

# Table des matières

<b>Notations</b>	<b>7</b>
<b>1 Formalisme des probabilités</b>	<b>9</b>
1.1 Rappels de cours . . . . .	9
1.1.1 Variable aléatoire et loi d'une variable aléatoire . . . . .	9
1.1.2 Moments d'une variable aléatoire . . . . .	12
1.1.3 Fonction caractéristique d'une variable aléatoire . . . . .	15
1.2 Énoncés des exercices . . . . .	16
1.3 Énoncé du problème . . . . .	22
1.4 Solutions des exercices . . . . .	24
<b>2 Indépendance et conditionnement</b>	<b>49</b>
2.1 Rappels de cours . . . . .	49
2.1.1 Indépendance d'événements, de tribus, de variables aléatoires . . . . .	49
2.1.2 Propriétés des variables aléatoires indépendantes . . . . .	52
2.1.3 Probabilités conditionnelles . . . . .	54
2.2 Énoncés des exercices . . . . .	55
2.3 Énoncés des problèmes . . . . .	64
2.4 Solutions des exercices . . . . .	66
<b>3 Espérance conditionnelle</b>	<b>99</b>
3.1 Introduction et définition générale . . . . .	99
3.2 Propriétés de l'espérance conditionnelle . . . . .	101
<b>4 Convergences de variables</b>	<b>105</b>
4.1 Rappels de cours . . . . .	105
4.1.1 Différents modes de convergence dans $L^0(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ . . . . .	106
4.1.2 Comparaison des convergences dans $L^0(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ . . . . .	108
4.1.3 Théorèmes-limite dans $L^0(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ . . . . .	109
4.2 Énoncés des exercices . . . . .	111

4.3	Énoncés des problèmes . . . . .	119
4.4	Solutions des exercices . . . . .	124
<b>5</b>	<b>Convergences de lois</b>	<b>149</b>
5.1	Rappels de cours . . . . .	149
5.1.1	Convergence étroite dans $M_1(\mathbb{R})$ . . . . .	149
5.1.2	Convergence en loi de v.a.r. . . . .	151
5.1.3	Théorèmes-limite en loi . . . . .	152
5.2	Énoncés des exercices . . . . .	154
5.3	Énoncés des problèmes . . . . .	163
5.4	Solutions des exercices . . . . .	165
<b>6</b>	<b>Convergence de lois et topologie</b>	<b>189</b>
6.1	Topologie forte et topologie faible . . . . .	189
6.2	Convergence vague et convergence étroite . . . . .	191
<b>7</b>	<b>Vecteurs gaussiens</b>	<b>195</b>
7.1	Rappels de cours . . . . .	195
7.2	Énoncés des exercices . . . . .	198
7.3	Énoncé du problème . . . . .	201
7.4	Solutions des exercices . . . . .	203
<b>8</b>	<b>Caractérisation de lois</b>	<b>217</b>
8.1	Lois normales . . . . .	217
8.2	Lois de Cauchy . . . . .	221
8.3	Lois de Poisson . . . . .	222
<b>9</b>	<b>Formulaire des lois usuelles</b>	<b>225</b>
9.1	Rappels de notations . . . . .	225
9.2	Quelques relations à connaître en probabilités . . . . .	225
9.3	Lois de probabilités usuelles sur $\mathbb{R}$ . . . . .	227
9.3.1	Lois de probabilités discrètes . . . . .	227
9.3.2	Lois de probabilités à densité . . . . .	229
	<b>Bibliographie</b>	<b>233</b>
	<b>Index</b>	<b>235</b>