

Table des matières

Avant-propos	v
I Notions fondamentales	1
1. Normes de vecteurs et de matrices	1
2. Conditionnement d'une matrice	3
3. Préconditionnement d'un système linéaire	4
4. Estimations de l'erreur et tests d'arrêt	5
II Méthodes itératives de base	9
1. Convergence de matrices	9
2. Méthodes de relaxation	11
2.2 Généralités sur la convergence	12
2.5 Cas particuliers	13
2.12 Tests d'arrêt	15
2.13 Les méthodes de Jacobi et de Gauss-Seidel	16
2.14 Convergence des méthodes de Jacobi et de Gauss-Seidel	18
2.21 Résultats particuliers de convergence	20
3. La méthode de sur-relaxation	22
3.1 Convergence de la méthode de sur-relaxation	23
3.8 Théorie de Young-Frankel de la sur-relaxation	25
3.18 La méthode de sur-relaxation symétrique	30
4. La méthode des directions alternées	30
5. Les méthodes de Richardson	32
6. Les méthodes semi-itératives	34
6.1 Généralités	34
6.2 La méthode de Chebyshev	35
7. Pseudo-codes	37
7.1 La méthode de Jacobi	37
7.2 La méthode de Gauss-Seidel	38
7.3 La méthode de sur-relaxation	39
III Méthodes de projection. Approche géométrique	41
1. Méthodes générales de projection	41
2. Méthodes de projection pour systèmes symétriques	44
2.1 Généralités	44
2.7 Construction géométrique du processus	47
2.9 La méthode de la plus profonde descente	49
2.10 La méthode du gradient conjugué	51
3. Pseudo-codes	55
3.1 L'algorithme de la plus profonde descente	55

3.2	L'algorithme du gradient conjugué	56
3.3	L'algorithme du gradient conjugué préconditionné	57
IV	Méthodes de projection. Approche variationnelle	59
1.	Formulation variationnelle	59
1.1	La méthode de la plus profonde descente	61
1.2	Les différents cas	62
2.	Méthodes itératives de projection	63
2.1	Les différents cas	64
2.4	La méthode des directions conjuguées	68
2.9	La méthode du gradient conjugué	70
3.	Retour vers les directions conjuguées	79
V	Méthodes de projection. Approche algébrique	83
1.	Généralités sur les méthodes de projection	83
1.1	Les projections	83
1.8	Méthodes de projection	87
1.13	Méthodes de sous-espace de Krylov	89
2.	La méthode de Lanczos	91
2.1	Approche polynômiale	92
2.2	Approche matricielle	97
2.3	Récapitulatif	98
2.4	Algorithmes	99
2.6	Comment préconditionner	102
2.7	Étude de la convergence	105
3.	Méthodes de Lanczos de type produit	108
3.1	CGS	109
3.2	BiCGSTAB	111
3.3	D'autres algorithmes sans transposée	112
4.	Le problème de la division par zéro	113
5.	Autres méthodes de sous-espace de Krylov	114
5.1	La méthode d'Arnoldi	114
5.2	FOM	115
5.3	GMRES	117
5.4	Mise en œuvre de FOM et GMRES	118
5.5	QMR	119
6.	Procédure hybride et MRS	120
7.	Pseudo-codes	123
7.1	L'algorithme du gradient biconjugué	123
7.2	L'algorithme du gradient biconjugué préconditionné	124
7.3	CGS couplé avec l'algorithme du gradient biconjugué	124
7.4	BiCGSTAB couplé avec l'algorithme du gradient biconjugué	125
VI	Calcul des valeurs propres	127
1.	Introduction	127
2.	La méthode de la puissance	127
2.1	Accélération de la convergence	131
2.2	Variante de la méthode de la puissance	132
2.3	Recherche des autres valeurs propres	133

2.4	La méthode de la puissance inverse	136
3.	Méthodes de décomposition	136
3.2	La méthode de Jacobi	138
3.5	La méthode de Greenstadt	141
3.6	L'algorithme LR	143
3.10	Application aux matrices de Hessenberg	146
3.12	L'algorithme QR	148
4.	La méthode de Rayleigh-Ritz	150
5.	Estimations des erreurs	152
5.1	Estimations a priori	152
5.4	Estimations a posteriori	153
6.	Pseudo-codes	154
6.1	L'algorithme de Jacobi, choix cyclique	155
6.2	L'algorithme de Jacobi, choix classique	156
6.3	L'algorithme QR	157
VII	Résolution des équations non linéaires	159
1.	Position du problème et résultats généraux	159
1.1	Théorèmes de convergence	160
1.9	Ordre d'une suite	163
1.16	Tests d'arrêt	165
1.17	Interprétation géométrique et domaine d'attraction	166
1.18	Propagation des erreurs d'arithmétique	167
2.	Méthodes itératives pour une équation	168
2.1	La méthode de bisection	168
2.2	La méthode de Newton	169
2.4	Méthode de la sécante	172
2.6	Indice d'efficacité	174
2.9	La méthode de Muller	175
2.10	Le procédé Δ^2 d'Aitken	176
2.14	La méthode de Steffensen	178
2.19	Méthodes d'ordre supérieur	180
3.	Exemples numériques	181
4.	Résolution des systèmes d'équations	185
4.1	La méthode de Newton pour un système	185
4.3	La méthode d'Henrici	186
5.	Les méthodes quasi-Newton	188
5.4	La méthode de Barnes	191
5.6	Les méthodes de Broyden	192
5.7	Les méthodes à plusieurs pas	193
5.8	La méthode de Wolfe	194
5.9	Les méthodes de Barzilai-Borwein	195
6.	Les méthodes de continuation	195
7.	L'équation de Sylvester	196
8.	Pseudo-codes	197
8.1	La méthode de Newton	197
8.2	La méthode de la sécante	198
8.3	La méthode de Steffensen	199
8.4	Estimation de l'ordre d'une suite	199

8.5	Les méthodes de Barzilai-Borwein	200
VIII	Équations algébriques	201
1.	Rappels sur les polynômes	201
2.	Localisation des racines d'un polynôme	203
3.	Calcul des racines d'un polynôme	208
3.1	La méthode de Newton	208
3.2	La méthode de Lin	209
3.3	La méthode de Bernoulli	209
3.5	La méthode de Bairstow	211
3.6	La méthode de Durand-Kerner	213
3.7	L'algorithme QD	214
3.9	La méthode de Graeffe	215
3.10	La méthode de Laguerre	216
3.11	Contrôle de l'erreur	218
4.	Pseudo-codes	218
4.1	La méthode de Bairstow	218
4.2	La méthode de Laguerre	219
IX	Fractals et dynamique des itérations	223
1.	Fractals	223
2.	Dynamique des itérations	228
2.1	Bifurcation	229
2.2	Ensembles de Julia et de Mandelbrot	231
X	Accélération de la convergence	237
1.	L'extrapolation de Richardson	239
2.	Le procédé Δ^2 d'Aitken	242
3.	La transformation de Shanks	244
4.	Le E -algorithme	247
5.	Pseudo-codes	248
5.1	Le procédé de Richardson	249
5.2	Le procédé Δ^2 itéré	249
XI	Une application : le web	251
1.	Le problème	251
2.	Le vecteur PageRank	253
2.1	Expressions implicites du vecteur PageRank	254
2.5	Expressions explicites du vecteur PageRank	255
3.	Calcul du vecteur PageRank	257
4.	Approximation de Padé du vecteur PageRank	260
4.1	Les approximants de Padé	260
4.2	Application au vecteur PageRank	261
5.	Accélération de la méthode de la puissance	262
5.1	Extrapolation vectorielle au sens des moindres carrés	262
5.5	Les ε -algorithmes	264
XII	Biorthogonalité et méthode des moments	267
1.	Biorthogonalité et méthode de Galerkin	267
2.	La méthode des moments	270

Appendice	275
Problèmes	279
Bibliographie	293
Index	301