

# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Techniques fondamentales de calcul</b>                      | <b>5</b>  |
| 1.1      | Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .                         | 5         |
| 1.2      | Fonctions de la variable réelle . . . . .                      | 6         |
| 1.3      | Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .    | 9         |
| 1.3.1    | Primitives . . . . .   | 9         |
| 1.3.2    | Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . . | 9         |
| 1.3.3    | Équations différentielles linéaires du second ordre . . . . .  | 11        |
| 1.4      | Exercices . . . . .  | 13        |
| 1.4.1    | Exercices de base . . . . .                                    | 13        |
| 1.4.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                             | 39        |
| 1.4.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                             | 45        |
| 1.4.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                        | 52        |
| <b>2</b> | <b>Nombres réels et suites numériques</b>                      | <b>59</b> |
| 2.1      | Nombres réels . . . . .  | 59        |
| 2.1.1    | Le corps des nombres réels . . . . .                           | 59        |
| 2.1.2    | Majorant, minorant, borne supérieure . . . . .                 | 60        |
| 2.1.3    | Intervalles de $\mathbb{R}$ . . . . .                          | 61        |
| 2.1.4    | Densité des rationnels et des irrationnels . . . . .           | 61        |
| 2.1.5    | Approximation d'un réel . . . . .                              | 62        |
| 2.2      | Suites numériques, convergence . . . . .                       | 62        |
| 2.2.1    | Généralités . . . . .  | 62        |
| 2.2.2    | Suites bornées. Sens de variation . . . . .                    | 63        |
| 2.2.3    | Limite d'une suite . . . . .                                   | 63        |
| 2.2.4    | Suites extraites . . . . .                                     | 64        |
| 2.2.5    | Théorèmes de convergence . . . . .                             | 65        |
| 2.2.6    | Comparaison des suites . . . . .                               | 66        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 2.2.7    | Suites à valeurs complexes . . . . .                        | 67         |
| 2.2.8    | Complément : suites réelles récurrentes d'ordre 1 . . . . . | 68         |
| 2.3      | Exercices . . . . .   | 69         |
| 2.3.1    | Exercices de base . . . . .                                 | 69         |
| 2.3.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                          | 90         |
| 2.3.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                          | 113        |
| 2.3.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                     | 140        |
| <b>3</b> | <b>Fonction d'une variable réelle</b>                       | <b>151</b> |
| 3.1      | Fonctions continues . . . . .                               | 151        |
| 3.2      | Fonctions dérivables . . . . .                              | 154        |
| 3.3      | Exercices . . . . .   | 157        |
| 3.3.1    | Exercices de base . . . . .                                 | 157        |
| 3.3.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                          | 169        |
| 3.3.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                          | 199        |
| 3.3.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                     | 213        |
| <b>4</b> | <b>Intégration</b>  | <b>231</b> |
| 4.1      | Intégration des fonctions en escalier . . . . .             | 231        |
| 4.2      | Intégration des fonctions continues par morceaux . . . . .  | 232        |
| 4.3      | Propriétés de l'intégrale . . . . .                         | 233        |
| 4.4      | Intégration des fonctions continues . . . . .               | 234        |
| 4.5      | Développement de Taylor . . . . .                           | 235        |
| 4.6      | Approximations numériques . . . . .                         | 236        |
| 4.7      | Exercices . . . . .   | 237        |
| 4.7.1    | Exercices de base . . . . .                                 | 237        |
| 4.7.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                          | 241        |
| 4.7.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                          | 261        |
| 4.7.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                     | 286        |
| <b>5</b> | <b>Séries numériques</b>                                    | <b>299</b> |
| 5.1      | Généralités . . . . .                                       | 299        |
| 5.2      | Séries à termes positifs . . . . .                          | 299        |
| 5.3      | Séries absolument convergentes . . . . .                    | 300        |
| 5.4      | Séries semi-convergentes . . . . .                          | 300        |
| 5.5      | Comparaison avec une intégrale . . . . .                    | 302        |
| 5.6      | Exercices . . . . .   | 302        |
| 5.6.1    | Exercices de base . . . . .                                 | 302        |
| 5.6.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                          | 314        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 5.6.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                          | 329        |
| 5.6.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                     | 345        |
| <b>6</b> | <b>Probabilités</b>   | <b>357</b> |
| 6.1      | Dénombrément . . . . .                                      | 357        |
| 6.1.1    | Permutations . . . . .                                      | 357        |
| 6.1.2    | Arrangements . . . . .                                      | 357        |
| 6.1.3    | Combinaisons . . . . .                                      | 358        |
| 6.1.4    | Modèles usuels . . . . .                                    | 359        |
| 6.2      | Probabilités sur un univers fini . . . . .                  | 359        |
| 6.2.1    | Expérience aléatoire . . . . .                              | 359        |
| 6.2.2    | Probabilité . . . . .                                       | 360        |
| 6.2.3    | Formule de Bayes . . . . .                                  | 361        |
| 6.3      | Variable aléatoire sur un espace probabilisé fini . . . . . | 362        |
| 6.3.1    | Définitions . . . . .                                       | 362        |
| 6.3.2    | Lois usuelles discrètes . . . . .                           | 364        |
| 6.4      | Exercices . . . . .   | 366        |
| 6.4.1    | Exercices de base . . . . .                                 | 366        |
| 6.4.2    | Exercices d'assimilation . . . . .                          | 383        |
| 6.4.3    | Exercices d'entraînement . . . . .                          | 387        |
| 6.4.4    | Exercices d'approfondissement . . . . .                     | 392        |