

Table des matières

Notations	7
0 L'intégration au sens de Riemann	9
0.1 Fonctions intégrables au sens de Riemann	9
0.2 Caractérisation des fonctions intégrables au sens de Riemann .	11
0.3 Sommes de Riemann d'une fonction	12
1 Tribus et applications mesurables	15
1.1 Rappels de cours	15
1.1.1 Préliminaires	15
1.1.2 Tribus et espaces mesurables	16
1.1.3 Applications mesurables	17
1.2 Énoncés des exercices	19
1.3 Énoncés des problèmes	23
1.4 Solutions des exercices	25
2 Mesures et intégration des fonctions positives	41
2.1 Rappels de cours	41
2.1.1 Notion de mesure	41
2.1.2 Construction d'espaces mesurés	42
2.1.3 Notion d'ensemble μ -négligeable	43
2.1.4 Intégration des fonctions mesurables positives	45
2.2 Énoncés des exercices	47
2.3 Énoncés des problèmes	54
2.4 Solutions des exercices	57
3 Complétion d'un espace mesuré	77
3.1 Complété d'un espace mesuré	77
3.2 Tribu de Lebesgue de \mathbb{R}	79

4	Intégration et espaces L^p	81
4.1	Rappels de cours	81
4.1.1	Fonctions de puissance $p^{i\grave{e}me}$ intégrables	81
4.1.2	Espaces de Lebesgue, $L^p(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$	83
4.1.3	Intégrales de Riemann et de Lebesgue	84
4.1.4	Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre	86
4.2	Énoncés des exercices	86
4.3	Énoncés des problèmes	91
4.4	Solutions des exercices	93
5	Convergences de suites de fonctions mesurables	109
5.1	Rappels de cours	109
5.1.1	Différents modes de convergence	109
5.1.2	Comparaison des modes de convergence	111
5.2	Énoncés des exercices	112
5.3	Énoncés des problèmes	115
5.4	Solutions des exercices	117
6	Produit d'espaces mesurés	129
6.1	Rappels de cours	129
6.1.1	Produit d'espaces mesurés	129
6.1.2	Image d'une mesure par une application	131
6.2	Énoncés des exercices	133
6.3	Énoncé du problème	137
6.4	Solutions des exercices	139
7	Fonction caractéristique d'une probabilité	155
7.1	Fonction caractéristique d'une probabilité	156
7.2	Formules d'inversion d'une f.c. sur \mathbb{R}	158
7.3	Moments et f.c. d'une probabilité sur \mathbb{R}	161
	Bibliographie	163
	Index	165