

## Table des matières

Présentation de la collection . . . . .	5
Comment utiliser ce livre ? . . . . .	6
Quelques conseils pour bien apprendre . . . . .	7
SAVOIRS . . . . .	9
Thème 1 - Vocabulaire ensembliste . . . . .	10
Thème 2 - Calculs algébriques . . . . .	12
Thème 3 - Nombres complexes et trigonométrie . . . . .	15
Thème 4 - Inégalités, fonctions usuelles de la variable réelle à valeurs réelles . . . . .	17
Thème 5 - Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .	25
Thème 6 - Nombres réels et suites numériques . . . . .	29
Thème 7 - Limites . . . . .	37
Thème 8 - Continuité . . . . .	42
Thème 9 - Dérivabilité . . . . .	44
Thème 10 - Analyse asymptotique . . . . .	49
Thème 11 - Arithmétique dans l'ensemble des entiers relatifs . . . . .	54
Thème 12 - Structures algébriques usuelles . . . . .	58
Thème 13 - Polynômes . . . . .	59
Thème 14 - Fractions rationnelles . . . . .	65
Thème 15 - Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	68
Thème 16 - Matrices . . . . .	76
Thème 17 - Déterminants . . . . .	81
Thème 18 - Espaces préhilbertiens réels . . . . .	84
Thème 19 - Intégration . . . . .	89
Thème 20 - Séries numériques . . . . .	91
Thème 21 - Dénombrement . . . . .	94
Thème 22 - Probabilités sur un univers fini . . . . .	96
Thème 23 - Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini . . . . .	99

<b>SAVOIR-FAIRE</b> . . . . .	<b>105</b>
<b>Thème 0 - Savoir-faire de base</b> . . . . .	<b>106</b>
Comment démontrer une propriété ? . . . . .	106
Effectuer une récurrence faible . . . . .	106
Effectuer une récurrence forte . . . . .	107
Raisonnement par contraposée . . . . .	108
Raisonnement par l'absurde . . . . .	108
À vous de jouer ! . . . . .	109
<b>Thème 1 - Vocabulaire ensembliste</b> . . . . .	<b>110</b>
Comment démontrer que deux ensembles sont égaux ? . . . . .	110
Raisonnement par double inclusion . . . . .	110
Utiliser les propriétés sur les ensembles . . . . .	110
Comment démontrer qu'une application est, ou n'est pas, injective, surjective, bijective ? . . . . .	111
Utiliser la définition . . . . .	111
Utiliser la fonction réciproque . . . . .	112
À vous de jouer ! . . . . .	112
<b>Thème 2 - Calculs algébriques</b> . . . . .	<b>114</b>
Comment calculer une somme ? . . . . .	114
Repérer des sommes connues . . . . .	114
Effectuer un changement d'indice . . . . .	114
Utiliser la formule du binôme . . . . .	115
Comment calculer un produit ? . . . . .	116
Se ramener à une somme . . . . .	116
Effectuer un changement d'indice . . . . .	116
Comment calculer une somme double ? . . . . .	117
Se ramener à des sommes simples . . . . .	117
Effectuer un changement de sommation équivalent . . . . .	117
Comment calculer avec des factorielles et des coefficients binomiaux ? . . . . .	118
Revenir à la définition des coefficients binomiaux . . . . .	118
Utiliser la formule de Pascal . . . . .	119
Comment développer une expression ? . . . . .	119
Utiliser la formule de Pascal et la formule du binôme . . . . .	119
Comment résoudre un système linéaire d'équations ? . . . . .	120
Utiliser la méthode du pivot de Gauss . . . . .	120
À vous de jouer ! . . . . .	121
<b>Thème 3 - Nombres complexes et trigonométrie</b> . . . . .	<b>124</b>
Comment écrire un nombre complexe non nul sous forme trigonométrique ? . . . . .	124
Factoriser par le module . . . . .	124
Utiliser les règles de calcul sur les exponentielles complexes . . . . .	124
Utiliser la méthode de l'arc moitié . . . . .	125
Comment résoudre une équation dans $\mathbb{C}$ ? . . . . .	125
Utiliser une équation du second degré . . . . .	125
Utiliser un système somme-produit . . . . .	127
Utiliser les racines $n$ -ièmes de l'unité . . . . .	127
Utiliser l'exponentielle complexe . . . . .	128

Comment montrer qu'un nombre complexe est réel ? . . . . .	128
Utiliser le conjugué . . . . .	128
Comment factoriser une expression trigonométrique ? . . . . .	129
Se ramener à un calcul dans $\mathbb{C}$ . . . . .	129
Comment linéariser une expression trigonométrique ? . . . . .	129
Utiliser les formules d'Euler . . . . .	129
Utiliser les formules trigonométriques . . . . .	130
Comment exprimer $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos t$ et $\sin t$ ? . .	130
Utiliser la formule de Moivre. . . . .	130
À vous de jouer ! . . . . .	131
<b>Thème 4 - Inégalités, fonctions usuelles de la variable réelle à</b>	
<b>valeurs réelles . . . . .</b>	<b>133</b>
Comment résoudre une équation avec des valeurs absolues ? . . . . .	133
Se ramener à la résolution d'équations sans valeurs absolues . . . . .	133
Faire une étude de signe . . . . .	133
Comment résoudre une inéquation avec des valeurs absolues ? . . . . .	134
Se ramener à la résolution d'inéquations sans valeurs absolues . . . . .	134
Faire une étude de signe . . . . .	135
Comment obtenir le maximum ou le minimum d'un ensemble ? . . . . .	136
Effectuer une étude de fonction . . . . .	136
Utiliser un majorant élément de l'ensemble . . . . .	137
Comment réduire le domaine d'étude d'une fonction ? . . . . .	138
Utiliser la parité . . . . .	138
Utiliser la périodicité . . . . .	138
Comment prouver une égalité ou une inégalité avec des fonctions	
usuelles ? . . . . .	139
Effectuer une étude de fonction . . . . .	139
Comment résoudre une équation, une inéquation avec des fonctions	
usuelles ? . . . . .	140
Utiliser la bijectivité de la fonction $\ln$ . . . . .	140
Utiliser la stricte croissance de la fonction $\ln$ . . . . .	141
Passer par un polynôme avec la fonction exponentielle et les	
fonctions hyperboliques . . . . .	142
Regrouper les fonctions exponentielles de même base . . . . .	142
Utiliser une condition nécessaire avec les fonctions circulaires	
réciproques . . . . .	143
À vous de jouer ! . . . . .	144
<b>Thème 5 - Primitives et équations différentielles linéaires. . . . .</b>	<b>146</b>
Comment calculer une intégrale ? . . . . .	146
Reconnaître une primitive de fonctions composées . . . . .	146
Utiliser une intégration par parties . . . . .	146
Utiliser un changement de variable. . . . .	148
Comment calculer l'intégrale d'un produit d'un cosinus ou d'un sinus	
avec une fonction exponentielle ? . . . . .	148
Plonger le calcul dans les complexes . . . . .	148
Effectuer deux intégrations par parties . . . . .	149

Comment calculer l'intégrale d'un produit d'un cosinus ou d'un sinus avec le produit d'une fonction exponentielle et d'un polynôme ? . . . . .	150
Plonger le calcul dans les complexes puis effectuer des intégrations par parties . . . . .	150
Comment résoudre l'équation homogène d'une équation différentielle linéaire du premier ordre ? . . . . .	151
Appliquer le théorème . . . . .	151
Comment trouver une solution particulière d'une équation différentielle linéaire du premier ordre ? . . . . .	152
Utiliser la méthode de variation de la constante . . . . .	152
Utiliser le principe de superposition . . . . .	154
Comment résoudre un problème de Cauchy pour une équation différentielle linéaire du premier ordre ? . . . . .	155
Calculer la valeur de la constante . . . . .	155
Comment résoudre l'équation homogène d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants ? . . . . .	156
Appliquer le théorème . . . . .	156
Comment trouver une solution particulière d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants ? . . . . .	157
Voir le second membre sous la forme $P(x)e^{\omega x}$ . . . . .	157
Voir le second membre sous la forme $P(x)\cos(\alpha x)$ ou $P(x)\sin(\alpha x)$ . . . . .	161
Utiliser le principe de superposition . . . . .	162
Comment résoudre un problème de Cauchy pour une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants ? . . . . .	164
Calculer les valeurs des constantes . . . . .	164
À vous de jouer ! . . . . .	165
<b>Thème 6 - Nombres réels et suites numériques . . . . .</b>	<b>168</b>
Comment faire un exercice avec la partie entière ? . . . . .	168
Utiliser la définition . . . . .	168
Comment obtenir la borne supérieure/inférieure d'un ensemble ? . . . . .	168
Utiliser la définition . . . . .	168
Utiliser la caractérisation séquentielle . . . . .	169
Comment étudier le sens de variation d'une suite ? . . . . .	170
Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ . . . . .	170
Étudier la position de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ par rapport à 1 . . . . .	170
Faire une étude de fonction . . . . .	171
Comment montrer qu'une suite n'a pas de limite ? . . . . .	172
Utiliser des suites extraites . . . . .	172
Comment lever une forme indéterminée ? . . . . .	172
Factoriser par le terme prépondérant . . . . .	172
Utiliser la quantité conjuguée avec des racines carrées . . . . .	173
Comment déterminer la nature d'une suite et trouver sa limite ? . . . . .	173
Utiliser la définition de la limite d'une suite . . . . .	173
Utiliser le produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle . . . . .	174
Utiliser un théorème de comparaison . . . . .	175
Utiliser le théorème de Bolzano-Weierstrass . . . . .	176

Comment déterminer la nature d'une suite ? . . . . .	177
Utiliser le théorème de la limite monotone . . . . .	177
Montrer que deux suites sont adjacentes . . . . .	179
Utiliser les suites extraites . . . . .	179
Comment déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique ? . . . . .	181
Utiliser une suite géométrique auxiliaire . . . . .	181
Comment déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants ? . . . . .	182
Appliquer le théorème . . . . .	182
Comment étudier une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$ ? . . . . .	184
Utiliser le lien entre la limite de la suite et un point fixe de $f$ . . . . .	184
À vous de jouer ! . . . . .	186
<b>Thème 7 - Limites . . . . .</b>	<b>191</b>
Comment montrer qu'une fonction n'a pas de limite ? . . . . .	191
Utiliser la caractérisation séquentielle de la limite . . . . .	191
Utiliser la limite à droite et la limite à gauche . . . . .	191
Comment lever une forme indéterminée ? . . . . .	192
Factoriser par le terme prépondérant . . . . .	192
Utiliser la quantité conjuguée avec des racines carrées . . . . .	192
Factoriser l'expression . . . . .	193
Utiliser un taux d'accroissement . . . . .	194
Comment déterminer la limite d'une fonction ? . . . . .	194
Utiliser un théorème de comparaison . . . . .	194
À vous de jouer ! . . . . .	195
<b>Thème 8 - Continuité . . . . .</b>	<b>197</b>
Comment étudier la continuité d'une fonction en un point ? . . . . .	197
Étudier la limite en ce point . . . . .	197
Utiliser la partie entière . . . . .	198
Utiliser la caractérisation séquentielle de la densité . . . . .	198
Comment étudier le prolongement par continuité d'une fonction en un point ? . . . . .	199
Étudier l'existence d'une limite finie en ce point . . . . .	199
Comment résoudre une équation fonctionnelle ? . . . . .	200
Utiliser une relation de récurrence et la continuité . . . . .	200
Dans quels cas utiliser le théorème des valeurs intermédiaires ? . . . . .	201
Pour montrer qu'une équation a au moins une solution . . . . .	201
Pour montrer qu'une équation a exactement une solution . . . . .	201
Dans quels cas utiliser le théorème des bornes atteintes ? . . . . .	202
Pour montrer qu'une fonction est bornée . . . . .	202
Pour montrer qu'une fonction est constante sur un segment . . . . .	203
Pour montrer une inégalité sur un segment . . . . .	203
Comment étudier la bijectivité d'une fonction ? . . . . .	204
Utiliser la continuité et la stricte monotonie . . . . .	204
Comment obtenir la fonction réciproque d'une fonction bijective ? . . . . .	205
Résoudre une équation . . . . .	205
À vous de jouer ! . . . . .	206

<b>Thème 9 - Dérivabilité</b> . . . . .	<b>209</b>
Comment montrer qu'une fonction est ou n'est pas dérivable ? . . . . .	209
Utiliser la définition . . . . .	209
Utiliser le théorème de la limite de la dérivée . . . . .	210
Dans quels cas utiliser le théorème de Rolle ? . . . . .	211
Montrer qu'une dérivée s'annule . . . . .	211
Montrer qu'une équation possède une solution . . . . .	211
Dans quels cas utiliser le théorème des accroissements finis ? . . . . .	212
Prouver une égalité ou une inégalité . . . . .	212
Déterminer une limite . . . . .	213
Comment montrer qu'une fonction est lipschitzienne ? . . . . .	214
Utiliser la définition . . . . .	214
Utiliser l'inégalité des accroissements finis . . . . .	214
Comment calculer les dérivées successives d'une fonction ? . . . . .	215
Établir une conjecture que l'on démontre par récurrence . . . . .	215
Utiliser la formule de Leibniz . . . . .	216
Plonger le calcul dans $\mathbb{C}$ . . . . .	217
Comment étudier la dérivée d'une fonction réciproque ? . . . . .	218
Utiliser la propriété du cours . . . . .	218
Exprimer la fonction réciproque . . . . .	219
Comment étudier une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$ ? . . . . .	220
Montrer que $f$ est une fonction contractante . . . . .	220
À vous de jouer ! . . . . .	223
<b>Thème 10 - Analyse asymptotique</b> . . . . .	<b>227</b>
Comment obtenir le développement limité d'une somme ? . . . . .	227
Utiliser les développements limités usuels . . . . .	227
Comment obtenir le développement limité d'un produit ? . . . . .	227
Utiliser les développements limités usuels et la troncature . . . . .	227
Comment obtenir le développement limité d'une fonction composée ? . . . . .	228
Utiliser les développements limités usuels . . . . .	228
Comment obtenir le développement limité d'un quotient ? . . . . .	229
Utiliser le développement limité usuel de $x \mapsto (1+x)^{-1}$ . . . . .	229
Comment obtenir le développement limité d'une composée avec la fonction exponentielle ? . . . . .	231
Utiliser les règles de calcul avec la fonction exponentielle . . . . .	231
Comment obtenir le développement limité d'une composée avec la fonction $\ln$ ? . . . . .	232
Utiliser les règles de calcul avec la fonction $\ln$ . . . . .	232
Comment obtenir le développement limité d'une fonction définie à l'aide d'une intégrale, ou des fonctions trigonométriques réciproques ? . . . . .	233
Utiliser le développement limité de la dérivée . . . . .	233
Comment obtenir un équivalent d'une suite, d'une fonction ? . . . . .	234
Utiliser les équivalents usuels en 0 . . . . .	234
Utiliser les développements limités . . . . .	235
Comment obtenir la limite d'une suite, d'une fonction ? . . . . .	236
Chercher un équivalent . . . . .	236
Utiliser les développements limités . . . . .	236

Comment obtenir un développement limité en $a \neq 0$ ? . . . . .	237
Utiliser un changement de variable pour se ramener en 0 . . . . .	237
Comment étudier localement une fonction au voisinage d'un point ? . . . .	238
Utiliser un développement limité . . . . .	238
Comment étudier localement une fonction au voisinage de l'infini ? . . . .	239
Utiliser un développement limité . . . . .	239
À vous de jouer ! . . . . .	240
<b>Thème 11 - Arithmétique dans l'ensemble des entiers relatifs . . .</b>	<b>244</b>
Comment montrer une divisibilité ? . . . . .	244
Utiliser la définition de la divisibilité . . . . .	244
Utiliser les congruences . . . . .	245
Utiliser une démonstration par récurrence . . . . .	246
Comment obtenir le reste d'une division euclidienne ? . . . . .	246
Utiliser les congruences . . . . .	246
Comment obtenir le PGCD de deux entiers ? . . . . .	247
Utiliser la division euclidienne, algorithme d'Euclide . . . . .	247
Utiliser la décomposition en nombres premiers . . . . .	248
Comment obtenir une relation de Bézout ? . . . . .	248
Utiliser la division euclidienne, algorithme d'Euclide étendu . . . . .	248
Comment résoudre une équation à plusieurs inconnues dans les entiers ? . .	249
Utiliser la factorisation et la divisibilité . . . . .	249
Utiliser les congruences pour montrer qu'il n'y a pas de solution . . . . .	250
Comment résoudre un système de congruences à une inconnue ? . . . . .	250
Utiliser la méthode de la congruence en cascade . . . . .	250
À vous de jouer ! . . . . .	251
<b>Thème 12 - Structures algébriques usuelles . . . . .</b>	<b>253</b>
Comment montrer qu'un ensemble muni d'une loi est un groupe ? . . . . .	253
Utiliser la définition d'un groupe . . . . .	253
Utiliser la caractérisation des sous-groupes . . . . .	254
À vous de jouer ! . . . . .	254
<b>Thème 13 - Polynômes . . . . .</b>	<b>256</b>
Comment résoudre une équation d'inconnues des polynômes ? . . . . .	256
Utiliser le degré du polynôme . . . . .	256
Utiliser une racine d'un polynôme . . . . .	257
Comment obtenir le reste d'une division euclidienne ? . . . . .	258
Utiliser la définition et les racines du diviseur . . . . .	258
Comment déterminer la multiplicité d'une racine ? . . . . .	258
Utiliser la caractérisation de la multiplicité . . . . .	258
Comment montrer qu'un polynôme en divise un autre ? . . . . .	259
Utiliser une factorisation . . . . .	259
Utiliser les racines et leur multiplicité . . . . .	260
Comment résoudre un système non linéaire d'équations ? . . . . .	260
Utiliser les relations coefficients-racines . . . . .	260
Comment obtenir la décomposition en facteurs irréductibles ? . . . . .	261
Chercher une racine évidente . . . . .	261
Utiliser des formules connues pour factoriser . . . . .	262
Utiliser un changement de variable . . . . .	262
Décomposer dans $\mathbb{C}[X]$ . . . . .	263

Comment obtenir le PGCD de deux polynômes ? . . . . .	264
Utiliser la division euclidienne, algorithme d'Euclide . . . . .	264
Utiliser la décomposition en facteurs irréductibles . . . . .	265
Comment obtenir une relation de Bézout ? . . . . .	266
Utiliser la division euclidienne, algorithme d'Euclide étendu . . . . .	266
Comment obtenir un polynôme sous conditions ? . . . . .	267
Utiliser la formule d'interpolation de Lagrange . . . . .	267
Résoudre un système . . . . .	267
À vous de jouer ! . . . . .	269
<b>Thème 14 - Fractions rationnelles . . . . .</b>	<b>272</b>
Comment obtenir la partie entière d'une fraction rationnelle ? . . . . .	272
Effectuer une division euclidienne . . . . .	272
Comment obtenir la décomposition en éléments simples ? . . . . .	272
Évaluer en un pôle après une simplification . . . . .	272
Utiliser le lien entre pôle simple et décomposition en éléments simples . . . . .	273
Étudier une limite . . . . .	274
Évaluer en une valeur autre qu'un pôle . . . . .	274
Utiliser la parité . . . . .	275
Utiliser la conjugaison . . . . .	275
Évaluer en une racine complexe d'un polynôme de degré 2 . . . . .	276
Utiliser la décomposition de $\frac{P'}{P}$ . . . . .	277
À vous de jouer ! . . . . .	278
<b>Thème 15 - Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .</b>	<b>280</b>
Comment montrer que l'on a, ou pas, un espace vectoriel ? . . . . .	280
Montrer que l'on a, ou pas, un sous-espace vectoriel . . . . .	280
Montrer que l'ensemble est engendré par une partie . . . . .	281
Comment comparer des sous-espaces vectoriels ? . . . . .	281
Utiliser une double inclusion . . . . .	281
Utiliser une inclusion et les dimensions . . . . .	282
Comment montrer qu'une famille est libre ? . . . . .	283
Utiliser la définition . . . . .	283
Comment montrer qu'une famille est une base ? . . . . .	283
Montrer qu'elle est libre et utiliser la dimension . . . . .	283
Comment obtenir une base d'un espace vectoriel de dimension finie ? . . . . .	284
Extraire cette base d'une famille génératrice . . . . .	284
Compléter une famille libre . . . . .	285
Comment montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires ? . . . . .	286
Utiliser la caractérisation des sous-espaces supplémentaires . . . . .	286
Procéder par analyse-synthèse . . . . .	287
Comment déterminer en dimension finie, un supplémentaire d'un sous-espace vectoriel ? . . . . .	289
Utiliser le théorème de la base incomplète . . . . .	289
Comment montrer qu'une application est, ou n'est pas, linéaire ? . . . . .	290
Utiliser la définition . . . . .	290
Comment obtenir l'image d'une application linéaire ? . . . . .	290
Utiliser la définition . . . . .	290
Déterminer l'image d'une base . . . . .	291



Comment obtenir le noyau d'une application linéaire ? . . . . .	292
Utiliser la définition . . . . .	292
Comment montrer qu'une application linéaire est injective ? . . . . .	293
Déterminer le noyau . . . . .	293
Comment montrer qu'une application linéaire est bijective ? . . . . .	294
Montrer que l'image d'une base est une base . . . . .	294
Déterminer le noyau de l'application linéaire . . . . .	295
Déterminer une application réciproque . . . . .	295
Comment montrer qu'une application linéaire est un projecteur ? . . . . .	296
Utiliser la caractérisation des projecteurs . . . . .	296
À vous de jouer ! . . . . .	298
<b>Thème 16 - Matrices . . . . .</b>	<b>302</b>
Comment calculer la puissance d'une matrice ? . . . . .	302
Utiliser la formule du binôme . . . . .	302
Utiliser un polynôme annulateur . . . . .	303
Utiliser une récurrence . . . . .	304
Comment calculer l'inverse d'une matrice ? . . . . .	305
Résoudre le système $AX = Y$ . . . . .	305
Utiliser la méthode du pivot de Gauss . . . . .	307
Utiliser un polynôme annulateur . . . . .	308
Comment obtenir le noyau, l'image d'une application linéaire ? . . . . .	309
Utiliser la matrice de cette application linéaire . . . . .	309
Comment obtenir la réciproque d'une application linéaire bijective ? . . . . .	310
Utiliser l'inverse de la matrice de cette application linéaire . . . . .	310
Comment effectuer un changement de bases ? . . . . .	311
Appliquer les formules de changement de bases . . . . .	311
Comment obtenir le rang d'une matrice ? . . . . .	312
Utiliser la méthode du pivot de Gauss . . . . .	312
Comment montrer que deux matrices sont semblables ? . . . . .	313
Utiliser un changement de bases . . . . .	313
Comment résoudre un exercice avec la trace ? . . . . .	315
Utiliser la définition et les propriétés de la trace . . . . .	315
À vous de jouer ! . . . . .	316
<b>Thème 17 - Déterminants . . . . .</b>	<b>319</b>
Comment calculer un déterminant ? . . . . .	319
Utiliser un développement par rapport à une ligne, une colonne . . . . .	319
Utiliser la multilinéarité . . . . .	319
Utiliser les opérations élémentaires . . . . .	320
Utiliser un déterminant de Vandermonde . . . . .	321
Utiliser une relation de récurrence . . . . .	321
Comment déterminer si une matrice est inversible ? . . . . .	322
Utiliser le déterminant de la matrice . . . . .	322
Comment obtenir l'inverse d'une matrice ? . . . . .	323
Utiliser la comatrice . . . . .	323
À vous de jouer ! . . . . .	324

<b>Thème 18 - Espaces préhilbertiens réels</b> . . . . .	<b>326</b>
Comment montrer qu'une application est un produit scalaire ? . . . . .	326
Utiliser la définition . . . . .	326
Comment prouver une inégalité ? . . . . .	327
Utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwarz . . . . .	327
Comment montrer que deux ensembles sont égaux ? . . . . .	327
Utiliser une double inclusion et la définition de l'orthogonal . . . . .	327
Comment obtenir une famille orthonormale, une base orthonormale ? . . . .	328
Utiliser l'algorithme d'orthonormalisation de Schmidt . . . . .	328
Comment obtenir le supplémentaire orthogonal d'un sous-espace ? . . . . .	330
Utiliser la définition de l'orthogonal d'un ensemble . . . . .	330
Comment obtenir la distance à un sous-espace ? . . . . .	330
Utiliser la projection orthogonale sur ce sous-espace . . . . .	330
Utiliser la projection orthogonale et une base orthonormale de ce sous-espace . . . . .	331
Comment reconnaître une isométrie vectorielle en dimension 2 ? . . . . .	332
Utiliser la définition . . . . .	332
À vous de jouer ! . . . . .	333
<b>Thème 19 - Intégration</b> . . . . .	<b>336</b>
Comment obtenir des inégalités avec des intégrales ? . . . . .	336
Utiliser les inégalités du cours . . . . .	336
Comment calculer la limite d'une somme ? . . . . .	337
Utiliser une somme de Riemann . . . . .	337
Comment calculer une intégrale avec des valeurs absolues ? . . . . .	338
Utiliser la relation de Chasles . . . . .	338
Comment calculer l'intégrale d'une expression trigonométrique ? . . . . .	339
Linéariser l'expression trigonométrique . . . . .	339
Comment calculer l'intégrale d'une fraction rationnelle ? . . . . .	339
Décomposer la fraction rationnelle en éléments simples . . . . .	339
Comment dériver une fonction définie par une intégrale? . . . . .	342
Utiliser une intégrale fonction de ses bornes . . . . .	342
À vous de jouer ! . . . . .	343
<b>Thème 20 - Séries numériques</b> . . . . .	<b>345</b>
Comment débiter l'étude de la nature d'une série ? . . . . .	345
Étudier la limite du terme général de la série . . . . .	345
Comment étudier la nature d'une série à termes positifs ? . . . . .	345
Utiliser une comparaison au moyen d'inégalités . . . . .	345
Utiliser une comparaison au moyen d'équivalents . . . . .	346
Utiliser une comparaison série-intégrale . . . . .	347
Comment étudier la nature d'une série quelconque? . . . . .	348
Utiliser le lien suite-série . . . . .	348
Montrer que la série converge absolument . . . . .	348
Étudier la limite du produit du terme général par $n^\alpha$ . . . . .	349
Utiliser des suites adjacentes . . . . .	350
Déterminer un développement limité . . . . .	351

Comment calculer la somme d'une série convergente ? . . . . .	352
Utiliser des sommes télescopiques . . . . .	352
Utiliser l'inégalité de Taylor-Lagrange . . . . .	355
Comment obtenir un équivalent avec une série divergente ? . . . . .	356
Utiliser une comparaison série-intégrale . . . . .	356
À vous de jouer ! . . . . .	358
<b>Thème 21 - Dénombrement . . . . .</b>	<b>361</b>
Comment dénombrer un tirage sans remise, avec ordre ? . . . . .	361
Utiliser le nombre d'injections, de permutations . . . . .	361
Comment dénombrer un tirage avec remise, avec ordre ? . . . . .	361
Utiliser le nombre de $p$ -listes . . . . .	361
Comment dénombrer un tirage sans remise, sans ordre ? . . . . .	362
Utiliser le nombre de parties à $p$ éléments . . . . .	362
Comment effectuer un dénombrement quelconque ? . . . . .	362
Utiliser les opérations sur les cardinaux . . . . .	362
À vous de jouer ! . . . . .	363
<b>Thème 22 - Probabilités sur un univers fini . . . . .</b>	<b>366</b>
Comment obtenir la probabilité d'un événement sans condition ? . . . . .	366
Utiliser les dénombrements . . . . .	366
Obtenir la probabilité de l'événement contraire . . . . .	366
Utiliser la probabilité d'une réunion . . . . .	367
Comment obtenir la probabilité d'un événement sous condition ? . . . . .	368
Utiliser les probabilités conditionnelles . . . . .	368
Utiliser la formule des probabilités totales . . . . .	369
Comment obtenir la probabilité d'une cause sachant une conséquence ? . . . . .	370
Utiliser les formules de Bayes . . . . .	370
Comment obtenir la probabilité d'une intersection d'événements ? . . . . .	371
Utiliser la formule des probabilités composées . . . . .	371
Utiliser la définition des événements indépendants . . . . .	372
À vous de jouer ! . . . . .	373
<b>Thème 23 - Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini . . . . .</b>	<b>375</b>
Comment déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire ? . . . . .	375
Déterminer la probabilité de tous les événements élémentaires . . . . .	375
Utiliser des inégalités . . . . .	376
Reconnaître une loi usuelle . . . . .	377
Comment déterminer l'espérance d'une variable aléatoire ? . . . . .	377
Appliquer une formule . . . . .	377
Utiliser la définition . . . . .	378
Utiliser la formule de transfert . . . . .	378
Utiliser la linéarité de l'espérance . . . . .	379
Comment déterminer la variance d'une variable aléatoire ? . . . . .	380
Appliquer une formule . . . . .	380
Utiliser la formule de Huygens-König et la formule de transfert . . . . .	380
Utiliser une transformation affine . . . . .	381
Comment obtenir la loi conjointe d'un couple de variables aléatoires ? . . . . .	382
Déterminer la probabilité des événements élémentaires . . . . .	382
Comment obtenir les lois marginales ? . . . . .	383
Utiliser la loi conjointe . . . . .	383

Comment étudier l'indépendance de deux variables aléatoires ? . . . . .	384
Utiliser la définition . . . . .	384
Comment obtenir la covariance d'un couple de variables aléatoires ? . . . .	385
Utiliser une propriété de la covariance . . . . .	385
Comment obtenir la variance d'une somme de variables aléatoires ? . . . .	386
Utiliser le lien entre variance et covariance . . . . .	386
Comment obtenir une inégalité avec des variables aléatoires ? . . . . .	387
Utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev . . . . .	387
À vous de jouer ! . . . . .	388
<b>CORRIGÉS DES EXERCICES . . . . .</b>	<b>393</b>