

CHAPITRE 1

LA LOGIQUE GRECQUE

I. DIALECTIQUE, LOGOS ET LOGIQUE

Selon Aristote, souvent considéré comme l'inventeur de la logique, rien n'existait avant lui en la matière :

Sur cette question, il n'y avait pas une partie déjà élaborée et une autre non : il n'existait absolument rien.

Ce n'est pas tout à fait exact, puisque c'est une réflexion sur la *dialectique* qui a mené Aristote à son « invention ». Lui-même faisait de Zénon d'Élée l'inventeur de cet « art du dialogue », qui voyait deux interlocuteurs répondre à une interrogation en confrontant des thèses opposées, et dont Socrate et Platon feront la méthode philosophique par excellence. On ne sait presque rien de Zénon, philosophe présocratique dont il ne reste aucun écrit, mais Aristote le tenait pour celui qui a introduit en philosophie le *raisonnement par l'absurde*¹, soit qu'il l'eût emprunté aux mathématiques, soit qu'au contraire celles-ci l'eussent repris de la dialectique. Le recours à ce type de raisonnement, qui consiste à démontrer une proposition en montrant que sa négation conduit à une contradiction, est avéré au VI^e siècle avant J.-C., lorsque les pythagoriciens prouvèrent l'incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré, en montrant que poser l'existence d'une grandeur commune mène à une conclusion contredisant cette hypothèse. Mais la dialectique n'est qu'un savoir logique implicite, qui ne formule pas les lois qui le justifie, même si elle mérite, aux yeux de ses défenseurs d'alors, d'être distinguée de la rhétorique

1. On dit aussi raisonnement indirect ou apagogique.

et de la sophistique. Elle ouvre cependant la voie à la logique comme science de la déduction, notamment grâce aux progrès que Platon, dont Aristote fut le disciple, lui fit accomplir.

Platon donnait une origine mathématique au raisonnement par l'absurde, qu'il formulait de la façon suivante : si une même hypothèse conduit à des conclusions qui ne s'accordent pas, elle est fautive. Lui qui voyait dans les mathématiques un modèle pour la philosophie et la dialectique comme un véritable mode de philosopher fit un grand usage de cette forme de raisonnement, qu'il a souvent intégré aux dialogues qui mettent en scène son maître Socrate. Dans certains d'entre eux, il tente d'appliquer, parfois en se trompant, parfois avec difficulté, certaines de nos lois logiques. Elles ne sont pas explicitées, mais dans le *Timée*¹, l'une de ses dernières œuvres, il explique que, de même que des lois divines règlent le mouvement des astres, il existe des « lois de la pensée », qui devraient guider nos raisonnements :

Ayant étudié à fond ces mouvements célestes, participant à la rectitude rationnelle des raisonnements, imitant les mouvements divins qui ne comportent absolument aucune erreur, nous pourrions stabiliser les nôtres, qui ne cessent point d'errer.

Chez Platon, la dialectique procède d'un double mouvement : *ascendante*, elle va du concret aux Idées², comme le Bien ou l'Un ; *descendante*, des Idées aux « choses » en lesquels elles s'incarnent. Ainsi ira-t-on, par un mouvement ascendant, d'une bonne action, d'un homme sage, vers l'Idée de Bien, des hommes vers l'Idée d'homme, des sciences vers l'Idée de science, pour parvenir enfin à l'Un. Par un mouvement descendant, la connaissance de l'Idée de Bien nous fera reconnaître ce qu'il y a de bon dans telle ou telle action, de sage dans tel ou tel homme, de même que la connaissance des Idées d'homme ou de science nous fera savoir ce qui distingue les hommes des autres animaux et la science de ce qui n'en est pas. Enfin, la connaissance de l'Un nous fera voir quelle unité se cache derrière ce qui paraît multiple. Aristote, qui n'adhèrera pas à la théorie platonicienne des Idées, mettra en évidence une faille logique dans chacun de ces deux mouvements.

Il reprochera au mouvement ascendant de faire apparaître l'Idée comme une entité existant séparément des objets singuliers dont elle est le modèle, empêchant par là d'en faire l'attribut commun de plusieurs sujets, comme on verra que la formulation de la proposition le réclame dans la logique aristotélicienne. Il reprochera au mouvement descendant de ne pas atteindre son but lorsqu'il s'agit de définir ce qu'on appellerait aujourd'hui un *concept*, en le caractérisant par une propriété commune valant partout où on l'applique. Pour ce faire, la dialectique procède

1. Sauf rares exceptions, nous donnons l'original du titre pour les ouvrages rédigés en latin et en sanskrit, et le traduisons en français lorsqu'ils sont écrits dans d'autres langues.
2. L'usage de la majuscule indique que le terme a ici un sens propre à Platon.

par division ou *diérèse*, selon une procédure dichotomique qu'on retrouvera chez Porphyre au début de l'ère chrétienne. Dit de façon moderne, on enrichit progressivement la *compréhension* du concept – on ajoute des propriétés –, ce qui en diminue simultanément l'*extension* – la quantité d'objets qui ont ces propriétés est moindre (nous préciserons plus loin le sens de ces termes). Soit un concept S à définir : on part d'un concept A plus vaste, qu'on divise en B et non-B (telles que la réunion des deux donne A), opération qu'on répète jusqu'à placer S dans une « case ». Par exemple, soit à définir le concept d'homme (S) à partir de celui de corps (A). Parmi les corps, on distinguera ceux qui sont animés (comme les animaux) et ceux qui ne le sont pas (comme les minéraux) ; parmi les premiers, certains sont doués de raison (les hommes), d'autres non (les animaux non humains). On conclura que l'homme est un corps animé doué de raison.

Aristote reprochera à la diérèse platonicienne, d'une part de ne pouvoir emporter la décision par la force de la seule nécessité logique et de devoir y ajouter une certaine forme de consentement, d'autre part de prouver en réalité plus que ce qu'on en attend. Soit à montrer, comme précédemment, que S est B sachant que S est A. La logique nous dit que S est B ou non-B, donc plus que ce que nous cherchons, mais ce n'est pas elle seule qui nous dit dans laquelle de ces deux sous-classes placer S. Il faut que nous l'admettions, et chaque étape pose le même problème. L'exemple précédent nous a amené à la division entre corps animés doués de raison et corps animés non doués de raison. Mais l'expression « corps animé doué de raison » est-elle une bonne définition du concept d'homme ? Ne pourrait-il pas y avoir des humains non doués de raison ou des corps animés doués de raison qui ne soient pas des humains ? Où placer les centaures, les sirènes, etc. ? C'est cette critique de la diérèse platonicienne qui conduira Aristote à inventer le syllogisme.

Nous avons utilisé plusieurs fois le mot « logique », à propos de ce qui ne lui appartient que de manière approchée. S'il est difficile d'en donner une définition, son étymologie est simple. Le nom « logique » vient du substantif grec « *logikê* », par le biais de l'adjectif « *logikos* », lui-même dérivé du substantif « *logos* », terme très difficile à traduire en français, signifiant « parole », « discours », « sens », « raison », « proportion », « relation », « analogie », « étude ». La logique serait donc un discours rationnel, établissant des liens entre des termes ou des propositions. Les spécialistes renoncent souvent à traduire « *logos* », étant entendu qu'on sait ce que le terme recouvre, selon le contexte, ou qu'on souhaite justement en conserver la pureté originelle.

Quant à la naissance du nom « logique » pour désigner une discipline intellectuelle, elle n'est pas facile à repérer, et l'histoire de son emploi difficile à restituer. Aristote utilise l'adjectif « *logikos* », mais n'a recours à aucun substantif pour désigner quelque chose qui serait *la* logique. Selon une indication de Boèce à la fin de l'époque

romaine, ce serait une création des commentateurs du philosophe grec au début de l'ère chrétienne, mais il serait en réalité antérieur à Aristote lui-même : Xénocrate divisait la philosophie en logique, éthique et « physique¹ », et on verra que les stoïciens en faisaient usage pour désigner une des espèces de la philosophie. Au sens d'une « science » du raisonnement correct, le terme est présent chez Cicéron, et les écrits de Galien et d'Alexandre d'Aphrodise semblent attester qu'il était d'un usage courant au début de l'ère chrétienne. Son emploi est devenu systématique en Occident au XIII^e siècle, précisément lors de la redécouverte des travaux d'Aristote.

II. LA LOGIQUE D'ARISTOTE

A. Présentation

Aristote naquit à Stagire, dans le nord de la Grèce, en 384 avant J.-C. Il entra à l'Académie de Platon en 366, et y resta jusqu'à la mort de ce dernier en 348. Après être devenu le précepteur et ami d'Alexandre le Grand, il revint à Athènes en 335 et fonda sa propre école, le Lycée. Obligé de s'exiler en 323, il mourut l'année suivante. Bien que son disciple le plus brillant, Aristote est le premier grand critique de Platon, en particulier par son rejet de la théorie des Idées et sa conception de la dialectique.

Ce qui fait d'Aristote l'un des « inventeurs » de la logique, c'est qu'il l'a érigée en discipline autonome et que, contrairement à ses prédécesseurs, il a théorisé le raisonnement logique, jusqu'alors intégré empiriquement à l'argumentation philosophique dont certains traits ne faisaient que l'illustrer. Aristote l'a fait à partir d'une double critique de la dialectique platonicienne, dont il a néanmoins conservé l'usage du raisonnement par l'absurde. Ses ouvrages logiques ont été regroupés, entre les III^e et VI^e siècles de notre ère, sous le titre générique d'*Organon*, c'est-à-dire instrument. On ne peut dire avec certitude dans quel ordre ils ont été composés, mais en voici la liste, selon une chronologie sur laquelle les spécialistes s'accordent à peu près (d'autres ouvrages, notamment la *Métaphysique*, contiennent des considérations relatives à la logique) :

1. *Catégories* (présentation des catégories logiques et de la structure générale de la proposition) et *Topiques* (début de la théorie du syllogisme) ;
2. *Réfutations sophistiques* (prolongement des *Topiques*) ;
3. *Hermeneia* ou *De l'Interprétation* (théorie de l'opposition des propositions) ;
4. *Premiers Analytiques* (théorie du syllogisme) et *Seconds Analytiques* (syllogismes démonstratifs).

1. L'usage des guillemets est ici destiné à prévenir le lecteur que la physique de l'Antiquité a peu à voir avec la physique moderne.

Si l'appellation d'*Organon* n'est pas d'Aristote, elle se justifie car lui-même ne voyait pas dans la logique une partie de la philosophie, mais une discipline intellectuelle préparatoire : « il faut connaître les *Analytiques* avant d'aborder aucune science », dit-il dans la *Métaphysique*. Et il écrit au tout début de ces *Analytiques* que le « sujet de son enquête est la démonstration », qui s'applique à la science, c'est-à-dire aux mathématiques, à la « physique » et à la philosophie. Pour Aristote, la logique n'est donc pas une science au sens strict, mais un « art », celui de construire formellement le raisonnement pour l'appliquer à la science démonstrative.

Mais une démonstration doit reposer sur des principes et la logique sur des lois. Pour certaines d'entre elles et comme ses prédécesseurs, Aristote n'a fait qu'en approcher l'explicitation. Dans un texte aujourd'hui perdu, rédigé avant l'*Organon*, le philosophe aurait présenté l'argument suivant : *S'il ne faut pas philosopher, il faut philosopher [pour montrer qu'il ne faut pas philosopher], donc il faut philosopher*. Est ici illustrée une forme du raisonnement par l'absurde autre que celle utilisée par Zénon : si, pour une certaine proposition, supposer sa fausseté implique sa vérité, alors cette proposition est vraie. Et dans les *Topiques*, Aristote donne le conseil suivant, qui exprime une règle logique liée à la définition de l'*implication* dont on parlera plus loin :

Pour établir une thèse, chercher une proposition dont la vérité implique celle de la thèse : alors si l'on montre que cette proposition est vraie, on aura par-là même démontré la thèse ; pour la réfuter, chercher une proposition qui soit une conséquence de la thèse : alors si l'on montre que cette conséquence est fausse, on aura par-là même réfuté cette thèse.

Et toujours en lien avec l'implication, Aristote écrit dans les *Premiers Analytiques* (chez lui, « prémisses » et « proposition » sont synonymes) :

De prémisses vraies on ne peut tirer une conclusion fausse, mais de prémisses fausses on peut tirer une conclusion vraie.

On ne trouve pas chez Aristote de véritables formulations du *principe d'identité*, ni pour les termes – il aurait la forme « Toute chose est identique à elle-même » –, ni pour les propositions – sa forme serait *si p, alors p*¹. Si Aristote utilise implicitement les formules « A appartient à tout A », « Tout A est A » ou « A se dit de tous les A », il ne les énonce jamais explicitement, peut-être parce qu'il trouvait le principe d'identité trop évident pour devoir le faire.

1. Nous respecterons le plus souvent la convention suivante : les propositions en langue usuelle seront entourées de guillemets, les lois et expressions utilisant, même en partie, des lettres symbolisant des propositions seront en italiques.

Les écrits d'Aristote contiennent en revanche des formulations de ce qu'on appelle les *principes de contradiction* – une proposition et sa négation ne peuvent être simultanément vraies – et du *tiers exclu* – de deux propositions dont l'une est la négation de l'autre, l'une est vraie et l'autre fausse. Ce ne sont pas pour Aristote des lois logiques au sens strict, mais des « principes communs » à toutes les sciences, dont il a donné plusieurs versions. Dans la *Métaphysique*, le principe de contradiction est plus qu'une loi logique, c'est une loi fondamentale de l'Être, selon laquelle « il est impossible qu'une chose soit et ne soit pas en même temps », écrit Aristote, qui ajoute qu'« il est impossible que le même attribut appartienne et n'appartienne pas en même temps, au même sujet et sous le même rapport ». Dans les *Analytiques*, il lui donne la forme suivante : « il est impossible d'affirmer et de nier en même temps un prédicat d'un sujet ». Le principe du tiers exclu semble être moins une loi de l'Être que de la pensée, selon laquelle « toute chose doit nécessairement être niée ou affirmée », écrit Aristote dans la *Métaphysique*, les *Analytiques* précisant que « pour tout prédicat, c'est l'affirmation ou la négation qui est vraie ».

B. Catégories logiques et types de propositions

Précisons la signification des mots « sujet » et « prédicat » utilisés par Aristote. Sa logique est une logique des *termes* – « un terme étant ce en quoi se résout la prémisses », laquelle est « une phrase qui affirme ou nie quelque chose de quelque chose », explique-t-il. Ces termes, qui sont au centre des analyses logiques d'Aristote, sont le *sujet* et le *prédicat*, la proposition – ou prémisses – consistant en l'*attribution* d'un prédicat à un sujet, le lien étant assuré par un *verbe*. Par exemple, dans la proposition « La mortalité appartient à (est affirmée de, est prédiquée de) l'homme », le sujet est l'homme et le prédicat la mortalité. Étant donnée la nature uniquement attributive de la proposition, Aristote exclut que le prédicat puisse renvoyer à un individu.

Aristote utilisant implicitement l'idée de *variable*, c'est-à-dire d'expression pouvant prendre n'importe quelle valeur dans un domaine donné¹, la forme générale de la proposition aristotélicienne est « B appartient à A », « B est affirmé de A » ou « B est prédiqué de A ». Les médiévaux la transformeront en « S est P », où S est le *sujet*, P le *prédicat* (l'attribut, le qualificatif, l'épithète) et « est » la *copule* (le lien, le verbe). Par exemple : « L'homme est mortel ». Pour simplifier, nous utiliserons parfois cette forme, notamment pour les exemples, comme Aristote l'a fait lui-même aussi dans ce cas.

1. Dans le cas de $f(x) = 1/x$ par exemple, f est une fonction de la variable x , laquelle peut prendre pour valeur n'importe quel nombre, 0 excepté.

Selon lui, il y a dix manières de prédiquer, qui sont autant de catégories. Par un jeu de transformations grammaticales, Aristote n'a retenu en logique que les catégories de *qualité* et de *quantité*, selon des dénominations qui ne lui appartiennent pas mais que la tradition a consacrées :

1. Selon la *qualité*, Aristote distingue les propositions qui affirment quelque chose d'un sujet (« L'homme est mortel ») de celles qui nient quelque chose d'un sujet (« L'homme n'est pas oiseau »), la négation portant toujours sur la copule.
2. Selon la *quantité*, Aristote distingue les propositions universelles (« Tout homme est mortel »), particulières (« Quelque homme est médecin »), indéfinies (« L'homme est juste ») et singulières (« Socrate est homme »). Les mots « tout » et « quelque », qu'il utilise systématiquement, signifient respectivement « tous les » et « quelques », c'est-à-dire « au moins un ».

Les propositions indéfinies ne jouent pratiquement aucun rôle dans la logique d'Aristote, qui les traite, en syllogistique, comme des particulières, sans s'en expliquer vraiment et alors que leur sujet apparaît plutôt comme un terme universel. Les propositions singulières, dont le sujet est un unique individu, doivent être, selon Aristote, exclues de la logique pour plusieurs raisons, dont l'une est que sa définition de la prémisse – « une phrase qui affirme ou nie quelque chose de quelque chose » –, n'est pas satisfaite dans le cas d'un sujet singulier. Mais la principale raison, et la seule vraiment décisive, est que la syllogistique aristotélicienne exige qu'un même terme puisse être tantôt sujet, tantôt prédicat, ce qui est impossible avec un terme singulier. Car si l'on peut dire que la mortalité appartient à Socrate, on ne peut prédiquer la « socratité » de la mortalité :

Nécessairement, conclut Aristote, toute démonstration et tout syllogisme prouvent une attribution ou une non attribution à un sujet, soit universellement, soit particulièrement.

Restent donc, en combinant qualité et quantité, quatre types de propositions (peu importe que celles des exemples qui suivent soient vraies ou fausses) :

1. Les *affirmatives universelles* (A.U.), de la forme « A appartient à tout B », comme « Tout homme est mortel ».
2. Les *affirmatives particulières* (A.P.), de la forme « A appartient à quelque B », comme « Quelque homme est mortel ».
3. Les *négatives universelles* (N.U.), de la forme « A n'appartient à aucun B », comme « Aucun homme n'est mortel ».
4. Les *négatives particulières* (N.P.), de la forme « A n'appartient pas à quelque B », comme « Quelque homme n'est pas mortel ».

Aristote a lui-même examiné comment passer d'un type de proposition à un autre : par *opposition*, en distinguant la *contradiction* et la *contrariété*, et par *conversion*.

Deux propositions sont *contradictaires* lorsqu'elles ne peuvent être toutes deux vraies ou toutes deux fausses. On peut donc conclure de la vérité de l'une à la fausseté de l'autre et inversement. La relation de contradiction, qui correspond à la négation de la logique moderne, vaut entre affirmative universelle et négative particulière correspondantes : « Tout S est P » et « Quelque S n'est pas P » sont deux propositions contradictoires, de même que « Aucun S n'est P » et « Quelque S n'est pas P ». Par exemple, « Tout homme est mortel » et « Quelque homme n'est pas mortel », ainsi que « Aucun homme n'est mortel » et « Quelque homme est mortel », sont deux couples de propositions contradictoires.

Deux propositions *contraires* sont incompatibles, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent être toutes deux vraies, sans qu'on puisse rien dire de leur fausseté. On peut donc conclure de la vérité de l'une à la fausseté de l'autre, mais on ne peut rien dire, si l'une est fausse, de la vérité ou de la fausseté de l'autre. La relation de contrariété ne peut valoir qu'entre universelles. « Tout S est P » et « Aucun S n'est P » sont deux propositions contraires, par exemple « Tout homme est mortel » et « Aucun homme n'est mortel ». Ici, la vérité de la première proposition entraîne la fausseté de la seconde. En revanche, si « Aucun homme n'est philosophe » et « Tout homme est philosophe » sont bien des propositions contraires, la fausseté de la première proposition n'entraîne pas la vérité de la seconde, qui est également fausse. Comme on le voit, les propriétés de la double relation d'opposition reposent sur les principes de contradiction et du tiers exclu.

La *conversion* consiste à permuter sujet et prédicat, ce qui n'est possible que si les deux termes sont de même nature. Aristote excluant qu'un prédicat désigne un individu, ils ne peuvent être que ce qu'on appelle des concepts. Se demandant à quelles conditions la conversion est légitime, Aristote constate qu'elle l'est pour une définition du type « A est B », qui devient « B est A » : c'est ainsi que « Homme est animal doué de raison » se convertit en « Animal doué de raison est homme ». Mais il souligne qu'elle ne l'est pas lorsque la relation est du genre à l'espèce : « L'homme est animal », où *homme* est traité comme une espèce du genre *animal*, n'est pas convertible en « L'animal est homme ». Lorsque Aristote examine la conversion relativement aux quatre types de propositions qu'il a dégagés, il donne les résultats suivants. La négative universelle « Aucun S n'est P » et l'affirmative particulière « Quelque S est P » se convertissent en une proposition du même type, respectivement « Aucun P n'est S » et « Quelque P est S ». Par exemple, « Aucun homme n'est mortel » devient « Aucun mortel n'est homme » et « Quelque homme est philosophe » « Quelque philosophe est homme ». L'affirmative universelle « Tout