

Table des matières

PREMIÈRE PARTIE : Culture du codage	1
0 Quelques rappels essentiels	1
0.1. Corps et anneaux	1
0.2. Matrices de Vandermonde. Résultantes	4
1 Survol historique	6
1.1. Préhistoire	6
1.2. Les débuts	6
1.3. Les années cinquante	8
1.4. Les années soixante	10
1.5. Les années soixante-dix	12
1.6. Les années quatre-vingts	13
1.7. Les années quatre-vingt-dix	14
1.8. Autres codes	17
1.9. Recherches actuelles	17
2 Généralités sur les codes	18
2.1. Définitions	18
2.2. Borne de Singleton et codes MDS	21
2.3. Le code simple $S(k)$	22
2.4. Le code de Hamming	23
2.5. Automatisation du code de Hamming	24
3 Sur les codes cycliques	25
3.1. Polynôme générateur	25
3.2. Transformation de Mattson-Solomon	27

3.3.	Division euclidienne	28
3.4.	Registre à décalage circulaire	29
3.5.	Décodage de cas particuliers	30
3.6.	Décodage général	32
4	Une grande famille de codes	34
4.1.	Le code BCH(r, s)	34
4.2.	Le code de Reed-Solomon RS(m, k)	36
4.3.	Décodage des codes RS	37
4.4.	Le code de Goppa $\Gamma(L, G)$	39
	DEUXIÈME PARTIE : Boîte à outils	39
5	Fonctions et séries	39
5.1.	Le corps des fonctions rationnelles $F(\mathbb{K}^n)$	39
5.2.	Valuation et degré	41
5.3.	Dérivation	41
5.4.	Le corps des séries formelles $\mathbb{K}((X))$	43
5.5.	Somme d'une série	45
5.6.	Série différentielle	48
6	Plan projectif, courbes, fonctions	49
6.1.	Droite et Plan projectifs	50
6.2.	Homogénéisation	50
6.3.	Fonction rationnelle, ou fonction	51
6.4.	Codes RS et plan projectif	52
6.5.	Ensemble algébrique irréductible	52
6.6.	Le corps $F(C)$ des fonction sur la courbe C	53
6.7.	Variable locale	54
6.8.	Étude locale, germe d'une fonction	57
7	Courbes algébriques	59
7.1.	Intersection de deux courbes	60
7.2.	Diviseurs sur une courbe	63
7.3.	L'espace vectoriel $\Lambda(D)$	65

	7.4. Etude de $\Lambda(nP)$	68
8	Différentielles	70
	8.1. Différentielle	70
	8.2. Différentielle et genre	73
	8.3. La différentielle de base ω_0	74
	8.4. Diviseur canonique	74
	8.5. Degré et genre	75
	8.6. L'espace vectoriel $\Omega(D)$	76
	8.7. Le théorème de Riemann-Roch	76
9	Résidus	77
	9.1. Résidu d'une différentielle en un point	77
	9.2. Invariance du résidu	78
	9.3. La somme des résidus est nulle	80
	TROISIÈME PARTIE : Codes et géométrie algébrique	87
10	Codes en géométrie algébrique	87
	10.1. Corps adapté à une courbe	87
	10.2. Ω -code de Goppa	89
	10.3. Λ -code de Goppa	90
	10.4. Dualité de $\text{Gop}_\Omega(D, D^*)$ et de $\text{Gop}_\Lambda(D, D^*)$	91
	10.5. Décodage	93
11	Algorithme de Sakata	96
	11.1. Forme spéciale, échelon plein ou vide	97
	11.2. L'ensemble \mathbb{N}^M ordonné	98
	11.3. Δ -ensemble et coins	99
	11.4. Syndrome complémentaire	99
	11.5. Relation valide et suite des $V(u)$	102
	11.6. Algorithme de Sakata	106
	11.7. Calcul du syndrome complémentaire	109
	11.8. Détermination de l'erreur	110

<i>Biographies</i>	111
<i>Éléments de bibliographie</i>	121
<i>Liste des noms cités</i>	123
<i>Index</i>	125