Chapitre 1

Introduction

1.1 Le Système solaire

1.1.1 Composition

Formé il y a environ 4.6 milliards d'années, le Système solaire comprend une étoile, le Soleil, autour duquel gravitent principalement :

- quatre planètes rocheuses : Mercure, Vénus, La Terre et Mars ;
- deux planètes gazeuses géantes : Jupiter et Saturne ;
- deux planètes géantes glacées : Uranus et Neptune.

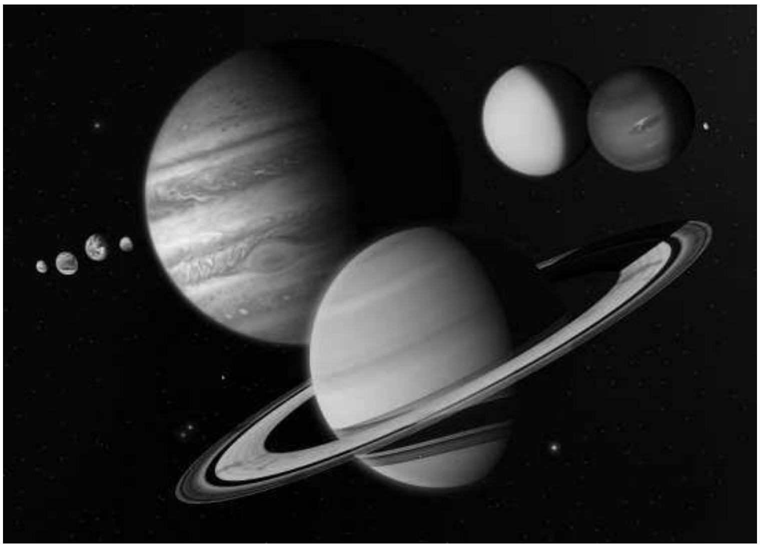

FIGURE 1.1 – *Montage photo montrant les huit planètes du Système solaire avec leurs tailles respectives.*

Le tableau (TAB. (1.1)) donne les caractéristiques des huit planètes du Système solaire, notamment leurs orbites autour du Soleil (demi-grand axe, excentricité et inclinaison par rapport à l'écliptique) et caractéristiques propres (masse et rayon équatorial).

Nom	a (km)	e	i	M (kg)	r_e (km)	Symbole
Mercure	$57.9\,10^6$	0.206	7°	$3.302\,10^{23}$	2440	☿
Vénus	$108.2\,10^6$	0.007	3.4°	$4.868\,10^{24}$	6052	♀
Terre	$149.6\,10^6$	0.0167	0°	$5.974\,10^{24}$	6378	♁
Mars	$227.9\,10^6$	0.093	1.9°	$6.418\,10^{23}$	3396	♂
Jupiter	$778.4\,10^6$	0.048	1.3°	$1.899\,10^{27}$	71492	♃
Saturne	$1421\,10^6$	0.054	2.5°	$5.684\,10^{26}$	60268	♄
Uranus	$2870.6\,10^6$	0.047	0.8°	$8.681\,10^{25}$	25560	⛢
Neptune	$4503.4\,10^6$	0.009	1.8°	$1.024\,10^{26}$	24764	♅

TABLE 1.1 – Caractéristiques des planètes du Système solaire.

À l'intérieur du Système solaire, une première ceinture d'astéroïdes composée de petits corps rocheux se situe entre les orbites de Mars et Jupiter.
Au-delà de la planète Neptune, les corps célestes en orbite autour du Soleil sont rangés dans la catégorie des "objets transneptuniens" ou TNO [1], aussi appelés objets de la "ceinture de Kuiper", qui sont probablement des débris issus de la formation planétaire.
Considérée lors de sa découverte en 1930 comme la neuvième planète du Système solaire, Pluton fut déclassée en 2006 par l'Union Astronomique Internationale (UAI) au rang de planète naine parmi les objets transneptuniens.

1.1.2 La Terre

La Terre effectue une révolution complète autour du Soleil en une année sur une orbite elliptique quasi-circulaire située dans le plan de "l'écliptique".
Le terme $\omega_\odot$ désignant la vitesse de révolution de la Terre autour du Soleil, nous avons :

$$\omega_\odot = 2\pi\,\mathrm{rad/an}$$

En considérant la durée d'une année julienne de 365.25 jours qui est invariable dans le temps (PAR. (1.2.1), p. 18), nous obtenons :

$$\omega_\odot = \frac{2\pi}{365.25}\,\mathrm{rad/j} = 0.0172\,\mathrm{rad/j} \tag{1.1}$$

De surcroît, la Terre tourne sur elle-même à la vitesse de rotation $\omega_\oplus$ donnée par :

$$\omega_\oplus = \frac{2\pi}{T_S} \tag{1.2}$$

1. Trans Neptunian Objects

où T_S désigne le “jour sidéral” (Par. (1.2.2), p. 18).
Par définition, le “plan équatorial” est le plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre et passant par son centre. Il est incliné de $\phi_T = 23°25'$ par rapport au plan de l'écliptique, c'est “l'obliquité”.
L'intersection du plan de l'écliptique et du plan équatorial terrestre est appelée “axe vernal” ou “ligne des équinoxes”. Elle est dirigée vers un point particulier de l'espace appelé “point vernal”, noté Υ, qui correspond à la position du Soleil aux environs du 21 mars lors de “l'équinoxe de printemps”.
La direction de l'axe de rotation de la Terre varie très lentement dans le temps sous l'effet conjugué du Soleil et de la Lune. L'attraction du Soleil a pour effet de faire tourner l'axe de rotation de la Terre autour du Nord écliptique avec une période de 25 800 ans, mouvement appelé “précession des équinoxes”. Autour de ce mouvement très lent se superpose un autre mouvement dit de “nutation” plus rapide avec une période de 18.6 ans et dont l'amplitude est de seulement de $9''$ d'arc qui est dû à l'attraction de la Lune (Fig. (1.2)).
Le plan de l'écliptique varie lui-même très lentement dans le temps sous l'effet de l'attraction des autres planètes du Système solaire.

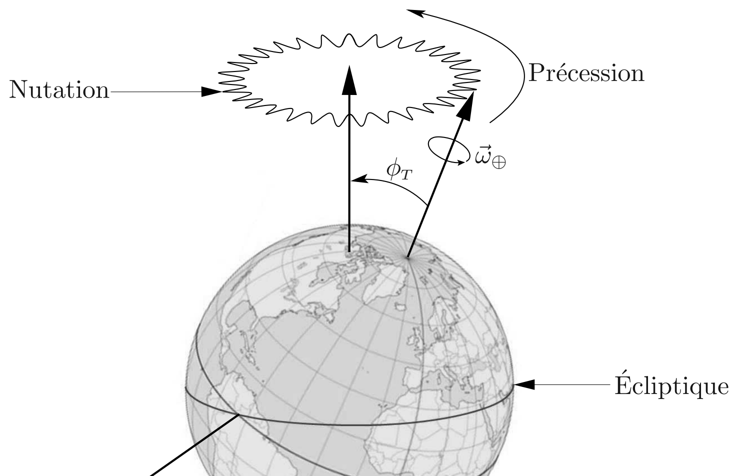

Figure 1.2 – *Mouvements de précession et de nutation de l'axe de rotation de la Terre autour de l'axe normal au plan de l'écliptique.*

1.2 Mesure du temps

1.2.1 L'année

Le terme "année" fait référence à la durée nécessaire à la Terre pour faire un tour complet autour du Soleil. Pour la mesurer, il faut convenir d'un axe de référence par rapport à la Terre et mesurer l'intervalle de temps séparant deux passages successifs du Soleil sur cet axe.
Si l'axe de référence est *fixe dans l'espace* alors ces deux passages successifs sont séparés d'une période de révolution de la Terre autour du Soleil, appelée "année sidérale". Elle est actuellement de 365j 6h 9m 10s, soit 365.25636 jours.
Si la référence choisie est l'axe vernal alors la durée séparant deux passages successifs du Soleil par une même "ascension droite" (PAR. (2.1.1), p. 21) repérée par rapport à cet axe est appelée "année tropique". Elle varie légèrement selon que l'on considère la durée séparant deux équinoxes de printemps, deux solstices d'hiver... Aussi, une année tropique "moyenne" est calculée en faisant la moyenne des quatre "retours de saison". Elle est actuellement de 365j 5h 48m 45 s, soit 365.24218 jours.

REMARQUE : *Si l'ascension droite de référence utilisée pour calculer l'année tropique est égale à* $280°$ *alors on obtient dans ce cas une "année bessélienne".*

En raison du mouvement de l'axe vernal dû à la précession de l'axe de rotation de la Terre, l'année tropique varie elle-même dans le temps quelle que soit la référence utilisée pour son calcul.
On définit alors une "année julienne", invariable dans le temps, qui représente la moyenne entre année sidérale et année tropique. Sa durée est exactement de 365.25 jours. Elle est utilisée pour établir le calendrier et comme unité de temps astronomique, par exemple pour exprimer les périodes orbitales des planètes et définir "l'année lumière". Elle permet également de définir "l'époque" à laquelle le repère terrestre inertiel ECI (PAR. (2.1.1), p. 21) est référencé.

1.2.2 Le jour

Le "jour solaire vrai", noté T_V, est la durée séparant deux passages successifs du Soleil au-dessus d'un méridien terrestre de référence, par exemple le méridien de Greenwich.
En raison de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre ainsi que de l'excentricité de l'orbite terrestre autour du Soleil, le jour solaire vrai varie en permanence au cours de l'année, raison pour laquelle un "jour solaire moyen", noté T_M, de 24 heures exactement a été défini, soit :

$$T_M = 86\,400\,\mathrm{s}$$

La différence entre le jour solaire moyen et le jour solaire vrai est dénommée "équation du temps". Le terme "équation" doit être traduit par "correction" et ne doit pas être compris comme une expression algébrique littérale. La figure (FIG. (1.3)) montre l'équation du temps pour chaque jour de l'année 2016 fournie par l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides (IMCCE) de l'Observatoire de Paris.

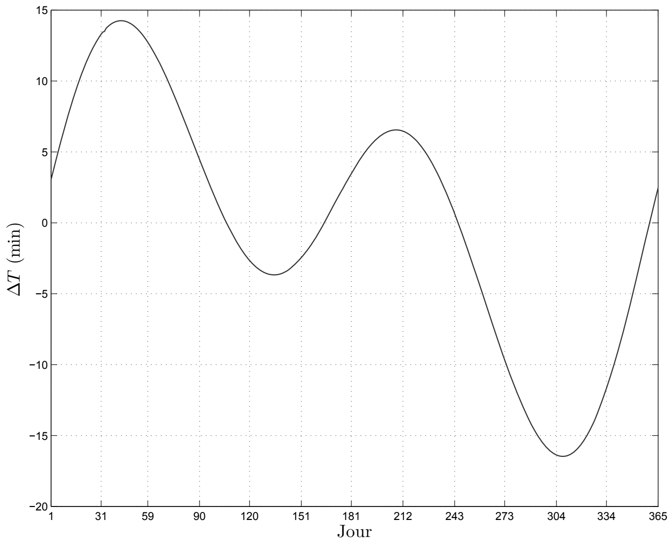

FIGURE 1.3 – *Évolution de l'équation du temps ($T_M - T_V$) calculée chaque jour de l'année 2016 à 0 :00 UTC. La précision entre les années 1900 et 2100 est de* 0.025 *min.*

Le "jour sidéral", noté T_S, est le temps que met la Terre pour effectuer un tour complet sur elle-même. C'est donc la durée séparant deux passages successifs d'un méridien de référence sur une direction fixe dans l'espace.
Le jour sidéral diffère du jour solaire en raison de la révolution de la Terre autour du Soleil. En effet, durant un jour solaire, la Terre effectue un tour complet sur elle-même auquel s'ajoute un angle $\Delta\theta$ correspondant à la distance angulaire parcourue par la Terre sur son orbite autour du Soleil pendant cette même durée (FIG. (1.4)).

Nous avons donc :

$$\omega_{\oplus} T_M = 2\pi + \Delta\theta$$

que nous écrivons encore :

$$\omega_{\oplus} T_M = 2\pi + \omega_{\odot} T_M$$

Il vient alors grâce à l'expression de $\omega_{\oplus}$ (ÉQ. (1.2)) :

$$2\pi \frac{T_M}{T_S} = 2\pi + \omega_{\odot} T_M$$

soit encore :

$$T_S = \frac{T_M}{1 + \dfrac{\omega_{\odot} T_M}{2\pi}}$$

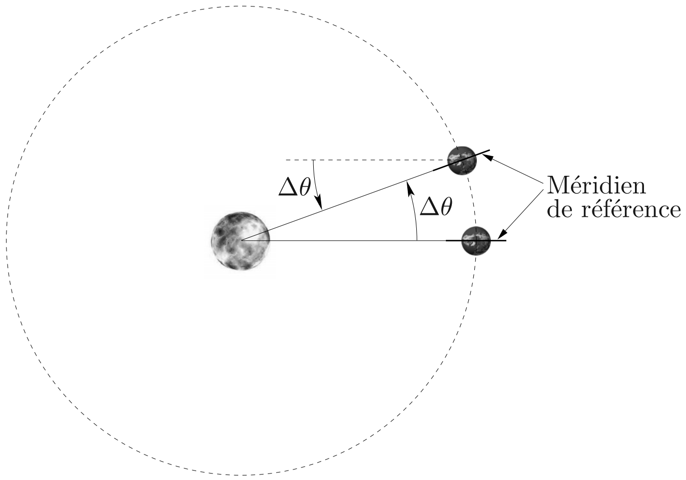

FIGURE 1.4 – *Durant un jour solaire, la Terre parcourt la distance angulaire $\Delta\theta$ autour du Soleil, tandis que le méridien de référence tourne d'un angle $2\pi + \Delta\theta$.*

Grâce à l'expression de la vitesse de révolution de la Terre autour du Soleil $\omega_{\odot}$ (ÉQ. (1.1)), il vient finalement :

$$\boxed{T_S = \frac{T_M}{1 + \dfrac{1}{365.25}}}$$

L'application numérique donne :

$$T_S = 86\,164\,\mathrm{s}$$

Chapitre 2

Les repères

L'objet de ce chapitre est de présenter les différents repères qui sont utilisés dans cet ouvrage, ainsi que les coordonnées sphériques attachées à chacun d'eux permettant de repérer le satellite dans l'espace.
Nous allons également définir les angles caractéristiques entre ces différents repères ainsi que les matrices de passage qui leur sont associées. Ces angles sont essentiels pour repérer le plan orbital dans l'espace et l'orbite sur son plan. Certains d'entre eux sont d'ailleurs des paramètres orbitaux faisant partie des paramètres d'état fondamentaux du satellite (PAR. (4.2.3), p. 56).

2.1 Définition des repères

2.1.1 Le repère terrestre inertiel $\mathcal{R}_E\,(\mathcal{C}_T, \vec{x}_E, \vec{y}_E, \vec{z}_E)$

Nous définissons en premier lieu un repère terrestre inertiel, noté $\mathcal{R}_E$, ou ECI[1] dont l'origine est situé au centre de la Terre $\mathcal{C}_T$ et dont les directions sont *quasiment* immuables dans le temps.
Ainsi, l'axe $\vec{z}_E$ est porté par l'axe de rotation de la Terre et orienté vers le "Nord géographique". L'axe $\vec{x}_E$ est dirigé vers le point vernal Υ. Enfin, l'axe $\vec{y}_E$ vient compléter le trièdre direct.

REMARQUE : *Le repère ECI n'est pas à proprement parler "inertiel" puisque ses directions varient très lentement dans le temps principalement sous l'effet du Soleil et de la Lune (*PAR. *(1.1.2), p. 16)**. Aussi, afin de garantir un repère fixe dans l'espace, les axes du repère ECI sont définis à une date très précise, aussi appelée "époque". Actuellement, l'époque recommandée pour référencer le repère $\mathcal{R}_E$ est $J2000.0$, ce qui correspond au 1^{er} janvier 2000 à 12h00 UT en années juliennes.*

La projection de la vitesse de rotation de la Terre $\vec{\omega}_\oplus$ dans le repère $\mathcal{R}_E$ s'écrit :

$$\vec{\omega}_\oplus^{[\mathcal{R}_E]} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_\oplus \end{pmatrix}$$

1. Earth-Centered Inertial

Enfin, le satellite est repéré dans le repère $\mathcal{R}_E$ par ses coordonnées sphériques (FIG. (2.1)), notamment :

- l'angle que forme le rayon vecteur du satellite $\vec{r}$ avec le plan équatorial, c'est la "déclinaison" δ ;
- l'angle que forme la projection de $\vec{r}$ sur le plan équatorial avec l'axe $\vec{x}_E$, c'est "l'ascension droite" α.

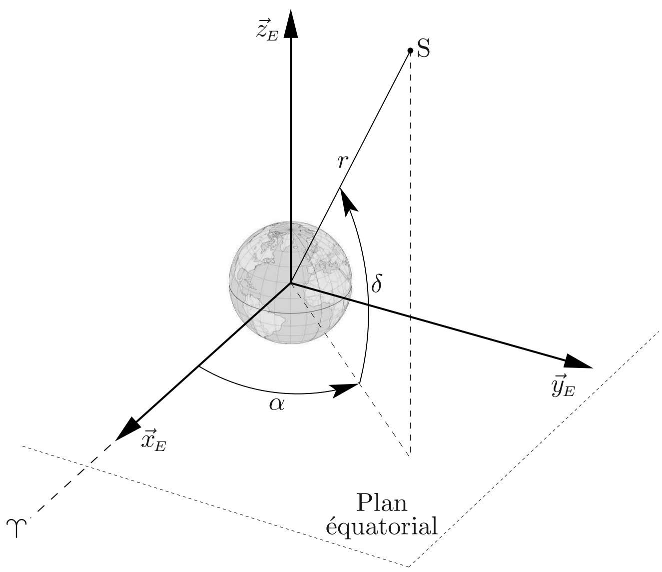

FIGURE 2.1 – *Dans le repère $\mathcal{R}_E$ $(\mathcal{C}_T, \vec{x}_E, \vec{y}_E, \vec{z}_E)$, le satellite est repéré par ses trois coordonnées sphériques (r, α, δ).*

Les coordonnées cartésiennes du satellite s'écrivent donc dans $\mathcal{R}_E$:

$$S^{[\mathcal{R}_E]} = \begin{pmatrix} r\cos\delta\cos\alpha \\ r\cos\delta\sin\alpha \\ r\sin\delta \end{pmatrix}$$

2.1.2 Le repère terrestre lié à la Terre $\mathcal{R}_T$ $(\mathcal{C}_T, \vec{x}_T, \vec{y}_T, \vec{z}_T)$

Nous définissons ensuite un repère terrestre *lié à la Terre*, noté $\mathcal{R}_T$, ou ECEF [2] qui a pour origine le centre de la Terre et dont l'axe $\vec{z}_T$ est confondu avec l'axe $\vec{z}_E$ précédemment défini. L'axe $\vec{x}_T$ pointe l'intersection de l'équateur et du méridien de Greenwich, tandis que l'axe $\vec{y}_T$ vient compléter le trièdre direct.
Dans le repère $\mathcal{R}_T$, le satellite est également repéré par ses coordonnées sphériques (FIG. (2.2)), notamment :

2. Earth-Centered, Earth-Fixed