

Partie A

**ONDES DE CHOC DANS LES GAZ**

# DE LA CINÉTIQUE CHIMIQUE A LA DÉTONATION

Les caractéristiques physiques des gaz diffèrent considérablement d'une espèce à l'autre. Ils ont en commun la propriété d'être très compressibles et caractérisés par une relation entre pression, volume et température, l'équation dite d'état thermique, qui peut prendre, pour un même gaz, des formes extrêmement différentes selon le niveau de pression auquel le gaz est porté. La physique des gaz a toujours fait l'objet d'une recherche active, et les propriétés physiques de l'air restent, pour les aérodynamiciens, l'outil essentiel des avancées technologiques. La dynamique des gaz en écoulement supersonique fait intervenir des phénomènes de discontinuité thermogazodynamiques et l'on est amené à examiner les caractéristiques des gaz ainsi soumis à ces ondes de choc. Dans le domaine de l'aérodynamique, il est fait essentiellement appel aux propriétés de l'air et la mise en vitesse supersonique suffit à y générer des ondes de choc stabilisées sur des profils.

Dès lors que l'on s'intéresse plus spécifiquement aux systèmes réactifs, d'autres domaines de recherche sont examinés. Ainsi, un certain nombre de données sur la cinétique de la combustion font appel à des mesures de temps de réaction, lesquels sont obtenus en générant une onde de choc au sein de ces systèmes. Il s'agit donc de trouver des outils expérimentaux permettant de réaliser de telles opérations. Les tubes à choc en font partie. La sollicitation des milieux réactifs soumis à ces ondes de choc est donc un domaine expérimental très largement exploré à l'aide de ces outils. Au delà de cet aspect expérimental, la compréhension de la physique des ondes de choc constitue une voie d'étude ayant des applications multiples, notamment dans le domaine de la sécurité. Enfin les ondes de choc sont une des composantes dans le mécanisme de la détonation dont l'étude des phénomènes ne saurait être entreprise sans l'étude préalable des ondes de choc. Ainsi la transition choc-détonation ou déflagration-détonation sont des phénomènes très critiques auxquels l'ingénieur porte une particulière attention pour générer des détonations ou pour s'en protéger. La physique et les applications des ondes de choc dans les solides seront également traitées dans cet ouvrage.

Cette partie, qui constitue le préalable à l'ensemble des points qui seront abordés dans cet ouvrage, traite donc de la dynamique des ondes de choc dans les gaz. Les équations fondamentales décrivant ces mécanismes sont présentées ainsi que les outils mis en œuvre pour générer des chocs dans les gaz: les tubes à choc. Plus précisément, s'agissant de ces derniers, sont plus précisément détaillés les mécanismes de choc incident et ceux de chocs réfléchis sur le fond du tube, conduisant ainsi à renforcer les effets. Ces différentes notions président à l'étude des détonations qui consistent en une onde de choc associée à une libération locale d'énergie, comme il sera montré.

# Chapitre I

## LA PROPAGATION DES ONDES

### 1. CLASSIFICATION

Une onde peut être définie comme une perturbation se propageant de proche en proche dans l'espace. Dans un milieu matériel (à priori chimiquement inerte), cette perturbation est essentiellement une variation  $dp$  de la pression  $p$  du milieu. La célérité de l'onde et la vitesse prise par les molécules du gaz sont subordonnées à la valeur de l'amplitude de la perturbation.

#### 1.1 Amplitude faible

On est dans le cas où  $dp/p \ll 1$  et la perturbation se propage à la célérité  $c$  du son. On n'observe pas de modification de la vitesse matérielle  $u$  du fluide. Il s'agit d'une onde sonore et l'évolution est isentropique.

#### 1.2 Amplitude de dimension finie

On peut alors considérer cette perturbation comme une succession d'ondes où chacune se propage à une célérité sonique par rapport à la précédente. La composition de ces ondes se déplace à une célérité différente de  $c$ . On a ainsi une variation continue mesurable de la vitesse  $u$  du fluide, toujours à entropie constante. Il s'agit dans ce cas d'une onde simple ou courante.

#### 1.3 Grande amplitude

Le saut de pression ( $dp/p \gg 1$ ), génère une discontinuité dont la vitesse est supersonique par rapport au milieu initial et conduit à une modification sensible des caractéristiques ( $p, v, T$ ) du fluide. Le phénomène est alors irréversible, ce qui a pour effet d'augmenter l'entropie des gaz. Il s'agit alors d'un phénomène thermogazodynamique : l'onde de choc<sup>1</sup>. On étudiera successivement ces deux types d'onde et on supposera l'écoulement :

- Monodimensionnel,
- Non visqueux,
- Sans forces extérieures (pesanteur, notamment),
- Adiabatique (sans pertes aux parois).

### 2. EQUATION DE PROPAGATION D'UNE ONDE

#### 2.1 Ecoulement continu

---

<sup>1</sup> Si le milieu n'est plus inerte, mais réactif, et que la grande variation de pression génère une réaction chimique couplée à l'onde de choc, on est en présence d'une onde de choc et de combustion : c'est une détonation, aspect décrit en détail dans la suite de cet ouvrage.

On écrit les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (relation d'Euler) et de l'énergie, respectivement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 1})$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 2})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 3})$$

## 2.2 Ecoulement présentant une discontinuité

On suppose que l'on est en présence d'un écoulement permanent présentant une discontinuité qui se propage à la célérité  $D$  par rapport à un repère fixe. On écrit alors les équations de conservation après avoir introduit :

- La vitesse du gaz par rapport à la discontinuité :  $w = u - D$
- Le débit massique et surfacique du gaz à travers la discontinuité :  $\dot{m} = \rho w$
- L'enthalpie des gaz :  $h$

$$\rho(u - D) = Cte \quad (\text{I. 4})$$

$$\rho u(u - D) + p = Cte \quad (\text{I. 5})$$

$$\rho(u - D) \left( h + \frac{u^2}{2} \right) + pu = Cte \quad (\text{I. 6})$$

Les équations de bilan à travers la discontinuité deviennent donc :

$$\rho w = \dot{m} = Cte \quad (\text{I. 7})$$

$$\dot{m} w + p = Cte \quad (\text{I. 8})$$

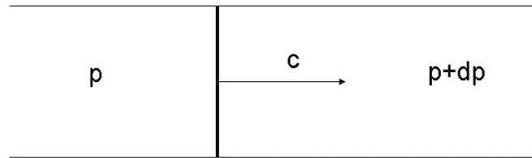
$$h + \frac{w^2}{2} = Cte \quad (\text{I. 9})$$

## 2.3 L'onde sonore

On considère une conduite de section  $A$  supposée constante contenant un fluide compressible de masse volumique  $\rho$  et de pression  $p$ . Une onde de pression s'y déplace sous l'effet de la différence de pression  $dp$  entre la partie droite et la partie gauche du milieu (Figure I.1). On suppose que cette onde est plane (problème monodimensionnel) et se propage à la célérité  $c$ . Dans un repère lié à l'onde, le fluide se déplace à la vitesse  $u = -c$ . La conservation du débit ( $\rho c A = Cte$ ) permet d'écrire :  $dc/c + d\rho/\rho = 0$ . Si, en outre on

utilise la relation d'Euler dans le cas d'un mouvement permanent :  $dp + \rho c dc = 0$ , soit :  $cdc = -dp / \rho$  qui conduit<sup>1</sup> ainsi à :

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S \quad (\text{I. 10})$$



**Figure I.1** Propagation d'une onde plane

Dans le cas général, cette expression prend la forme :

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S = \Gamma \frac{p}{\rho} \quad (\text{I. 11})$$

avec  $\Gamma = \left. \frac{\partial h}{\partial e} \right)_S$ . Dans le cas d'un gaz parfait inerte, de masse molaire  $M$ , on écrit :

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S = \gamma \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma R T}{M} \quad (\text{I. 12})$$

## 2.4 Equations générales

Cette propriété ayant été montrée, on peut maintenant reprendre, en les généralisant, les équations de conservation précédemment écrites afin d'aboutir à l'équation de propagation d'une onde. Pour ce faire, on considère un fluide initialement au repos dont l'état initial est : pression  $p_1$ , masse volumique  $\rho_1$ , vitesse initiale  $u_1$  par rapport au repère considéré. On suppose que ces caractéristiques subissent une petite perturbation de : pression  $\Delta p(x,t)$ , masse volumique  $\Delta \rho(x,t)$  et vitesse  $\Delta u(x,t)$

On observe alors une modification de cet état initial selon les paramètres :

- pression  $p_1 + \Delta p(x,t)$ ,
- masse volumique  $\rho_1 + \Delta \rho(x,t)$ ,
- vitesse  $\Delta u(x,t)$ .

En notant que  $p_1$  et  $\rho_1$  sont des constantes et que  $\Delta p / p_1$ ,  $\Delta \rho / \rho_1$ , et  $\Delta u$ , ainsi que leurs dérivées premières par rapport à  $x$  et  $t$  sont des infiniment petits du premier ordre, on reformule les deux premières équations de bilan :

<sup>1</sup> On a supposé que l'onde de pression se propageait de façon réversible et, eu égard au fait qu'il s'agit d'un phénomène local rapide que l'on peut ainsi admettre adiabatique, le caractère isentropique de cette évolution est pertinent.

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial \Delta u}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 13})$$

$$\rho_1 \frac{\partial \Delta u}{\partial t} + \frac{\partial \Delta p}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 14})$$

On élimine la vitesse en dérivant successivement la première équation par rapport au temps et la deuxième par rapport à l'espace et on obtient ainsi :

$$\frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{I. 15})$$

Une relation complémentaire est obtenue en écrivant que le phénomène est non dissipatif (non visqueux et adiabatique<sup>1</sup>), donc l'entropie reste constante. On écrit la relation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_s \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial s} \Big|_p \frac{\partial s}{\partial t} \quad (\text{I. 16})$$

On note ici que cette relation se réduit à son seul premier terme, compte tenu du fait que :  $\frac{\partial s}{\partial t} = 0$ . On peut encore écrire :

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_s \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \quad (\text{I. 17})$$

On dérive cette relation par rapport au temps et on a :

$$\frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_s \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial p^2} \Big|_s \frac{\partial p}{\partial t} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \quad (\text{I. 18})$$

Ici encore, seul le premier terme demeure. En combinant cette relation avec la relation (I.15), et faisant intervenir la célérité du son ( $c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s}$ ), on obtient :

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} \quad (\text{I. 19})$$

qui est l'équation de propagation d'une onde.

<sup>1</sup> Ces hypothèses sont confirmées par l'expérience.

### 3. ONDE SIMPLE DE RIEMANN

On traitera ainsi toute variation de pression,  $\Delta p$ , finie, qui concerne une partie de l'espace au sein d'un fluide (aussi appelée onde courante de Jouguet). L'état du gaz est alors notablement affecté par le passage de cette perturbation et, en particulier, sa vitesse  $u$ . C'est ce que l'on va mettre en évidence. On est en présence de quatre inconnues ( $\rho, p, u, x$  ou  $t$ ). On dispose de trois équations : les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement et la relation d'isentropie. On procède à l'élimination successive des trois inconnues ( $t, x, p$ ) permettant d'aboutir à une relation de type  $\rho=\rho(u)$  ou  $u=u(\rho)$ . Or, si  $u=u(x,t)$  ou  $\rho=\rho(x,t)$  sont constants, ceci signifie que l'on peut décrire une courbe  $x(t)$  où  $\rho$  et  $u$  seront constants et ce, en même temps.

Soit :

$$\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{\rho} = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_u$$

On reformule les équations de conservation sous une forme un peu différente, soit, pour la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 20})$$

Soit :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial \rho} = u + \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} = - \frac{\frac{\partial \rho}{\partial t}}{\frac{\partial \rho}{\partial x}} \quad (\text{I. 21})$$

Partant de  $\rho=\rho(x,t)$ , on écrit :

$$d\rho = \left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_t dx + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_x dt \quad (\text{I. 22})$$

D'où :

$$- \frac{\frac{\partial \rho}{\partial t}}{\frac{\partial \rho}{\partial x}} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{\rho} \quad (\text{I. 23})$$

On en déduit :

$$u + \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{\rho} \quad (\text{I. 24})$$

Reprenant l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{I. 25})$$

Soit :

$$u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u} = - \frac{\frac{\partial u}{\partial t}}{\frac{\partial u}{\partial x}} \quad (\text{I. 26})$$

On procède comme on a fait précédemment, mais partant de  $u=u(x,t)$  :

$$du = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_t dx + \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_x dt \quad (\text{I. 27})$$

Soit :

$$- \frac{\frac{\partial u}{\partial t}}{\frac{\partial u}{\partial x}} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_u \quad (\text{I. 28})$$

Soit encore, d'après I.26 :

$$u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_u \quad (\text{I. 29})$$

Compte tenu du fait que  $(dx/dt)_\rho = (dx/dt)_u$  (remarque qui avait été faite quant à ces dérivées), on écrit, combinant I.24 et I.29 :

$$u + \rho \frac{\partial u}{\partial \rho} = u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u} \quad (\text{I. 30})$$

Soit :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial u} \quad (\text{I. 31})$$

Eu égard au caractère isentropique de l'écoulement, cette relation peut s'écrire :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s \frac{\partial \rho}{\partial u} \quad (\text{I. 32})$$

On aboutit finalement à :

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)^2 = \frac{1}{\rho^2} \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s = \frac{c^2}{\rho^2} \quad (\text{I. 33})$$

Ceci revient à écrire :

$$\frac{\partial u}{\partial \rho} = \pm \frac{c}{\rho} \quad (\text{I. 34})$$

Ou encore :

$$u \pm \int c \frac{d\rho}{\rho} = Cte \quad (\text{I. 35})$$