
Table des matières

GRAPHES

1 GÉNÉRALITÉS	3
1.1 Définitions	3
1.2 Degrés	16
1.3 Graphes réguliers	19
1.4 Colorations	21
Exercices	23
2 CYCLES, CONNEXITÉ ET ARBRES	29
2.1 Chaînes et cycles	29
2.2 Connexité	36
2.3 k -connexité et k -arête-connexité	40
2.4 Arbres	48
2.5 Espaces des cycles et des cocycles	55
Exercices	59
3 GRAPHES HAMILTONIENS ET EULÉRIENS	63
3.1 Graphes hamiltoniens	63
3.2 Le cercle des irascibles	68
3.3 Graphes eulériens	75
3.4 Graphes orientés	79
3.5 Racines et puits	83
3.6 Graphes conservatifs	85
3.7 Tournois	86
Exercices	88

4	COUPLAGES ET FACTORISATIONS	93
4.1	Couplages	93
4.2	Transversalité	99
4.3	Couplages stables	104
4.4	Un résultat de Dilworth	106
4.5	Factorisations	108
4.6	Étiquetages gracieux	114
	Exercices	118
5	GRAPHES PLANAIRES	121
5.1	Généralités	121
5.2	Formule d'Euler	124
5.3	Graphe dual	126
5.4	Polyèdres réguliers	130
5.5	Le problème des quatre couleurs	135
5.6	Nombre de croisements	138
	Exercices	143
6	THÉORIE DE RAMSEY	147
6.1	Principe des tiroirs : base	147
6.2	Théorème de Ramsey	149
6.3	Théorie de Ramsey pour les graphes	154
6.4	Résultat de Schur	157
	Exercices	158
COMBINATOIRE		
7	ENSEMBLES	163
7.1	Notions générales	163
7.2	Relations binaires	165
7.3	Principe de récurrence (ou d'induction)	167
7.4	Nombres de Stirling	169
	Exercices	170
8	APPLICATIONS ET ÉNUMÉRATION	177
8.1	Applications, injections, surjections, bijections	177
8.2	Cardinal d'un ensemble	180
8.3	Principe des tiroirs	183

8.4	Ensembles dénombrables	184
8.5	Dénombrement des ensembles finis	186
8.6	Principe de Fubini	193
	Exercices	197
9	NOMBRES BINOMIAUX ET MULTINOMIAUX	201
9.1	Les nombres binomiaux	201
9.2	Multi-ensembles	204
9.3	Nombres de Bell	206
9.4	Coefficient du binôme généralisé	209
9.5	Les nombres multinomiaux	210
	Exercices	216
10	FORMULES D'INVERSION	219
10.1	Le principe d'inclusion-exclusion	219
10.2	Applications	221
10.3	Fonction de Möbius	229
10.4	Formule de Rota	230
	Exercices	237
11	FONCTIONS GÉNÉRATRICES	239
11.1	Introduction	239
11.2	Opérations	240
11.3	Suite de Fibonacci	243
11.4	Dénombrement (sans répétition)	246
11.5	Règle de convolution	247
11.6	Dénombrement (avec répétitions)	247
11.7	Nombres de Catalan	250
	Exercices	253
12	FORMULES DE BURNSIDE-PÓLYA	255
12.1	Permutations	255
12.2	Groupes de permutations	259
12.3	Formule de Burnside	263
12.4	Formule de Pólya	270

Exercices	275
SOLUTIONS	
Solutions des exercices du Chapitre 1	279
Solutions des exercices du Chapitre 2	289
Solutions des exercices du Chapitre 3	299
Solutions des exercices du Chapitre 4	311
Solutions des exercices du Chapitre 5	319
Solutions des exercices du Chapitre 6	331
Solutions des exercices du Chapitre 7	339
Solutions des exercices du Chapitre 8	351
Solutions des exercices du Chapitre 9	357
Solutions des exercices du Chapitre 10	365
Solutions des exercices du Chapitre 11	369
Solutions des exercices du Chapitre 12	379