

SUJET 1

Exercice (9 points) _____

Une enquête a été menée sur le mode de vie de 700 femmes de plus de 40 ans toutes atteintes d'un cancer lié au tabac. On a obtenu les renseignements suivants :

- 47 % de ces femmes n'ont jamais fumé ;
- 6 % de ces femmes consomment beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène ;
- Parmi les femmes consommant beaucoup de bêta-carotène, 7 n'ont jamais fumé.

1. C'est au cours d'une enquête sur le mode de vie et l'état de santé d'une population de 60 000 femmes de plus de 40 ans, que l'on a trouvé que 700 de ces femmes étaient atteintes d'un cancer lié au tabac. Déterminer pour cette population le pourcentage de femmes ayant développé un cancer lié au tabac. Arrondir à 0,01 % près.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant.

	Femmes n'ayant jamais fumé	Fumeuses ou anciennes fumeuses	Total
Femmes consommant beaucoup de bêta-carotène			
Femmes consommant peu de bêta-carotène			
Total			700

3. On choisit au hasard une femme parmi celles qui ont développé un cancer lié au tabac. On note A l'événement : « la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène » et B l'événement : « la femme choisie est une fumeuse ou une ancienne fumeuse ». Si nécessaire arrondir les résultats à 0,001 près.
 - a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.
 - b) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer la probabilité de cet événement.
 - c) Définir par une phrase l'événement $A \cup \bar{B}$, puis calculer la probabilité de cet événement.

4 ◀ **Enoncé du sujet 1**

4. Calculer $p_B(A)$. Arrondir le résultat à 0,001 près.

Problème (11 points) _____

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 12]$ par $f(t) = 0,004t^2 - 0,1t + 1$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm en abscisse et 4 cm en ordonnée).

1.

a) Calculer $f'(t)$.

b) Montrer que pour tout t de $[0 ; 12]$, $f'(t) < 0$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2. Tracer \mathcal{C} .

Partie B

On injecte à un malade une dose de 1 cm^3 d'un certain médicament M. On admet que la quantité (exprimée en cm^3) de médicament M contenu dans le sang après un temps t (exprimé en heure) est donnée par $f(t)$ où f est la fonction de la partie A.

1. A l'aide du graphique de la partie A :

Déterminer la durée écoulée après l'injection pour que la quantité de médicament M devienne la moitié de la dose injectée.

2. Calculer le pourcentage de la quantité présente dans le sang au bout de 12 heures par rapport à la quantité présente au bout de 6 heures.

CORRIGE DU SUJET 1

Corrigé de l'exercice

1. $\frac{700}{60000} \approx 0,0117$

1,17 % des femmes de cette population ont développé un cancer lié au tabac.

2. D'après le texte, 47 % de ces femmes n'ont jamais fumé :

$$700 \times 0,47 = 329.$$

$700 - 329 = 371$: 371 de ces femmes sont fumeuses ou anciennes fumeuses.

6 % de ces femmes consomment beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène :

$$700 \times 0,06 = 42.$$

$700 - 42 = 658$: 658 de ces femmes consomment peu d'aliments riches en bêta-carotène.

	femmes n'ayant jamais fumé	fumeuses ou anciennes fumeuses	Total
femmes consommant beaucoup de bêta-carotène	7	35	42
femmes consommant peu de bêta-carotène	322	336	658
Total	329	371	700

3. a) $p(A) = \frac{42}{700}$

$$p(A) = 0,06$$

$p(B) = \frac{371}{700}$

$$p(B) = 0,53$$

b) $A \cap B$: « La femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène et elle est fumeuse ou ancienne fumeuse ».

6 ◀ Corrigé du sujet 1

$$p(A \cap B) = \frac{35}{700}$$

$$p(A \cap B) = 0,05$$

c) $A \cup \bar{B}$: « La femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène ou elle n'a jamais fumé ».

$$p(A \cup \bar{B}) = p(A) + p(\bar{B}) - p(A \cap \bar{B}).$$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 0,47 \text{ et } p(A \cap \bar{B}) = \frac{7}{700} = 0,01.$$

$$p(A \cup \bar{B}) = 0,52$$

4. La probabilité demandée est : $p_B(A) = \frac{35}{371}$, puisqu'il y a 371 fumeuses ou anciennes fumeuses et 35 parmi elles consomment beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène.

$$p_B(A) \approx 0,094$$

Corrigé du problème

Partie A

1. a) $f'(t) = 0,004 \times 2t - 0,1 = 0,008t - 0,1.$

b) $f'(t) < 0$ lorsque $0,008t - 0,1 < 0$, soit $t < \frac{0,1}{0,008}.$

$$\frac{0,1}{0,008} = 12,5.$$

On a bien : pour tout t de $[0 ; 12]$, $f'(t) < 0.$

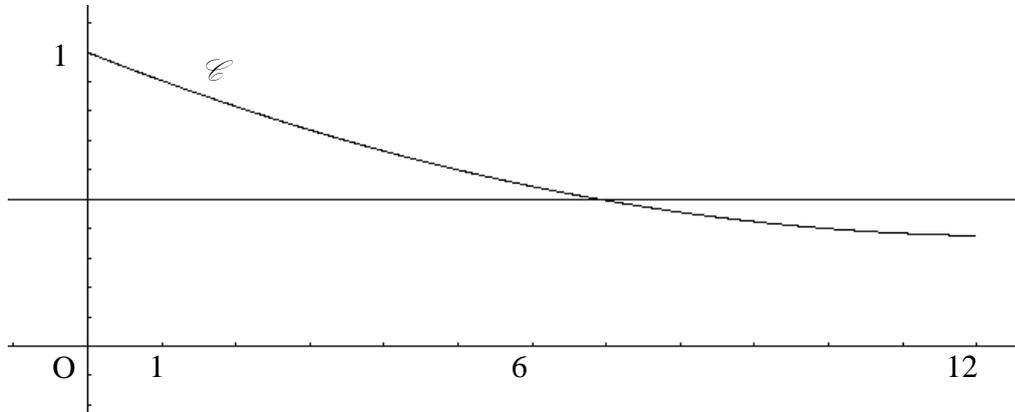
c) Comme la dérivée de la fonction f est négative sur $[0 ; 12]$, la fonction f est strictement décroissante sur $[0 ; 12]$. De plus $f(0) = 1$ et $f(12) = 0,376.$

On obtient le tableau suivant :

t	0	12
f(t)	1	0,376



2.

**Partie B**

1. On lit l'abscisse du point d'intersection de \mathcal{C} et de la droite d'équation $y = 0,5$.

On lit $t \approx 7$.

Au bout de 7 heures environ la quantité de médicament M devienne la moitié de la dose injectée.

2. On doit calculer le quotient $\frac{f(12)}{f(6)}$. On trouve : 0,691 environ.

Le pourcentage de la quantité présente dans le sang au bout de 12 heures par rapport à la quantité présente au bout de 6 heures est d'environ 69,1 %.