\frac{\partial f}{\partial x_k}(a)+\underset{x\to a}{o}(1)\right]\cdot(x_k-a_k)\\ &= \frac{\partial f}{\partial x_k}(a)\cdot(x_k-a_k)+\underset{x\to a}{o}(x_k-a_k)\end{aligned}$$

(Idem pour l'égalité finale).

page 482, exercice 18.4,
Le système à résoudre est $\left\{\begin{array}{rcl} x' &=& 4x-3y,\\ y' &=& 2x-3y.\end{array}\right.$

page 506, sous le théorème de Parseval

AU LIEU DE LIRE : $\dfrac{a_0(f)^2}{4}+\dfrac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n(f)^2+b_n(f)^2)=\dfrac{1}{T}\int_0^T f(x)^2\mathrm{d}x$,

LIRE : $\dfrac{a_0(f)^2}{4}+\dfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n(f)^2+b_n(f)^2)=\dfrac{1}{T}\int_0^T f(x)^2\mathrm{d}x$.

page 506, exemple d'application

AU LIEU DE LIRE : $\frac{a_0^2}{4}+\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)^2\mathrm{d}x$ c.-à-d. $\frac{\pi^4}{9}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{n^4}=\frac{\pi^4}{5}$,

LIRE : $\dfrac{a_0^2}{4}+\dfrac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)^2\mathrm{d}x$ c.-à-d. $\dfrac{\pi^4}{9}+\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{8}{n^4}=\dfrac{\pi^4}{5}$.

page 613, correction de l'exercice 11, question 3,

AU LIEU DE LIRE : $g^n(0)=f^{(n+1)}(0)$,

LIRE : $g^{(n)}(0)=\dfrac{f^{(n+1)}(0)}{n+1}$.

page 548, correction de l'exercice 2, question 2,

AU LIEU DE LIRE : $[x-\frac{1}{2},x+\frac{1}{2}]$ est un intervalle de longueur $\frac{1}{4}$,

LIRE : $[x-\frac{1}{2},x+\frac{1}{2}]$ est un intervalle de longueur $\frac{1}{2}$.

page 551, correction de l'exercice 12, question 3,

AU LIEU DE LIRE : Or la fonction $X\mapsto AX$ est continue,

LIRE : Or la fonction $X\mapsto A^{-1}X$ est continue.

page 552, correction de l'exercice 14, question 2 (avant dernière ligne),

AU LIEU DE LIRE : On aurait une constante k telle que $\|P_n(0)\|\leqslant\|P_n\|_1$,

LIRE : On aurait une constante k telle que $\|P_n(0)\|\leqslant k\|P_n\|_1$.

page 563, troisième ligne,

AU LIEU DE LIRE : $R_n(x)=\sum_{k=n+1}^{\infty}\dfrac{x}{x^2+n^2}$,

LIRE : $R_n(x)=\sum_{k=n+1}^{\infty}\dfrac{x}{x^2+k^2}$.

page 569, correction de l'exercice 8,

Puisque E est l'espace des suites **convergeant vers 0**, λ doit vérifier **en plus** $|\lambda+1|<1$. Ainsi, le spectre est $]-2,0[$ et non $\mathbb{R}$.

page 578, correction de l'exercice 10, question 2
J'ai oublié de reporté le 2 au dénominateur. Ainsi, la minoration à intégrer est $\frac{\sin^2(x)}{x} \geqslant \frac{1-\cos(2x)}{2x}$ et non $\frac{\sin^2(x)}{x} \geqslant \frac{1-\cos(2x)}{x}$.

page 613, correction de l'exercice 11, question 3
AU LIEU DE LIRE : $g^{(n)}(0) = f^{(n+1)}(0)$,
LIRE : $g^{(n)}(0) = \frac{1}{n+1} f^{(n+1)}(0)$.

page 654, correction de l'exercice 20, haut de page,
LIRE PLUTÔT :

654 CORRECTION DES EXERCICES

Puisque $g_n \in F$, on a $\int_0^1 f g_n = 0$ pour tout $n \geqslant 3$. Mais cette intégrale vaut aussi

$$\int_0^1 f g_n = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{n}} f g_n + \int_{\frac{1}{2}+\frac{1}{n}}^1 f^2.$$

L'intégrale $\int_{\frac{1}{2}+\frac{1}{n}}^1 f^2$ tend, quand $n \to \infty$, vers $\int_{1/2}^1 f^2$ (car la fonction $X \mapsto \int_a^X \varphi$ est continue dès lors que φ est continue par morceaux). Quant à l'intégrale $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{n}} f g_n$, on peut dire que $\|g_n\|_{\infty,[\frac{1}{2},\frac{1}{2}+\frac{1}{n}]} \leqslant |f(\frac{1}{2}+\frac{1}{n})|$ lui-même inférieur à $\|f\|_{\infty,[0,1]}$ et donc que

pages 661-662, correction de l'exercice 4,
LIRE PLUTÔT :

EXERCICE 4 La matrice associée au système est $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, dont le polynôme caractéristique est $X^2 - X - 6 = (X+2)(X-3)$. Elle est donc diagonalisable sur $\mathbb{R}$ et semblable à $\mathrm{Diag}(-2, 3)$. Les solutions du système réduit $Y' = DY$ sont donc de la forme

$$Y : t \longmapsto \begin{bmatrix} k\mathrm{e}^{-2t} \\ \ell\mathrm{e}^{3t} \end{bmatrix}$$

avec $k, \ell \in \mathbb{R}$. La recherche des vecteurs propres de A est facile : $E_{-2}(A) = \mathbb{R}(1,2)$ et $E_3(A) = \mathbb{R}(3,1)$. Une matrice de passage qui diagonalise A est donc $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Le changement de base $X = PY$ permet de voir que les solutions de $X' = AX$ sont alors

$$X : t \longmapsto \begin{bmatrix} k\mathrm{e}^{-2t} + 3\ell\mathrm{e}^{3t} \\ 2k\mathrm{e}^{-2t} + \ell\mathrm{e}^{3t} \end{bmatrix}$$

pages 661-662, correction de l'exercice 4,

AU LIEU DE LIRE : $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$

LIRE PLUTÔT : $\lim_{x \to +\infty} y(x) = +\infty$