

# SOMMAIRE

## Partie 1 : STATISTIQUE DESCRIPTIVE

<b>Chapitre 1 : Etude univariée</b> .....	12
I. Généralités et définitions .....	12
1. Le recueil des données .....	12
2. La présentation des données.....	13
3. L'analyse des données .....	13
4. La fiabilité des résultats .....	13
II. Présentation numérique et graphique .....	13
1. Caractère quantitatif discret .....	13
2. Caractère quantitatif continu .....	16
3. Caractère qualitatif .....	19
III. Paramètres caractéristiques .....	22
1. Paramètres de position .....	22
1.1. Moyenne arithmétique.....	22
1.2. Mode.....	24
1.3. Médiane .....	24
1.4. Quartiles .....	25
1.5. Déciles .....	27
1.6. Centiles .....	27
1.7. Représentation graphique « Box Plot ».....	27
2. Paramètres de dispersion .....	30
2.1. Variance .....	30
2.2. Ecart-type .....	30
2.3. Signification de la variance (ou de l'écart-type).....	31
2.4. Ecart-interquartile .....	32
2.5. Coefficient de dispersion.....	32
3. Paramètres de forme .....	32
3.1. Moments .....	32
3.2. Coefficient d'asymétrie .....	33
3.3. Coefficient de dérive .....	34
3.4. Coefficient d'aplatissement .....	34
IV. Conclusion .....	35
<b>Chapitre 2 : Etude bivariée</b> .....	36
I. Introduction.....	36
II. Ajustement linéaire .....	37
1. Droite de régression de $y$ par rapport à $x$ .....	38
2. Droite de régression de $x$ par rapport à $y$ .....	38
3. Covariance .....	39
4. Détermination des coefficients.....	39
5. Coefficient de corrélation de PEARSON .....	40
6. Interprétation concrète du coefficient de corrélation .....	40

7. Coefficient de corrélation et type de corrélation.....	42
III. Ajustement non linéaire.....	45
IV. Représentation par un tableau de contingence.....	47
V. Conclusion.....	51

## Partie 2 : STATISTIQUE PROBABILISTE

### CHAPITRE 1 : Éléments d'analyse combinatoire et calcul de probabilités..... 52

I. Analyse combinatoire.....	52
1. Généralités.....	52
2. Arrangements.....	53
2.1. Arrangements sans répétition.....	53
2.2. Arrangements avec répétition.....	53
3. Permutations.....	54
3.1. Permutations sans répétition.....	54
3.2. Permutations avec répétition.....	54
4. Combinaisons.....	54
4.1. Combinaisons sans répétition.....	54
4.2. Combinaisons avec répétition.....	55
5. Binôme de NEWTON.....	56
II. Calcul de probabilités.....	57
1. Généralités et définitions.....	57
2. Notion d'événement.....	57
3. Définition d'une probabilité.....	58
3.1. Définition classique.....	58
3.2. Définition statistique.....	59
3.3. Remarque importante.....	59
3.4. Quelques exemples.....	59
4. Opérations sur les événements.....	60
5. Axiomes des probabilités.....	61
6. Probabilités composées.....	62
6.1. Événements dépendants. Probabilités conditionnelles.....	62
6.2. Événements indépendants.....	63
7. Probabilités totales générales.....	64
8. Probabilités complètes.....	64
9. Probabilités des causes.....	66

### Chapitre 2 : Variables aléatoires réelles..... 69

I. Introduction et définition.....	69
1. Exemple préliminaire.....	69
2. Définition.....	70
II. Variables aléatoires discrètes.....	70
1. Définition.....	70
2. Loi de probabilité.....	70
3. Fonction de distribution.....	71
III. Variables aléatoires continues.....	72
1. Définition.....	72

2. Loi de probabilité.....	72
3. Fonction de distribution .....	72
4. Fonction densité ou densité de probabilité .....	72
IV. Caractéristiques d'une variable aléatoire .....	74
1. Espérance mathématique.....	74
2. Variance .....	75
3. Ecart-type.....	75
4. Covariance.....	76
V. Inégalité de BIENAYME-TCHEBICHEFF .....	76
1. Interprétation de l'inégalité de BIENAYME-TCHEBICHEFF.....	77
2. Signification de la variance (ou de l'écart-type) .....	77

### **Chapitre 3 : Lois de probabilité fondamentales .....** 79

I. Généralités et définitions .....	79
II. Loi binomiale .....	79
1. Définition .....	79
2. Espérance mathématique et variance.....	80
3. Généralisation de la loi binomiale : loi multinomiale.....	81
4. Loi faible des grands nombres de JACOB BERNOULLI .....	81
III. Loi hypergéométrique.....	83
1. Définition .....	83
2. Espérance mathématique et variance.....	83
3. Approximation d'une loi hypergéométrique à une loi de binomiale ...	83
IV. Loi de POISSON .....	83
1. Phénomènes qui suivent la loi de POISSON.....	84
2. Définition .....	85
3. Espérance mathématique et variance.....	85
4. Approximation d'une loi binomiale à une loi de POISSON .....	85
V. Loi exponentielle .....	86
1. Définition .....	86
2. Espérance mathématique et variance.....	86
3. Phénomènes qui suivent la loi exponentielle.....	86
4. fonction de survie.....	87
VI. Loi de LAPLACE-GAUSS ou loi normale .....	87
1. Phénomènes qui suivent la loi normale .....	87
2. Définition .....	92
3. Espérance mathématique et variance.....	92
4. Etude des caractères biologiques.....	92
5. Loi normale centrée réduite .....	93
6. Utilisation de la table .....	94
7. Propriétés de la loi normale.....	96
8. Approximation d'une loi binomiale à une loi normale.....	97

## **Partie 3 : STATISTIQUE INDUCTIVE**

### **Chapitre 1 : Jugement sur échantillons.....** 99

I. Introduction.....	99
II. Fluctuations d'échantillonnage .....	100

III.	Interprétation statistique .....	100
1.	Les problèmes d'estimation .....	100
2.	Les problèmes de conformité .....	101
3.	Les problèmes d'homogénéité .....	101
4.	Les problèmes de relation .....	102
IV.	Remarque sur la distribution du caractère.....	103
V.	Conclusion .....	103
<b>Chapitre 2 : Echantillonnage et estimation.....</b>		<b>104</b>
I.	Généralités et définitions .....	104
II.	Distribution d'échantillonnage et intervalle de confiance d'une moyenne .....	104
A.	Cas des grands échantillons ( $n \geq 30$ ) .....	104
1.	Distribution d'échantillonnage d'une moyenne.....	104
2.	Intervalle de confiance d'une moyenne.....	106
3.	Précision de l'estimation.....	107
4.	Détermination du nombre d'individus nécessaire .....	108
B.	Cas des petits échantillons ( $n < 30$ ) .....	109
1.	Distribution d'échantillonnage d'une moyenne.....	109
2.	Intervalle de confiance d'une moyenne.....	110
III.	Distribution d'échantillonnage et intervalle de confiance d'une proportion.....	112
1.	Distribution d'échantillonnage d'une proportion .....	112
2.	Intervalle de confiance d'une proportion .....	114
3.	Précision de l'estimation.....	115
4.	Détermination du nombre d'individus nécessaire .....	116
<b>Chapitre 3 : Théorie des tests statistiques.....</b>		<b>118</b>
I.	Position du problème.....	118
II.	Erreurs et risques d'erreurs.....	119
III.	Degré de signification .....	123
IV.	Puissance du test .....	124
1.	Influence de l'hypothèse alternative.....	124
2.	Influence de la taille de l'échantillon .....	125
V.	Détermination du nombre de sujets nécessaire .....	126
1.	Comparaison entre deux moyennes.....	126
2.	Comparaison entre deux proportions .....	127
VI.	Inflation du risque d'erreur de première espèce .....	128
<b>Chapitre 4 : Comparaison de moyennes et de proportions.....</b>		<b>131</b>
I.	Comparaison de moyennes .....	131
1.	Comparaison d'une moyenne observée à une moyenne théorique ..	131
2.	Comparaison de deux moyennes pour des observations indépendantes.....	133
3.	Comparaison de deux moyennes pour des observations appariées .	141
II.	Comparaison de deux proportions .....	145

1. Comparaison d'une proportion observée à une proportion théorique.....	145
2. Comparaison de deux proportions pour des observations indépendantes.....	147
3. Comparaison de deux proportions pour des observations appariées.....	150
<b>Chapitre 5 : Analyse de la variance (ANOVA).....</b>	<b>157</b>
I. Introduction.....	157
II. Analyse de la variance à un facteur (ANOVA à un facteur).....	157
1. Définitions.....	158
2. Décomposition de la variance totale.....	159
3. Estimation de la variance totale.....	159
4. Test $F$ de FISHER-SNEDECOR.....	160
5. Analyse des comparaisons a posteriori -Méthode de SCHEFFE-.....	162
6. Taille de l'effet et la statistique $\eta^2$ au carré.....	170
III. Analyse de la variance à deux facteurs (ANOVA à deux facteurs).....	170
1. Plan d'ordre deux à une répétition.....	170
1.1. Position du problème.....	171
1.2. Décomposition de la variance totale.....	173
1.3. Test $F$ de FISHER-SNEDECOR.....	173
2. Plan d'ordre deux à plusieurs répétitions.....	178
2.1. Position du problème.....	178
2.2. Décomposition de la variance totale.....	181
2.3. Test $F$ de FISHER-SNEDECOR.....	181
IV. Analyse des comparaisons a priori dans l'ANOVA à un facteur.....	184
1. Contrastes orthogonaux.....	185
2. Inflation du risque d'erreur.....	186
3. Analyse des comparaisons a priori.....	186
3.1. Contrastes orthogonaux.....	188
3.2. Contrastes orthogonaux.....	188
V. Conclusion.....	191
<b>Chapitre 6 : Test de khi-deux ou test de K. PEARSON.....</b>	<b>192</b>
I. Comparaison d'une distribution expérimentale a une distribution théorique.....	192
II. Comparaison simultanée de plusieurs distributions expérimentales.....	196
III. Comparaison de deux caractères qualitatifs.....	202
<b>Chapitre 7 : Méthodes d'ajustement.....</b>	<b>209</b>
I. Introduction.....	209
II. Comparaison de deux proportions.....	209
1. Méthode de MANTEL-HAENSZEL.....	209
2. Méthode de COCHRAN.....	212
III. Comparaison de deux moyennes.....	214
<b>Chapitre 8 : Introduction à l'épidémiologie.....</b>	<b>215</b>

I.	Introduction.....	215
II.	Risque et facteurs de risque.....	215
III.	Association statistique et causalité.....	215
	1. Association fallacieuse .....	216
	2. Association inverse .....	216
	3. Association indirecte .....	216
IV.	Organisation et résultats des enquêtes .....	217
	1. Enquêtes sur échantillon représentatif « Cross-sectional study » ....	218
	2. Enquêtes exposé-non exposé ou enquête prospective « Cohort study » ou « Follow-up study » .....	219
	3. Enquêtes cas-témoin ou enquête rétrospective « Case-control study » .....	220
	4. Enquêtes croisée « Cross-over study ».....	221
	5. Essai contrôlé randomisé « Randomized controlled trial » .....	222
V.	Risque attribuable .....	225
	1. Fraction étiologique chez les exposés.....	225
	2. Fraction étiologique dans la population .....	225
VI.	Analyse de stratification.....	225
<b>Chapitre 9 : Plan factoriel 2x2 .....</b>		<b>230</b>
I.	Introduction.....	230
II.	Interaction entre deux traitements .....	230
	1. Organisation de l'essai .....	230
	2. Analyse des données .....	230
	2.1. Résultat qualitatif à deux classes : succès ou échec .....	230
	2.2. Résultat quantitatif.....	234
III.	Interaction ordre et traitement.....	236
	1. Organisation de l'essai .....	236
	2. Analyse des données .....	236
<b>Chapitre 10 : Evaluation des méthodes diagnostiques .....</b>		<b>244</b>
I.	Introduction.....	244
II.	Classification des sujets $T_+$ et $T_-$ entre les groupes des malades et non malades .....	245
III.	Estimation des probabilités .....	246
	1. Echantillon représentatif .....	246
	2. Echantillon de sujets présentant ou non le signe .....	247
	3. Echantillon de malades et de non malades.....	247
IV.	Erreurs et risques d'erreurs.....	248
V.	Rapports de vraisemblances.....	249
VI.	Evaluation des examens diagnostiques dont le résultat est quantitatif .	251
	1. Construction de la courbe R.O.C.....	253
	2. Interprétation de la courbe R.O.C.....	253
<b>Chapitre 11 : Analyse de survie .....</b>		<b>256</b>
I.	Introduction.....	256
II.	Méthodes d'analyses .....	257

1. Méthode de KAPLAN-MEIER .....	257
2. Courbe de survie .....	259
3. Méthode actuarielle .....	260
4. Courbe de survie .....	262
III. Comparaison de plusieurs courbes de survie .....	265
1. Méthode de LOGRANK .....	265
2. Méthode de LOGRANK ajustée .....	271

## **Chapitre 12 : Corrélation et régression linéaire simple..... 281**

I. Corrélation simple .....	281
II. Corrélation partielle .....	284
III. Régression linéaire simple.....	285
1. Corrélation et régression .....	285
2. Qualité de l'ajustement : pourcentage de variance expliquée par la régression .....	286
3. Test de la pente de la droite de régression par l'analyse de la variance.....	287
4. Analyse des résidus .....	288
IV. Test de la linéarité de la régression .....	288
V. Epreuve graphique de la normalité d'une distribution et détermination rapide de la moyenne et de la variance .....	295

## **Chapitre 13 : Régression linéaire multiple..... 298**

I. Introduction.....	298
II. Evaluation globale du modèle .....	299
III. Evaluation individuelle des coefficients de régression.....	301
IV. Coefficient de détermination $R^2$ et coefficient de corrélation $R$ .....	302
V. Analyse des résidus : validation des hypothèses du modèle .....	302
VI. Traitement des données aberrantes (atypiques).....	308
VII. Sélection des variables explicatives.....	309
1. Procédure ascendante (forward selection).....	309
2. Procédure descendante (backward elimination).....	309
3. Procédure pas à pas (stepwise selection) .....	309
VIII. Evaluation d'un modèle réduit.....	310
IX. Evaluation d'un modèle avec quelques variables explicatives fixées .....	310
X. Conclusion .....	311

## **Chapitre 14 : Analyse de covariance (ANCOVA) ..... 312**

I. Introduction.....	312
II. Analyse de covariance .....	313
1. Régressions linéaires simples .....	313
2. Parallélisme des droites de régression .....	314
3. Ordonnées à l'origine .....	315
III. interprétation graphique de l'analyse de covariance.....	322
IV. Conditions d'utilisation de l'analyse de covariance .....	325

## **Chapitre 15 : Régression logistique..... 327**

I.	Introduction.....	327
II.	Régression logistique simple .....	327
III.	Régression logistique multiple .....	328
IV.	Etude des données.....	328
V.	Estimation des paramètres du modèle .....	329
VI.	Evaluation des coefficients de régression .....	330
	1. Régression logistique simple .....	330
	2. Régression logistique multiple .....	330
VII.	Qualité de l'ajustement du modèle .....	331
VIII.	Sélection des variables explicatives.....	333
	1. Procédure ascendante (forward selection).....	333
	2. Procédure descendante (backward elimination).....	334
	3. Procédure pas à pas (stepwise selection) .....	335
IX.	Analyse des résidus.....	336
X.	Interprétation des coefficients.....	336
	1. Rappels sur le odds ratio <i>OR</i> .....	337
	2. Coefficient de régression d'une variable explicative dichotomique... ..	337
	3. Coefficient de régression d'une variable explicative quantitative .....	338
	4. Coefficient de régression d'une variable explicative polytomique.....	338
	5. Coefficient de régression de plusieurs variables explicatives .....	340
	5.1. Cas d'un modèle non additif .....	340
	5.2. Cas d'un modèle additif .....	341
XI.	Conclusion .....	342

## **Chapitre 16 : Analyse en composantes principales (A.C.P)..... 343**

I.	Introduction.....	343
II.	Analyse des données.....	348
	1. Réduction des données.....	348
	2. Projection des points .....	349
	3. Qualité de l'ACP.....	351
	4. Contribution et qualité de la représentation.....	351
	5. Intérêt de l'ACP.....	356
	5.1. Test de sphéricité de BARTLETT .....	356
	5.2. Test KAISER-MAYER-OLKIN.....	357
	6. Conclusion .....	358

## **Chapitre 17 : Analyse factorielle des correspondances (A.F.C) ..... 359**

I.	Introduction.....	359
II.	Analyse des données.....	361
	1. Tableaux de contingences.....	361
	2. Distance du khi-deux .....	362
	3. Principaux indicateurs statistiques utilisés .....	364
	3.1. Taux de liaison entre deux caractères .....	364
	3.2. Variance de la distribution des observations ou phi-deux de K. PEARSON ( $\Phi^2$ ).....	364
	4. Méthode d'analyse.....	364
	4.1. Propriétés.....	364



4.2. Présentation géométrique des données (sur 2 axes factoriels).....	365
4.3. Principaux éléments constitutifs de l'AFC .....	366
5. Interprétation des données .....	367

**Chapitre 18 : Analyse factorielle des correspondances multiples (A.F.C.M) .....**

<b>(A.F.C.M) .....</b>	<b>368</b>
I. Introduction.....	368
II. Présentation des données .....	368
1. Tableau initial.....	368
2. Tableau d'effectifs .....	369
3. Tableau disjonctif complet .....	369
4. Tableau disjonctif des patrons.....	369
5. Tableau de BURT .....	370
III. Analyse factorielle des correspondances multiples .....	371
IV. Analyse et interprétation.....	371
1. Distances entre profils lignes.....	371
2. Distances entre profils colonnes .....	371
3. Phi-deux de K. PEARSON .....	372
4. Conclusion .....	372

**Chapitre 19 : Tests non paramétriques .....**

<b>Chapitre 19 : Tests non paramétriques .....</b>	<b>373</b>
I. Intérêt des tests non paramétriques .....	373
II. Traitement des ex-æquo .....	373
III. Tests non paramétriques .....	373
1. Statistique $U$ de MANN-WHITNEY .....	374
2. Statistique $W$ de WILCOXON.....	375
3. Statistique $H$ de KRUSKALL-WALLIS .....	376
4. Statistique $S$ de FRIEDMAN.....	379
5. Coefficient de corrélation de SPEARMAN ou rho de SPEARMAN : mesure de corrélation .....	382
6. Coefficient KAPPA : mesure de concordance entre observateurs.....	384
7. Statistique exact de FISHER .....	386
8. Statistique de KOLMOGOROV-SMIRNOV : ajustement des données à la loi normale .....	388
IV. Conclusion .....	390

**TABLES NUMERIQUES .....**

<b>TABLES NUMERIQUES .....</b>	<b>391</b>
--------------------------------	------------