Avant-propos de l'auteur

Cet ouvrage vous montre et vous explique tous les calculs rencontrés dans les différents concours paramédicaux et sociaux.

Vous allez pouvoir apprendre ou réviser toutes les notions de calcul abordées dans ces concours.

Volontairement, il n'y a pas de théorie. Tout est expliqué par des exemples simples qui sont largement commentés.

Les instruments de calculs ne sont pas autorisés pour ces concours. Il faut effectuer tous les calculs à la main. C'est pourquoi tout est détaillé et simplifié comme si on faisait les calculs manuellement.

L'ouvrage est composé de trois parties :

• Le rappel de tous les calculs usuels ;
• Un ensemble de 15 sujets d'une dizaine de questions chacun pour vous entraîner efficacement ;
• Un rappel sur les figures géométriques usuelles.

<u>Conseil pour votre travail :</u>

Les différents calculs ne se lisent pas comme « un roman ». Il ne faut pas lire vite, il faut prendre son temps. Les différents sujets traités sont assez courts pour que vous ne soyez pas obligés d'arrêter votre travail au beau milieu d'une page.

Les différentes explications ont été rédigées avec un groupe de candidats passant les concours paramédicaux et sociaux.

Avec cet ouvrage, vous allez enfin apprendre et comprendre les différents calculs posés dans les concours paramédicaux et sociaux.

Bon courage dans votre travail.

Marc BREDONSE

La division effectuée à la main

Voici un exemple de division effectuée à la main :
- Le dividende est égal à 732,12.
- Le diviseur est égal à 68.
- Le quotient est à déterminer. Sa valeur sera égale à 10,766.
- Le reste est à déterminer. Sa valeur sera égale à 32.

L'image est tournée d'un quart de tour pour qu'elle soit plus lisible.

1. Le diviseur possède deux chiffres, alors on prend deux chiffres au dividende.

```
   7 3 | 6 8
 − 6 8 |----
 ----- | 1
     5 |
```

2. On abaisse le chiffre suivant : 2. Comme 52 est inférieur à 68 : On écrit 0 au quotient ; on pose la virgule ; on abaisse encore le chiffre suivant 1.

```
   5 2 1 | 6 8
 − 4 7 6 |----
 ------- | 7
     4 5 |
```

3. On abaisse le chiffre suivant : 2. On effectue la division suivante :

```
   4 5 2 | 6 8
 − 4 0 8 |----
 ------- | 6
     4 4 |
```

4. On abaisse un 0. On effectue la division suivante :

```
   4 4 0 | 6 8
 − 4 0 8 |----
 ------- | 6
     3 2 |
```

Dividende

Diviseur

```
   7 3 2, 1 2      | 6 8
 − 6 8             |-----------
 -----             | 1 0, 7 6 6
     5 2 1
   − 4 7 6
   -------
       4 5 2
     − 4 0 8
     -------
         4 4 0
       − 4 0 8
       -------
           3 2
```

Quotient

Reste

Les tables de multiplication

$2\times0 = 0$	$3\times0 = 0$	$4\times0 = 0$	$5\times0 = 0$
$2\times1 = 2$	$3\times1 = 3$	$4\times1 = 4$	$5\times1 = 5$
$2\times2 = 4$	$3\times2 = 6$	$4\times2 = 8$	$5\times2 = 10$
$2\times3 = 6$	$3\times3 = 9$	$4\times3 = 12$	$5\times3 = 15$
$2\times4 = 8$	$3\times4 = 12$	$4\times4 = 16$	$5\times4 = 20$
$2\times5 = 10$	$3\times5 = 15$	$4\times5 = 20$	$5\times5 = 25$
$2\times6 = 12$	$3\times6 = 18$	$4\times6 = 24$	$5\times6 = 30$
$2\times7 = 14$	$3\times7 = 21$	$4\times7 = 28$	$5\times7 = 35$
$2\times8 = 16$	$3\times8 = 24$	$4\times8 = 32$	$5\times8 = 40$
$2\times9 = 18$	$3\times9 = 27$	$4\times9 = 36$	$5\times9 = 45$

$6\times0 = 0$	$7\times0 = 0$	$8\times0 = 0$	$9\times0 = 0$
$6\times1 = 6$	$7\times1 = 7$	$8\times1 = 8$	$9\times1 = 9$
$6\times2 = 12$	$7\times2 = 14$	$8\times2 = 16$	$9\times2 = 18$
$6\times3 = 18$	$7\times3 = 21$	$8\times3 = 24$	$9\times3 = 27$
$6\times4 = 24$	$7\times4 = 28$	$8\times4 = 32$	$9\times4 = 36$
$6\times5 = 30$	$7\times5 = 35$	$8\times5 = 40$	$9\times5 = 45$
$6\times6 = 36$	$7\times6 = 42$	$8\times6 = 48$	$9\times6 = 54$
$6\times7 = 42$	$7\times7 = 49$	$8\times7 = 56$	$9\times7 = 63$
$6\times8 = 48$	$7\times8 = 56$	$8\times8 = 64$	$9\times8 = 72$
$6\times9 = 54$	$7\times9 = 63$	$8\times9 = 72$	$9\times9 = 81$

La règle des signes

Voici la règle des signes appliquée à un nombre *a* quelconque :

$$+(+a)=+a \quad ; \quad +(-a)=-a \quad ; \quad -(+a)=-a \quad ; \quad -(-a)=+a$$

Deux signes identiques deviennent un signe +.

$$+(+3)=+3\,;-(-7)=+7$$

Deux signes différents deviennent un signe –.

$$+(-6)=-6\,;-(+9)=-9$$

Un signe + devant une parenthèse ne modifie pas le contenu de la parenthèse.

$$+(-3+2-7)=-3+2-7$$

Un signe – devant une parenthèse fait changer tous les signes dans la parenthèse.

$$-(-8+1-3)=+8-1+3$$

En présence de parenthèses et de crochets, ces mêmes règles s'appliquent d'abord sur les parenthèses puis sur les crochets.

$$-[+(+3-7)]=-[+3-7]=-3+7$$

Un signe + devant une parenthèse ne modifie pas le contenu de la parenthèse.

Un signe – devant un crochet fait changer tous les signes dans le crochet.

En présence de parenthèses de crochets et d'accolades, ces mêmes règles s'appliquent d'abord sur les parenthèses puis sur les crochets et enfin sur les accolades.

$$+\{-[-(+1-8)]\}=+\{-[-1+8]\}=+\{+1-8\}=+1-8$$

Un signe – devant une parenthèse fait changer tous les signes dans la parenthèse.

Un signe – devant un crochet fait changer tous les signes dans le crochet.

Un signe + devant une accolade ne modifie pas le contenu de l'accolade.

Les sommes algébriques

Quand tous les nombres sont positifs, on effectue une addition et le résultat porte le signe +.

$$+3+2+5=+10$$

Quand tous les nombres sont négatifs, on effectue toujours une addition et le résultat porte le signe –.

$$-2-5-7=-(+2+5+7)=-(+14)=-14$$

La valeur absolue d'un nombre n'est rien d'autre que ce nombre sans son signe.

$$+7\rightarrow 7\ ;\ -5\rightarrow 5$$

Quand on effectue la somme algébrique de deux nombres opposés, on soustrait la plus petite valeur absolue à la plus grande valeur absolue. On place le signe de la plus grande valeur absolue au résultat.

$$-3+8=+8-3=+(8-3)=+5$$

$$+9-12=-12+9=-(+12-9)=-(+3)=-3$$

En présence de nombres positifs et négatifs :

• On regroupe les nombres positifs ;
• On regroupe les nombres négatifs ;
• On additionne tous les nombres positifs ;
• On additionne tous les nombres négatifs ;
• On soustrait les deux derniers résultats.

$$+7-3+5-4-1+8=+7+5+8-3-4-1=$$
$$+(+7+5+8)-(+3+4+1)=+(+20)-(+8)=+20-8=+12$$

$$-8-3+4+2-9+5+1=+4+2+5+1-8-3-9=$$
$$+(+4+2+5+1)-(+8+3+9)=+(+12)-(+20)=$$
$$+12-20=-20+12=-(+20-12)=-(+8)=-8$$

Les priorités des opérations

Dans un calcul, la priorité est imposée par les parenthèses. En absence de celles-ci, voici les règles qui s'appliquent.

La multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction. On place alors des parenthèses autour des multiplications et des divisions puis on effectue les calculs. Trois exemples sont proposés :

$$3+5\times2=3+(5\times2)=3+10=13$$

$$4-20\div4+1=4-(20\div4)+1=4-5+1=4+1-5=5-5=0$$

$$1-4\div12\times6+7\div21\times6=1-(4\div12\times6)+(7\div21\times6)=$$
$$1-\left(\frac{4\times6}{12}\right)+\left(\frac{7\times6}{21}\right)=1-\frac{24}{12}+\frac{42}{21}=1-2+2=1$$

La fonction puissance est prioritaire par rapport à la multiplication et la division. On effectue d'abord les calculs des puissances puis on effectue les multiplications et les divisions. Trois exemples sont proposés.

$$3^2\times2^3=(3\times3)\times(2\times2\times2)=9\times8=72$$

$$1^4\div5^2\times10^3=1\div25\times1000=\frac{1\times1000}{25}=80$$

$$4^2\div10\times5^2=16\div10\times25=16\times25\div10=\frac{16\times25}{10}=\frac{400}{10}=40$$

Voici trois exemples complets :
- On effectue d'abord les calculs des puissances ;
- On place ensuite des parenthèses autour des multiplications et des divisions ;
- On effectue les calculs dans les parenthèses ;
- On termine l'exercice en calculant la somme algébrique obtenue.

$$3+2^2\times5-4=$$
$$3+4\times5-4=$$
$$3+(4\times5)-4=$$
$$3+20-4=$$
$$23-4=19$$

$$-5\times3^2\div15+2^4-1\times6^2=$$
$$-5\times9\div15+16-1\times36=$$
$$-(5\times9\div15)+16-(1\times36)=$$
$$-\frac{5\times9}{15}+16-36=$$
$$-\frac{45}{15}+16-36=$$
$$-3+16-36=+16-3-36=$$
$$+16-39=-23$$

$$7\times2^3\div28-5^2\div10\times4-1=$$
$$7\times8\div28-25\div10\times4-1=$$
$$(7\times8\div28)-(25\div10\times4)-1=$$
$$\frac{7\times8}{28}-\frac{25\times4}{10}-1=$$
$$\frac{56}{28}-\frac{100}{10}-1=$$
$$2-10-1=$$
$$2-11=-9$$

Les nombres premiers

<u>Définition :</u> Un nombre premier est un nombre entier qui ne peut être divisé que par 1 et par lui-même. Un nombre premier ne peut pas être décomposé comme une multiplication de nombres entiers autres que 1.

<u>Exemple :</u>

• 13 est un nombre premier car il ne peut pas être divisé par d'autres nombres que 1 et 13.

• 12 n'est pas une nombre premier car il peut être divisé par les nombres suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12. Il y a donc d'autres diviseurs que 1 et 12, alors le nombre 12 n'est pas un nombre premier. Voici les détails des calculs :

$$12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3 = 6 \times 2 = 12 \times 1$$

Voici la liste des nombres premiers couramment employés :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11; 13 ; 17 ; 19...

Tous les nombres entiers qui ne sont pas des nombres premiers peuvent être décomposés en un produit de nombres premiers. Par exemple, le nombre entier 12 peut se décomposer comme le produit suivant :

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

Pour décomposer rapidement tout nombre entier en un produit de nombres premiers, il faut posséder :

• Les critères de divisibilité les plus simples ;

• La technique de décomposition en nombres premiers.

Les critères de divisibilité

Voici les critères de divisibilité les plus utilisés (et les plus simples).

À quelle condition un nombre entier est-il divisible par 2 ?

Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est égal à un multiple de 2. C'est-à-dire si le chiffre des unités est égal à : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

<u>Exemples :</u>
• 356 est divisible par 2 car le chiffre des unités est 6.
• 427 n'est pas divisible par 2 car le chiffre des unités (7) n'est pas un chiffre pair.

À quelle condition un nombre entier est-il divisible par 3 ?

Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

<u>Exemple :</u>
456 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres (4 + 5 + 6 = 15) est un multiple de 3.
Remarque : quand la somme des chiffres donne un résultat supérieur à 9, on peut reprendre le même processus. Voici un exemple :

$$2\,145 \rightarrow 2+1+4+5=12 \rightarrow 1+2=3$$

En effectuant la somme répétée des chiffres, on obtient 3. Si le résultat est égal à 3 ; 6 ou 9 alors le nombre est un multiple de 3. Conclusion : 2 145 est un multiple de 3.

<u>Exemple :</u>
637 n'est pas un multiple de 3 car :

$$637 \rightarrow 6+3+7=16 \rightarrow 1+6=7$$

La somme répétée des chiffres est égale à 7 (différent de 3 ; 6 ou 9). Ce nombre n'est pas un multiple de 3.

À quelle condition un nombre entier est-il divisible par 5 ?

Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est égal 0 ou 5.

<u>Exemples :</u>
• 845 est divisible par 5 car le chiffre des unités est égal à 5.
• 370 est divisible par 5 car le chiffre des unités est égal à 0.
• 127 n'est pas divisible par 5 car le chiffre des unités (7) est différent de 0 et 5.

D'autres critères de divisibilité existent, mais ils sont souvent assez compliqués à appliquer. On préfère alors effectuer tout simplement la division.

Les décompositions en nombres premiers

Décomposer un nombre en un produit de nombres premiers, c'est remplacer ce nombre par une multiplication de nombres premiers. Par exemple :

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Voici une méthode pour décomposer rapidement un nombre en un produit de nombres premiers. La présentation de cette méthode nous fait penser à une division. Par exemple, voici la décomposition en nombres premiers de **12** :

12	2	12 est pair, on le divise par 2. Le quotient est égal à 6.
6	2	6 est pair, on le divise par 2. Le quotient est égal à 3.
3	3	3 est premier, on ne peut le diviser que par lui-même.
1		Quand le quotient est égal à 1, la décomposition est terminée.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

<u>Exemple :</u> décomposition de **924** en un produit de nombres premiers.

924	2	924 est pair, on le divise par 2. Le quotient est égal à 462.
462	2	462 est pair, on le divise par 2. Le quotient est égal à 231.
231	3	231 est multiple de 3. Le quotient est égal à 77.
77	7	77 est multiple de 7. Le quotient est égal à 11.
11	11	11 est premier, on ne peut le diviser que par lui-même.
1		Quand le quotient est égal à 1, la décomposition est terminée.

$$924 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$$

<u>Exemple :</u> décomposition de **4 095** en un produit de nombres premiers.

4 095	3	4 095 est multiple de 3. Le quotient est égal à 1 365.
1 365	3	1 365 est multiple de 3. Le quotient est égal à 455.
455	5	455 est multiple de 5. Le quotient est égal à 91.
91	7	91 est multiple de 7. Le quotient est égal à 13.
13	13	13 est premier, on ne peut le diviser que par lui-même.
1		Quand le quotient est égal à 1, la décomposition est terminée.

$$4\,095 = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 13$$

<u>Remarque :</u> On cherche toujours à décomposer le nombre par les plus petits nombres premiers. C'est-à-dire qu'on cherche d'abord la divisibilité par 2. Quand le quotient obtenu n'est plus un nombre pair, on essaie de diviser par 3 puis par 5, par 7 et ainsi de suite. Ainsi les divisions sont plus simples et la décomposition est obtenue rapidement.