

24 HEURES

Série créée par Robert Cochran et Joel Surnow

_____ *Un ver au CTU*

Un terroriste a introduit un ver dans le système informatique du CTU à Los Angeles. Ce virus progresse à une vitesse telle que dans 80 secondes, l'intégralité du système sera irrémédiablement corrompu. Néanmoins, un espoir subsiste car Jack Bauer a réussi à soutirer au terroriste une liste de cinq codes parmi lesquels un seul permet de stopper le ver et de restaurer parfaitement l'ensemble du système. Malheureusement, ce qu'il ne sait pas c'est que dans la liste, le traître a aussi introduit un code qui double la vitesse du ver (les trois derniers codes ne faisant rien). Sachant qu'un code met 20 secondes pour être compilé par le système et avoir un effet, quelle est la probabilité que la brillante Chloé O'Brien parvienne à sauver le système informatique du CTU ?

Difficulté (00)

_____ *Menace sur la Californie*

Jack Bauer, Tony Almeida, Michelle Dessler et toute leur équipe vont encore avoir une dure journée car une nouvelle et terrible menace terroriste vient d'être proférée par les proches du trafiquant Ramon Salazar, actuellement en prison : si celui-ci n'est pas libéré, le virus Cordillo sera répandu sur le territoire américain.

Maths en séries

Le Service National de Santé a réussi à réunir un certain nombre d'informations sur ce virus. Il y a une période d'incubation de 14 heures après contamination. Une fois déclenché, le mal tue au bout de 10 heures. Ainsi, toute personne infectée est morte 24 heures après exposition. Entre temps, une personne infectée en contamine 7,1 autres en moyenne mais après son décès, elle n'est plus contagieuse.

Avec ces informations et en faisant l'approximation qu'une personne contamine les autres au bout de 24 heures exactement, les experts peuvent calculer une estimation des pertes. Ils annoncent à l'équipe du CTU qu'au bout d'une semaine, 9 % de la population californienne sera touchée. Jack, Tony et Michelle sont horrifiés et se demandent au bout de combien de temps l'intégralité de la Californie sera contaminée ou morte. Pouvez-vous les aider ?

Difficulté 

Les 4400

Série créée par René Echevarria et Scott Peters

_____ Le gouvernement payera-t-il ?

Depuis quelques temps, le célèbre 4400, Jordan Collier a mis la Promicine à la disposition du public. Une injection de cette substance permet à un être humain normal de développer une capacité extraordinaire. Malheureusement, cette drogue est fatale instantanément à une personne sur deux et le gouvernement l'a déclarée illégale. Pourtant à la fin de chaque mois, une personne sur cent ayant un pouvoir (4400 ou autre) réussit à convaincre quelqu'un de s'injecter de la Promicine.

Pour enrayer cette « épidémie », le NTAC met les bouchées doubles : ses chercheurs ont développé un sérum permettant de neutraliser les capacités des 4400 ou de ceux qui ont pris de la Promicine ; ses agents de terrain, menés par Tom Baldwin et Diana Skouris, parviennent tous les mois à retrouver dix personnes ayant des capacités et à leur injecter le sérum.

Par ailleurs, Jordan Collier, s'étant rendu compte que certains de ses « adeptes » n'utilisaient pas leur pouvoir à bon escient, réussit grâce à ses propres dons à neutraliser les capacités de trois personnes par mois.

Malgré tout, le nombre de personnes ayant des pouvoirs actifs ne cesse d'augmenter, ce qui inquiète le NTAC qui voudrait avoir plus

Maths en séries

de moyens. Mais le gouvernement leur refuse, arguant que des moyens extraordinaires ne seraient débloqués que si le nombre de morts dues à la Promicine dépassait 100 000. Les agents du NTAC se demandent combien de mois après le lancement de la Promicine ce chiffre sera dépassé et alors, combien de personnes ayant des capacités ils devront neutraliser par mois pour inverser la tendance (si c'est possible). Pouvez-vous les aider à répondre à ces questions ?

Difficulté (8)

BATTLESTAR GALACTICA

Série créée par Glen A. Larson et Ronald D. Moore

_____ Qui est qui ?

C'est officiel, l'Amiral Bill Adama vient d'apprendre que sur les 548 membres de l'équipage de son vaisseau, le « Battlestar Galactica », il y a 8 Cylons. Les Cylons sont des robots humanoïdes absolument indétectables à l'œil et qui ont pour but de détruire l'humanité.

Heureusement, le Professeur Gaius Baltar a mis au point un test pour détecter les Cylons et tous les membres de l'équipage vont y être soumis. Malheureusement, ce test n'est pas fiable à 100 % : 1 Cylon sur 10 n'est pas reconnu par le test (qui est alors négatif) et dans 5 % des cas, un humain est donné comme Cylon (le test est positif).

Tout l'équipage a maintenant passé le test (chaque personne a été testée indépendamment des autres). Entre autres, le test du Lieutenant Sharon « Boomer » Valerii s'est révélé positif et cependant, elle jure qu'elle est humaine. L'Amiral Adama s'interroge alors : quelle est la probabilité que Boomer dise vrai et plus généralement, quelle est la probabilité que tous les Cylons soient repérés sans qu'aucune erreur ne soit commise ?

Difficulté (∞)

_____ Manque d'air

Aujourd'hui, tout va de travers à bord du Battlestar Galactica. C'est le jour d'anniversaire de mariage de l'Amiral Adama : de vieux souvenirs ressurgissent, ce qui est pénible pour lui. De surcroît, il doit gérer une crise quand deux de ses meilleurs techniciens se retrouvent en grand danger.

Le chef Tyrol et Cally, son assistante et épouse, faisaient une inspection de routine d'une salle de dépressurisation. Une fuite d'air a provoqué la fermeture hermétique de la porte du sas et ils ont été pris au piège. Personne n'est capable de les libérer alors que la salle où ils sont enfermés se vide rapidement de son air. Cette salle est rectangulaire de 6 m de long par 5 m de large et 4 m de haut et, en temps normal, elle est maintenue à la pression atmosphérique (10^5 Pa).

Le temps joue contre eux et nos deux héros vont vite manquer d'oxygène. En effet, l'air est un mélange de gaz contenant normalement 21 % d'oxygène (en quantité) et la consommation d'oxygène d'un adulte au repos est de 300 ml/mn (le volume molaire de l'oxygène est $17,36 \cdot 10^{-3}$ m³/mole). Si l'oxygène de la salle n'est pas renouvelé, l'atmosphère va devenir asphyxiante. Sous le seuil des 10 % d'oxygène, le chef et sa femme vont perdre connaissance et mourir en quelques minutes suite à des lésions cérébrales.

Le débit de la fuite est proportionnel à $p(t)$, la pression ambiante (en Pa) à l'instant t (en secondes), de telle sorte que si on appelle $N(t)$ la quantité d'air (en moles) dans la salle à l'instant t , on a $N'(t) = -kp(t)$ avec k constante valant $3 \cdot 10^{-4}$ SI* et où N' représente la dérivée de N .

On suppose de plus que l'air suit la loi des gaz parfaits : $pV = NRT$ où V est le volume de la salle (en m³) et $RT = 2,5 \cdot 10^3$ SI (la température sera supposée constante).

Les problèmes

Enfin, la quantité $n(t)$ d'oxygène à l'instant t dans la salle est régie par l'équation $n'(t) = \frac{n(t)}{N(t)} N'(t) - n_c$ où n_c est la quantité constante d'oxygène consommée par seconde par le couple au repos.

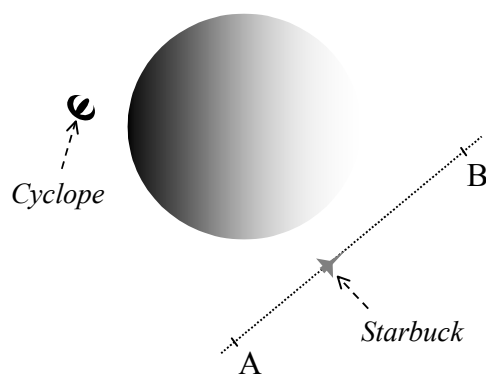
Pouvez-vous alors calculer le temps dont disposent Adama et son équipe pour sauver Tyrol et Cally avant que le niveau d'oxygène ne passe en dessous des 10 % fatidiques ?

* SI = unité du Système International.

Difficulté (∞)

Le Cyclope

Les pilotes du Battlestar Galactica sont en alerte maximale. Depuis quelques temps, un chasseur cylon décime leur escadrille. Le « Cyclope », ainsi surnommé par les pilotes, a une technique simple mais sournoise : il se cache derrière un astéroïde afin de surprendre les chasseurs du Battlestar et de les abattre. Le Capitaine des pilotes humains, Kara Thrace, alias Starbuck, est bien décidée à en finir avec le Cyclope. Un jour, elle part en chasse de son redoutable ennemi et quadrille la zone à risque de manière à le débusquer et en finir.



Maths en séries

Aux aguets, Kara croise à vitesse réduite dans la zone habituelle du Cyclope. Celui-ci, tel qu'à son habitude, est embusqué derrière un gros astéroïde sphérique de 100 m de rayon. Il est invisible à l'œil de Starbuck mais il ne la voit pas non plus car elle est cachée par l'astéroïde. Pour l'instant, Starbuck vole en ligne droite de A vers B sur le dessin.

Deux problèmes se posent à Kara.

- Si elle s'approche trop près de l'astéroïde, elle va entrer dans son champ d'attraction, ce qui l'obligera à corriger sa trajectoire et donc à relâcher son attention. Pour éviter cela, elle doit rester à plus de 50 m de la surface de l'astéroïde.
- Par ailleurs, dès qu'elle entrera dans le champ de vision du Cylon, elle deviendra une proie facile car elle ne l'a pas repéré. Son seul espoir est qu'au moment où cela se produit, elle soit hors de la portée de tir du Cyclope qui est de 300 m.

On se place dans un repère orthonormé direct d'unité 10 m centré au centre O de l'astéroïde sphérique et dont l'axe des y passe par la position du Cyclope qui est à 50 m de la surface de l'astéroïde du côté des y négatifs. Les coordonnées des points A et B sont alors respectivement $(20 ; 20 ; 0)$ et $(-20 ; 10 ; 20)$.

Répondre alors aux deux questions de Kara :

- Devra-t-elle corriger sa trajectoire du fait de l'attraction de l'astéroïde ?
- Sera-t-elle à portée de tir du Cyclope quand elle entrera dans son champ de vision ?

Difficulté 