Chapitre 1 – Généralités et rappels d'électricité

1- RAPPELS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES

1.1. Les signaux

L'électronique peut-être considérée comme une discipline du traitement du signal, c'est à dire de son amplification, de son filtrage, de sa modulation… Le signal peut-être de différentes natures : il peut-être aléatoire ou déterministe, selon que l'on peut ou non, connaître sa valeur à un instant donné.

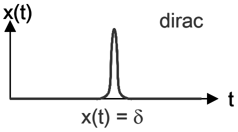
• Un exemple de signal aléatoire est le bruit.

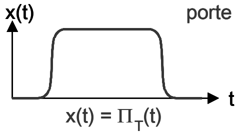
• Le signal déterministe, dont on connaît la valeur à un instant donné, peut être classé dans différentes catégories, selon que son énergie est finie ou infinie, et dans ce cas à puissance finie ou infinie.

• Les signaux déterministes *x(t)* à énergie finie transportent une énergie *E(x)* exprimée en joule (J) :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\,(t)dt$$

Les signaux déterministes à énergie finie sont par exemple les signaux impulsionnels qui ont un début et une fin, comme le pic de Dirac (δ) ou la fonction porte (Π) (*Paul Adrien Maurice Dirac est un physicien et mathématicien britannique né le 8 août 1902 à Bristol et mort le 20 octobre 1984 à Tallahassee en Floride aux États-Unis*).



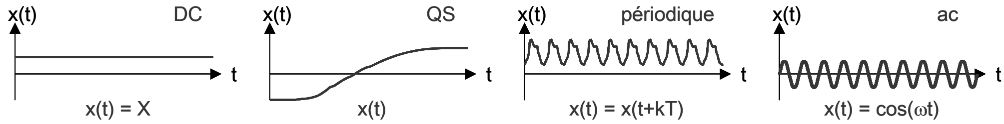


L'amplitude du pic de Dirac est infinie et sa durée est quasi nulle. Le produit de l'amplitude de la fonction porte et de sa durée est égal à 1.

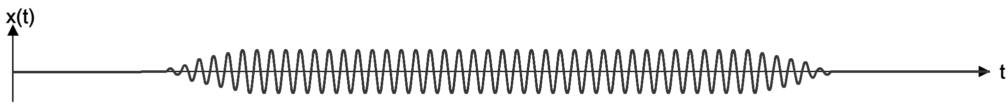
• Les signaux déterministes *x(t)* à puissance finie transportent une puissance *P(x)* exprimée en watt (W) :

$$P(x) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} x^2(t)dt$$

Les signaux déterministes à puissance finie sont par exemple les signaux continus (DC), lentement variables (QS : quasi-statique) ou périodiques (ac : alternatif sinusoïdal).



• Les signaux réels sont toujours à énergie finie, car ils ont un début et une fin. Ils sont généralement le produit d'un signal périodique et d'une fonction porte.



L'électronique s'appuie sur un théorème mathématique essentiel qui dit que « tout signal périodique peut être décomposé en une somme de signaux purement sinusoïdaux » c'est l'analyse harmonique ou analyse de Fourrier.

(*Jean Baptiste Joseph Fourier est un mathématicien et physicien français né le 21 mars 1768 à Auxerre et mort le 16 mai 1830 à Paris*)

1.2. Les fonctions

• Toute fonction périodique quelconque $f(t)$ de période $T=2\pi/\omega$ peut s'écrire sous la forme d'une somme infinie de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de $f=\omega/2\pi$ appelée série de Fourier :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

a_0 représente la valeur moyenne de $f(t)$, en empruntant le vocabulaire de l'acoustique, le terme de rang $n=1$ est appelé fondamental, le terme de rang n est appelé n$^{\text{ième}}$ harmonique, l'ensemble des valeurs des coefficients a_n et b_n caractérise de l'importance relative des divers harmoniques de $f(t)$ et constitue le spectre de fréquence de la fonction $f(t)$. Dans le cas du son produit par un instrument de musique, c'est ce spectre qui détermine le timbre de l'instrument.

=> Le spectre de fréquence d'une fonction périodique est donc un spectre discret, composé de raies.

• D'une manière analogue, une fonction non-périodique $s(t)$ peut être décomposée en une somme d'une infinité de fonctions harmoniques de toutes les fréquences, appelée intégrale de Fourier :

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega t}\, d\omega$$

La fonction $S(\omega)$ caractérise le poids relatif de chaque fréquence $f=\omega/2\pi$ dans la décomposition et est appelée spectre de fréquence de $s(t)$. On peut établir que :

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

Les fonctions $s(t)$ et $S(\omega)$ sont dites transformées de Fourier l'une de l'autre.

=> Le spectre de fréquence d'une fonction non-périodique est donc un spectre continu.

• Rappelons les formules d'Euler (*Leonhard Paul Euler est un mathématicien et physicien suisse né le 15 avril 1707 à Bâle et mort le 18 septembre 1783 à Saint-Pétersbourg*) qui permettent de transformer les fonctions sinusoïdales en fonctions exponentielles et vice-versa.

$$j^2 = -1$$

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

$$e^{-jx} = \cos x - j \sin x$$

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

• Rappelons les relations trigonométriques des fonctions sinusoïdales

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

=> Par conséquent, l'étude d'un système qui traite un signal quelconque peut se ramener à l'étude plus simple de ce système avec un signal purement sinusoïdal (sinus ou cosinus), ou bien exponentiel. Dans ce cas, seule la partie réelle des signaux aura un sens physique réel.

En général on utilise la notation sinusoïdale en régime continu, lentement variable (quasi-statique) ou en alternatif.

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}$, X_o est l'amplitude, $\omega=2\pi f$ est la pulsation, f est la fréquence et φ le déphasage.

On utilise la notation exponentielle pour les problèmes de résonance ou de filtrage. On utilise alors la notion d'impédance complexe.

$$x(t) = X_0 \cdot e^{j(\omega t+\varphi)}$$

où $x(t) \in \mathbb{C}$, X_o est l’amplitude complexe ($Z_R = R$; $Z_L = jL\omega$; $Z_C = 1/jC\omega$).

Dans le cas d’une notation exponentielle avec des impédances complexes, les opérations de dérivation ou d’intégration mathématiques s’en trouvent simplifiées :

$$\frac{dx(t)}{dt} = j\omega \cdot x(t)$$

$$\int x(t)dt = \frac{1}{j\omega} \cdot x(t)$$

• Rappelons les bandes de fréquence :

La bande audio de l’oreille humaine va du son grave (20Hz) aux aigus (20 kHz). On parle d’ultra son en deçà de quelques Hz, de basses fréquences jusqu’à 300kHz et de hautes fréquences au delà de 3MHz.

Les bandes utilisées pour les applications radiophoniques sont : les grandes ondes (GO) de 30kHz à 300kHz, le petites ondes (PO) de 300kHz à 3MHz, les ondes courtes (OC) de 3MHz à 30MHz, pour les applications télévisuelles et la bande FM : les très hautes fréquences (VHF) de 30MHz à 300MHz et les ultra hautes fréquences (UHF) de 300MHz à 3GHz aussi utilisées en téléphonie mobile. On atteint ensuite les micro-ondes (MO).

1.3. Valeurs des signaux déterministes à puissance finie *(signaux périodiques de période T)*

• *Valeur instantanée*

La valeur instantanée *x(t)* d’un signal c’est sa valeur à l’instant t. Pour un signal périodique de période T :

$$x(t) = x(t + kT)$$

où k est un entier ($k \in \mathbb{N}$).

• *Valeur moyenne*

La valeur moyenne <*x(t)*> d’un signal périodique *x(t)* de période T :

$$< x(t) > = X_0 = \frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} x(t)dt$$

• *Valeur efficace*

La valeur efficace *X* d’un signal *x(t)* périodique de période *T* :

$$X = \sqrt{< x^2(t) >} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{to}^{to+T} x^2(t)dt}$$

On l'appelle aussi valeur efficace RMS (Root Mean Square = Racine Moyenne Carrée).

(On peut montrer que pour un signal sinusoïdal d'amplitude X_m : $X = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$ et pour un signal triangulaire : $X = \frac{X_m}{\sqrt{3}}$)

• *Puissance*

La puissance est égale au produit courant tension, elle s'exprime en watt (W).

En continu, la puissance est constante dans le temps, la puissance instantanée et la puissance moyenne sont identiques :

$$P = U \cdot I \qquad \text{(W)}$$

En alternatif, la puissance varie dans le temps, ses valeurs instantanée et moyenne sont distinctes.

La puissance instantanée :

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) \qquad \text{(W)}$$

La puissance moyenne :

$$P =< P(t) >= U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad \text{(W)}$$

où φ est le déphasage entre *u(t)* et *i(t)*
U et I sont les valeurs efficaces de *u(t)* et de *i(t)*
$U \cdot I$ représente la puissance apparente qui s'exprime en Volt-Ampère (V.A) équivalent au watt (W)
$\cos\varphi$ représente le facteur de puissance (sans unité)

La puissance complexe :

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\bar{u}(t) \cdot \bar{\imath}(t)^*$$

où $\bar{\imath}(t)^*$ est le conjugué de $\bar{\imath}(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t - \varphi)}$ où I est la valeur efficace de $\bar{\imath}(t)$
$\bar{u}(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$ où U est la valeur efficace de $\bar{u}(t)$

La partie réelle de la puissance complexe représente la puissance active :

$$\Re(\bar{P}) = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad \text{(VA)}$$

elle s'exprime en volt ampère (VA).

La partie imaginaire de la puissance complexe représente la puissance réactive :

$$\Im(\bar{P}) = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad \text{(VAR)}$$

elle s'exprime en volt ampère réactif (VAR).

• *Adaptation en puissance d'impédance :*

Il y a adaptation d'impédance lorsque la puissance active reçue par la charge est maximale, c'est à dire lorsque l'impédance de la source est égale au conjugué complexe de l'impédance de la charge :

$$\overline{Z_S} = \overline{Z_C}^*$$

1.4. Les unités

• Les unités du système international SI :

Les unités du système international permettent d'exprimer toutes les autres unités dérivées.

Grandeur	Nom	Symbole
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
température	kelvin	K
quantité de matière	mole	mol
intensité de courant électrique	ampère	A
intensité lumineuse	candela	Cd

Remarquons que lorsqu'une unité tient son nom d'un chercheur (physicien, mathématicien, chimiste) le nom de ce chercheur s'écrit avec une majuscule (André-Marie Ampère), le nom de l'unité s'écrit avec une minuscule (ampère) et le symbole de l'unité est représenté par une lettre majuscule (A).

• Les unités électriques :

Grandeur	Nom	Symbole	Equivalent SI	Formule
intensité de courant électrique	ampère	A	A	-
énergie	joule	J	$kg.m^2/s^2$	$E=m.c^2$
fréquence	hertz	Hz	1/s	F=1/T
quantité de charges	coulomb	C	s.A	q=i.t
tension	volt	V	W/A=J/C	-
puissance	watt	W	V.A=J/s	P=U.I
capacité	farad	F	C/V	Q=C.V
inductance	henry	H	V.s/A	-
résistance	ohm	Ω	V/A	U=R.I
conductance	siemens	S	A/V=1/Ω	G=1/R

- André-Marie Ampère est un mathématicien et physicien français né à Lyon le 20 janvier 1775 et mort à Marseille le 10 juin 1836.
- James Prescott Joule est un physicien et brasseur britannique né le 24 décembre 1818 à Salford, près de Manchester en Angleterre et mort le 11 octobre 1889 à Sale.
- Heinrich Rudolf Hertz est un ingénieur et physicien allemand, né le 22 février 1857 à Hambourg et mort à Bonn le 1er janvier 1894.
- Charles Augustin Coulomb est un officier, ingénieur et physicien français, né le 14 juin 1736 à Angoulême et mort le 23 août 1806 à Paris.
- Le comte Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta est un physicien italien né à Côme le 18 février 1745 et mort à Côme le 5 mars 1827.
- James Watt est un ingénieur écossais né le 19 janvier 1736 à Greenock en Écosse et mort le 19 août 1819 à Handsworth près de Birmingham en Angleterre
- Michael Faraday est un physicien et un chimiste britannique né à Newington le 22 septembre 1791 et mort à Hampton Court le 25 août 1867.
- Joseph Henry est un physicien américain né le 17 décembre 1797 à Albany près de New York et mort le 13 mai 1878 à Washington.
- Georg Simon Ohm est un physicien allemand né le 16 mars 1789 à Erlangen et mort le 6 juillet 1854 à Munich.

- Ernst Werner von Siemens est un inventeur et industriel allemand né le 13 décembre 1816 à Lenthe, près de Hanovre et mort le 6 décembre 1892 à Berlin.

• Les préfixes d’unités :

Préfixe	atto	femto	pico	nano	micro	milli	kilo	méga	giga	téra	péta	éxa
Symbole	a	f	p	n	µ	m	k	M	G	T	P	E
Coefficient	10^{-18}	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}	10^{18}

Remarquons que le symbole du préfixe kilo est la lettre k en minuscule. La lettre K en majuscule symbolise l’unité de température, le kelvin, et qui tient son nom d’un physicien britannique reconnu pour ses travaux en thermodynamique : William Thomson, mieux connu sous le nom de Lord Kelvin (*né à Belfast le 26 juin 1824 et mort le 17 décembre 1907*).

Par ailleurs et notamment dans les simulateurs, le symbole u peut être préféré au symbole µ pour le préfixe micro.

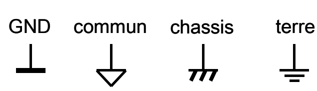
2- RAPPELS D’ELECTRICITE

• Convention : les potentiels et courants statiques seront notés en majuscule : V et I. Les potentiels et courants variables ou quelconques (variables ou éventuellement continus) seront notés en minuscule : $v(t)$ ou v et $i(t)$ ou i.

2.1. Les masses

Les masses sont des points de potentiel de référence, généralement nuls.

On distingue différentes masses de potentiel nul :



symboles des différentes masses

• Le « ground » (GND) est le zéro de référence d’un circuit électrique.

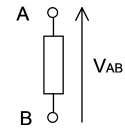
• Le « commun » est la référence de potentiels de mesure, elle n’est pas nécessairement un potentiel nul.

• Le « châssis » est un point connecté physiquement au châssis ou à la carcasse d’un appareil. Il peut-être ou non, relié à la terre pour des questions de sécurité électrique.

• La « terre » est un point connecté physiquement à la terre physique, c’est à dire le sol, qui est la masse d’EDF dans laquelle s’écoulent les charges en cas de court-circuit. Elle est normalement accessible par la broche métallique des prises secteur.

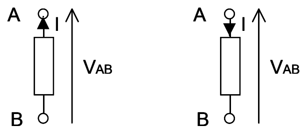
2.2. Les dipôles

• Un dipôle est caractérisé par les deux pôles A et B. Il supporte une différence de potentiel V_{AB} (ddp) qui est la différence des potentiels V_A et V_B définis par rapport à la masse ($V_A = V_{AM}$ et $V_B = V_{BM}$) :



$$V_{AB} = V_A - V_B = V_{AM} - V_{BM}$$

Le dipôle peut fonctionner en générateur ou en récepteur. La convention dit que le générateur fournit du courant, le sens positif du courant est sortant et que le récepteur consomme du courant, le sens positif du courant est rentrant.



générateur *récepteur*

• Les composants (dipôles) peuvent être considérés comme des composants passifs ou actifs :

Un composant passif ne fournit pas d’énergie, il fonctionne toujours en récepteur. Il ne possède aucune source interne, comme la résistance, le condensateur et la bobine ou self. Il est caractérisé par des grandeurs constantes (*R, L, C*).

Un composant actif peut fournir ou absorber de l’énergie, il peut fonctionner en générateur ou en récepteur. Une source de tension ou de courant, idéale ou réelle, variable ou continue peut être considérée comme un composant actif. On considère aussi les composants actifs polarisés comme les diodes ou les transistors.

Les composants passifs :

Les composants passifs plus connus sont la résistance, le condensateur et la bobine.

symbole de la résistance *symbole du condensateur* *symbole de la bobine*

• La résistance, de résistance R satisfait à la loi d’Ohm :

$$u = R \times i$$

La résistance s’exprime en ohm ($\Omega = V/A$). En électronique l’ordre de grandeur des résistances se situe dans la plage de 1Ω à 100MΩ, typiquement autour de 1kΩ.

L’impédance complexe de la résistance s’écrit :

$$\bar{Z} = R$$

La résistance, de conductance G satisfait à la loi :

$$i = G \times u$$

La conductance s’exprime en siemens ($S = A/V = 1/\Omega$). En électronique l’ordre de grandeur des conductances se situe dans la plage de 10nS à 1S, typiquement autour de 1mS.