

1

Évolution

- Quand une quantité passe de la valeur y_1 à la valeur y_2 , sa **variation absolue** est le nombre $y_2 - y_1$.
- Sa **variation relative** ou **taux d'évolution t** est égale à :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}.$$

Si le nombre t obtenu est positif, on dit qu'il s'agit d'une hausse ou augmentation, sinon s'il est négatif, il s'agit d'une baisse ou diminution.

Ce taux peut s'exprimer sous forme de pourcentage noté pourcentage d'évolution de y_1 à y_2 :

$$t = \frac{p}{100} \text{ ou } t = p \text{ \%}.$$

On peut mettre la relation donnant t sous la forme :

$$y_2 = (1 + t)y_1.$$

$1 + t$ est appelé **coefficient multiplicateur** de y_1 à y_2 .

Un coefficient multiplicateur supérieur à 1 correspond à une hausse, un coefficient multiplicateur inférieur à 1 correspond à une baisse.

● Indices

- Pour étudier l'évolution de certains indicateurs, on fixe arbitrairement, à une certaine date, leur valeur à 100 et on peut alors analyser les évolutions de ces indicateurs en fonction de cette valeur de référence. On parle d'indice de base 100.

En prenant 100 pour base de l'indice de départ I_0 à la date T_0 et I_n l'indice à la date T_n , si une quantité ayant pour valeur y_0 à la date T_0 est passée à la valeur y_n à la date T_n , on peut écrire :

$$I_n = \frac{y_n}{y_0} \times 100 \text{ ou } y_n = y_0 \times \frac{I_n}{100}.$$

● Évolutions successives

Lors d'évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Remarque : Une hausse de k % ne compense pas une baisse de k %. Lorsqu'on cumule deux hausses ou deux baisses successives, les pourcentages d'évolution ne s'additionnent pas, puisqu'il y a multiplication des coefficients multiplicateurs.

● Évolution réciproque

Quand une grandeur suit l'évolution $y_1 \mapsto y_2$ le taux d'évolution est :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \text{ et le taux d'évolution réciproque est } t' = \frac{y_1 - y_2}{y_2}.$$

Si $1 + t$ est le coefficient multiplicateur correspondant au taux d'évolution t ,

$$1 + t' = \frac{1}{1 + t} \text{ est celui qui correspond au taux d'évolution réciproque } t'.$$

Remarque : $(1 + t)(1 + t') = 1$.

● Racine n-ième d'un nombre réel positif

Le nombre a étant un réel positif, l'équation $x^n = a$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Cette solution se note $\alpha = a^{\frac{1}{n}}$, on en obtient une valeur approchée à l'aide de la calculatrice.

● Taux d'évolution moyen

Soit n évolutions successives de même taux moyen t_m , si on connaît le taux T d'évolution global, on peut écrire $1 + T = (1 + t_m)^n$.

En utilisant la racine n -ième d'un réel positif :

$$t_m = (1 + T)^{\frac{1}{n}} - 1$$

* Exercice 1

🕒 10 min

Résoudre dans $]0 ; +\infty[$ chacune des équations suivantes, on donnera des valeurs approchées à 10^{-3} près des solutions, si nécessaire :

$$x^3 = 8 \quad ; \quad x^5 = 54 \quad ; \quad x^8 = \frac{1}{256} \quad ; \quad x^7 = 405.$$

* Exercice 2

🕒 10 min

Dans une usine, le taux moyen d'évolution de la production d'un outil a été en 6 ans de + 9 %.

Quel est, à 0,01 % près, le taux moyen d'évolution annuel ?

*** Exercice 3**

🕒 15 min

Pour chacune des deux questions, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Déterminer la bonne réponse.

1. Le prix d'un produit a successivement augmenté de 10 % puis baissé de 10 %. À l'issue des deux évolutions successives, le prix a finalement :
a. augmenté ; b. baissé ; c. stagné
2. Le prix d'un produit a augmenté de 12 % en un an. Le taux d'évolution mensuel moyen du prix est alors :
a. environ 0,95 % ; b. exactement 1 % ; c. environ 1,2 %.

*** Exercice 4**

🕒 15 min

Évolution de la démographie en France

	A	B	C
1	année	population (en millions d'habitants)	taux d'évolution (en %)
2	2000	58,86	
3	2001	59,27	0,70
4	2002	59,69	
5	2003	60,10	
6	2004	60,51	
7	2005	60,96	
8	2006	61,40	
9	2007	61,80	
10	2008	62,13	
11	2009	62,47	

1. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C3 et recopier sur la plage C4 : C11 pour obtenir les taux annuels d'évolution de la population française ?
2. Calculer le taux global d'augmentation de la population française entre les années 2000 et 2009. On arrondira le résultat à 0,01 %.
3. Calculer le taux d'augmentation annuel moyen de la population française sur cette même période. On arrondira le résultat à 0,01 %.

*** Exercice 5**

🕒 25 min

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3 000 € pour l'année 1998.

Depuis 1998, l'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-dessous :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Évolution en pourcentage	+ 17 %	+ 15 %	+ 10 %	+ 9 %	+ 6 %

résumés de cours

exercices

contrôles

corrigés

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 à 2001 est égal à 10 %.

1.

- a) Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euros). Les résultats seront arrondis à l'unité.
- b) Le responsable sportif se plaint d'une diminution continuelle des subventions depuis l'année 1999. Quelle confusion fait-il ?

2. On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5 130 €.

- a) Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.
- b) Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à t %, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?
- c) Avec ce même taux d'évolution t , quelle serait la subvention, arrondie à l'unité, en 2004 ?

* Exercice 6

⌚ 25 min

Dans un hôpital d'une ville, on a constaté qu'en 4 ans, de 2008 à 2012, le nombre de naissances était passé de 2 100 à 1 900 et celui des décès de 2 000 à 2 300.

1. Calculer l'indice du nombre de naissance en 2012 par rapport à celui de 2008.
2. Donner le taux d'évolution du nombre de naissances de 2008 à 2012.
3. Calculer l'indice du nombre de décès en 2012 par rapport à celui de 2008.
4. Donner le taux d'évolution du nombre de décès de 2008 à 2012.
5. Quel est le taux moyen annuel d'évolution du nombre de naissances de 2008 à 2012 ? Du nombre de décès de 2008 à 2012 ?

* Exercice 7

⌚ 30 min

Le tableau suivant donne le taux d'inflation annuel des prix en Argentine depuis l'année 2000 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Taux d'inflation en pourcentage	-2	-0,9	4	41	13,4	6,1	9,6	9,8	8,5

Source : GIA Wodd Fadbook

On considère une marchandise produite en Argentine dont la valeur au 01/01/2000 était 1 500 euros.

On admet que chaque année le taux d'évolution de la valeur de cette marchandise est égal au taux d'inflation en Argentine.

Par exemple le taux d'évolution de la valeur de cette marchandise entre le 01/01/2000 et le 01/01/2001 était - 2 %.

1.
 - a) Calculer la valeur de la marchandise le 01/01/2001 puis la valeur de cette marchandise le 01/01/2002.
 - b) Calculer, en pourcentage à 0,1 % près, le taux d'évolution global de la valeur de la marchandise au cours des deux années comprises entre le 01/01/2003 et le 01/01/2005.
 - c) Calculer, en pourcentage, à 0,1 % près, le taux annuel moyen d'évolution de la valeur de la marchandise entre le 01/01/2003 et le 01/01/2005.
2. On prend pour base 100 la valeur de la marchandise le 01/01/2007.
 - a) Compléter le tableau suivant avec les indices arrondis au dixième :

Date	01/01/2006	01/01/2007	01/01/2008	01/01/2009
Indice		100		

- b) Quel est le taux d'évolution global de la valeur de la marchandise entre le 01/01/2007 et le 01/01/2009 puis son taux d'évolution annuel moyen ?

* Exercice 8

🕒 15 min

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.

Le tableau ci-dessous montre l'évolution entre 2000 et 2007 du nombre d'hôtels 4 étoiles en France métropolitaine.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
nombre d'hôtels	613	646	673	704	719	747	777	808

(source INSEE - direction du tourisme)

1. Le taux d'évolution entre 2000 et 2003, arrondi à 0,01 % près, est :
 - a. 12,93 %
 - b. 14,85 %
 - c. 1,15 %
2. Le taux d'évolution annuel moyen entre 2000 et 2007, arrondi à 0,01 % près, est :
 - a. 4,02 %
 - b. 1,12 %
 - c. 10,40 %
3. Entre 1999 et 2000, le nombre d'hôtels 4 étoiles a augmenté de 2,51 %. Le nombre d'hôtels 4 étoiles en 1999, arrondi à l'unité, était donc :
 - a. 244
 - b. 624
 - c. 598

* Exercice 9

🕒 30 min

Le tableau de la page suivante donne les dépenses, en millions d'euros, des ménages en France de 2000 à 2009 pour les programmes audio-visuels.

Année	Dépenses en cinéma	Dépenses en redevance audio-visuelle	Dépenses en abonnements Canal+, câble et satellite	Dépenses en achats et location de vidéos	Total des dépenses en programmes audio- visuels
2000	894	1 572	2 551	1 051	6 068
2001	1 021	1 573	2 691	1 245	6 530
2002	1 030	1 572	2 801	1 478	6 881
2003	996	1 603	2 841	1 772	7 212
2004	1 139	1 677	2 895	2 049	7 760
2005	1 031	1 734	2 990	1 889	7 644
2006	1 121	1 763	3 157	1 751	7 792
2007	1 060	1 764	3 245	1 572	7 641
2008	1 142	1 863	3 351	1 467	7 823
2009	1 233	1 892	3 308	1 493	7 927

Extrait des Tableaux de l'Économie Française de l'Insee - édition 2010

Les pourcentages seront arrondis au centième près.

1. Quel était le montant des dépenses en achats et locations de vidéos en 1999 sachant qu'elles ont diminué de 19,22 % entre 1999 et 2000 ? Arrondir le résultat au million d'euros.
2.
 - a) Quel est le taux d'évolution exprimé en pourcentage, des dépenses en programmes audio-visuels entre 2000 et 2009 ?
 - b) Déterminer le taux moyen annuel d'évolution, exprimé en pourcentage, des dépenses en programmes audio-visuels entre 2000 et 2009.
3.
 - a) Proportions, en pourcentage arrondi au centième, de chaque dépense par rapport à la dépense totale.

Année	cinéma	redevance audio-visuelle	abonnements Canal+, câble et satellite	achats et location de vidéos
En 2000				
En 2009				

Compléter le tableau ci-dessus par les proportions, exprimées en pourcentage, de chaque dépense par rapport à la dépense totale, pour les années 2000 et 2009.

- b) Quelle est la dépense dont la part, exprimée en pourcentage, par rapport au montant total, a le plus augmenté entre 2000 et 2009 ?

*** Exercice 10**

🕒 20 min

Au cours d'une épidémie virale on a relevé chaque semaine le nombre, exprimé en milliers, de personnes contaminées. Le tableau ci-dessous rend compte de cette enquête sur une période de 10 semaines.

Semaine (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de cas en milliers (y_i)	2	5	7	15	30	33	50	68	79	92

- Calculer le taux d'évolution, exprimé en pourcentage et arrondi au dixième, du nombre de personnes contaminées entre la 8^e et la 10^e semaine.
- Calculer le taux d'évolution hebdomadaire moyen, exprimé en pourcentage et arrondi au dixième, du nombre de personnes contaminées sur cette même période.
- On suppose que, à partir de la 10^e semaine, le nombre de personnes contaminées augmente chaque semaine de 16,3 %.
 - Calculer le nombre, arrondi au millier, de personnes contaminées à la 11^e semaine.
 - Calculer en utilisant ce modèle, le nombre, arrondi au millier, de personnes contaminées à la 14^e semaine.

**** Exercice 11**

🕒 25 min

En France, les déchets sont classés en plusieurs catégories, dont la catégorie des déchets ménagers.

Une partie des déchets ménagers sont recyclés.

Dans la feuille de calcul reproduite ci-dessous, on a rassemblé les données concernant ces différents types de déchets pour les années 2001 à 2007.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
2	Masse de déchets ménagers produits (en milliers de tonnes)	30 161	30 823	31 400	32 445	33 363	33 989	34 629
3	Masse de déchets ménagers recyclés (en milliers de tonnes)	4 124	4 426	4 670	4 935	5 365	5 661	5 964
4	Taux de recyclage	13,7 %					16,7 %	

Sources : Ademe, enquête « Itom » et « collecte » ; SOeS.

La plage de cellules B4 : H4 est au format pourcentage à une décimale.


- Dans cette question, on s'intéresse aux déchets ménagers produits entre 2001 et 2007.
 - Calculer le taux d'évolution de la masse de déchets ménagers produits entre 2001 et 2007 (arrondir à 0,1 %).
 - Calculer le taux d'évolution annuel moyen de la masse de déchets ménagers produits entre 2001 et 2007 (arrondir à 0,1 %).

2. Dans cette question, on s'intéresse aux déchets ménagers recyclés entre 2001 et 2007.

On appelle taux de recyclage la proportion de déchets ménagers recyclés parmi les déchets ménagers produits.

- Donner une formule qui, entrée en cellule B4, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage B4 : H4.
- Calculer la valeur affichée dans la cellule H4.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
On souhaite atteindre l'objectif de recyclage de 30 % en 2012.
Cet objectif est-t-il réaliste ?

*** Exercice 12**

 20 min

On s'intéresse au tarif d'affranchissement postal en France depuis l'année 2002 jusqu'à l'année 2010. Le tableau suivant donne l'évolution du prix du timbre-poste au cours de ces années.

Année	2002	2003	2005	2006	2008	2009	2010
Prix du timbre (en euros)	0,46	0,50	0,53	0,54	0,55	0,56	0,58

Source : ARCEP

(Autorité de régulation des communications électroniques et des postes)

Les prix demandés seront arrondis au centime. Les taux seront donnés en pourcentages arrondis à 0,1 %.

- Déterminer le taux d'évolution du prix du timbre entre 2002 et 2010.
- Déterminer le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre durant ces huit années.
- L'ARCEP a décidé qu'entre 2009 et 2011 le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre poste ne pourrait dépasser 2,3 %.
Si le prix du timbre augmentait de 1 centime en 2011, la décision de l'ARCEP serait-elle respectée ?
- Si en 2014, le prix du timbre est de 0,66 euros, déterminer le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre durant les quatre années de 2010 à 2014.