

# Sommaire

## Premier semestre

### Logique - Raisonnement

1	Démontrer une implication ou une équivalence	13
2	Raisonnement par contraposée ou par l'absurde	16
3	Raisonnement par analyse-synthèse	20
4	Raisonnement par récurrence simple, multiple ou forte	24

### Calculs complexes et trigonométrie

5	Manipuler forme algébrique et forme exponentielle d'un complexe	29
6	Montrer qu'un complexe est réel ou imaginaire pur	33
7	Linéariser un produit de cosinus et sinus avec les formules d'Euler	36
8	Exprimer $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$	40
9	Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique	43
10	Résoudre une équation du second degré	47
11	Calculer et manipuler les racines $n$ -ièmes d'un complexe	51
12	Utiliser les complexes pour simplifier des sommes de réels	55
13	Résoudre des problèmes de colinéarité, d'alignement, de parallélisme	58
14	Résoudre des problèmes d'orthogonalité	62
15	Étudier des transformations complexes et les composer	66

### Sommes et produits

16	Calculer une somme à l'aide de sommes de référence	70
17	Effectuer un changement d'indice dans une somme	74
18	Calculer une somme télescopique	77
19	Majorer, minorer, encadrer une somme	81
20	Utiliser la formule du binôme de Newton	85
21	Calculer une somme double	89
22	Calculer un produit	93
23	Manipuler les factorielles et les coefficients binomiaux	97

## Calculs réels

24	Établir une égalité	101
25	Établir une inégalité	104
26	Résoudre une équation avec des valeurs absolues ou des radicaux	108
27	Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues ou des radicaux	112
28	Manipuler la partie entière	116

## Fonctions : généralités

29	Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction	119
30	Déterminer les variations d'une fonction	122
31	Montrer qu'une fonction est paire/impaire	126
32	Montrer qu'une fonction est périodique	129
33	Manipuler les fonctions circulaires réciproques	132

## Équations différentielles

34	Trouver des primitives	136
35	Résoudre une équation différentielle (ED) homogène d'ordre 1	140
36	Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 à coefficients constants	143
37	Résoudre une ED linéaire d'ordre 1 par variation de la constante	145
38	Résoudre une ED linéaire d'ordre 2 à coefficients constants	149

## Suites usuelles

39	Étudier une suite arithmético-géométrique	153
40	Étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2	156
41	Étudier une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$	159
42	Étudier une suite implicite	163

## Suites réelles : généralités

43	Déterminer la limite d'une suite avec la définition	167
44	Calculer une limite indéterminée	170
45	Utiliser les théorèmes de limite monotone	173
46	Utiliser le théorème des suites adjacentes	177
47	Déterminer une limite par encadrement ou comparaison	180

## Fonctions : limites, continuité

48	Lever une forme indéterminée	183
49	Calculer une limite	187
50	Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe	190
51	Montrer qu'une fonction est ou n'est pas continue en un point	193

## Fonctions : dérivabilité

52	Montrer qu'une fonction est dérivable en un point	197
53	Calculer la dérivée d'une fonction composée	201
54	Calculer la dérivée d'une fonction réciproque	205
55	Utiliser la formule de Leibniz	208
56	Mettre en œuvre le théorème des valeurs intermédiaires	211
57	Mettre en œuvre le théorème de la bijection	215
58	Mettre en place le théorème de Rolle	218
59	Mettre en place le théorème des accroissements finis	221
60	Utiliser l'inégalité des accroissements finis	224

## Équivalence et négligeabilité

61	Montrer que des suites ou des fonctions sont équivalentes	227
62	Montrer qu'une fonction ou une suite est négligeable ou dominée par une autre	230

## Développements limités

63	Utiliser la formule de Taylor-Young	234
64	Déterminer le développement limité d'un produit	238
65	Déterminer le développement limité d'un quotient	241
66	Déterminer le développement limité d'une composée	245
67	Utiliser les développements limités	248

## Systemes linéaires

68	Résoudre un système, paramétré ou non, par la méthode du pivot de Gauss-Jordan	252
----	--	-----

## Calcul matriciel

69	Effectuer les opérations de base sur les matrices	256
70	Calculer la puissance $n$ -ième d'une matrice	260
71	Montrer qu'une matrice carrée est inversible et déterminer son inverse	264

## Arithmétique

72	Trouver le PGCD et le PPCM de deux entiers naturels	269
----	---	-----

## Dénombrement

73	Dénombrer un ensemble fini	273
74	Dénombrer des listes	277

## Deuxième semestre

### Polynômes

75	Pratiquer la division euclidienne de polynômes	283
76	Factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$	287
77	Factoriser un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$	291
78	Montrer qu'un polynôme est nul	295

### Espaces vectoriels

79	Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'autres vecteurs	298
80	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel	302
81	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel engendré	305
82	Montrer qu'une famille est libre (ou liée)	308
83	Montrer qu'une famille est une base d'un espace vectoriel	312
84	Utiliser le théorème de la base incomplète	315
85	Extraire une base d'une famille génératrice	318
86	Calculer le rang d'une famille de vecteurs	322
87	Calculer la dimension de la somme de deux sous-espaces vectoriels	326
88	Montrer qu'une somme de deux sous-espaces est directe	330
89	Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires	333

### Applications linéaires

90	Montrer qu'une application est linéaire	337
91	Déterminer la matrice d'une application linéaire	341
92	Déterminer le noyau d'une application linéaire	347
93	Déterminer l'image et le rang d'une application linéaire	351

<b>94</b>	Utiliser le théorème du rang	355
<b>95</b>	Montrer qu'une application linéaire est bijective	359
<b>96</b>	Trouver le rang d'une matrice	364
<b>97</b>	Caractériser un projecteur	367
<b>98</b>	Caractériser une symétrie	372

## Déterminants

<b>99</b>	Calculer un déterminant d'ordre 2 ou 3	377
<b>100</b>	Calculer un déterminant	379
<b>101</b>	Utiliser le déterminant pour étudier l'inversibilité d'une matrice	383

## Intégration sur un segment

<b>102</b>	Trouver des primitives de fonctions composées	387
<b>103</b>	Effectuer un changement de variable	390
<b>104</b>	Faire une intégration par parties	393
<b>105</b>	Reconnaître et utiliser une somme de Riemann	396
<b>106</b>	Étudier une intégrale fonction de sa borne supérieure	399
<b>107</b>	Étudier une suite intégrale	403
<b>108</b>	Écrire et utiliser la formule de Taylor avec reste intégral	407

## Séries

<b>109</b>	Étudier la convergence d'une série à l'aide des sommes partielles	410
<b>110</b>	Étudier la nature d'une série à termes positifs	414
<b>111</b>	Étudier une suite à l'aide d'une série	417
<b>112</b>	Étudier l'absolue convergence d'une série	420

## Espaces préhilbertiens réels

<b>113</b>	Montrer qu'une application est un produit scalaire	423
<b>114</b>	Calculer la norme d'un vecteur	427
<b>115</b>	Utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwarz	431
<b>116</b>	Montrer que deux sous-espaces sont orthogonaux	435
<b>117</b>	Orthonormaliser une famille libre	438
<b>118</b>	Minimiser une distance par projection orthogonale	442

## Probabilités

119	Calculer la probabilité d'une intersection finie	445
120	Calculer la probabilité d'une réunion finie	449
121	Appliquer la formule des probabilités totales	454
122	Utiliser la formule de Bayes	458

## Variables aléatoires discrètes

123	Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète	463
124	Reconnaître une loi uniforme	468
125	Reconnaître une loi binomiale	471
126	Calculer l'espérance d'une variable aléatoire finie	475
127	Utiliser le théorème de transfert	480
128	Calculer la variance et l'écart type d'une variable aléatoire finie	484
129	Utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev	488
130	Déterminer la loi d'un couple	491
131	Déterminer une loi marginale	496