

Fiche 1 : Opérations et calculs astucieux

I. Nombres décimaux

1. Numération de position

Pour écrire un nombre, il faut regrouper les chiffres 3 par 3 en allant :

- de la droite vers la gauche pour les chiffres avant la virgule.
- de la gauche vers la droite pour les chiffres après la virgule.

Partie entière											Partie décimale			
MILLIARDS			MILLIONS			MILLE			Unités simples			Dixièmes	Centièmes	Millièmes
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U			
									2	3	7,	4	5	

Exemple 1 : 237,45 est un nombre décimal.

2 est le chiffre des centaines, 3 est celui des dizaines, 7 celui des unités, 4 celui des dixièmes, 5 celui des centièmes et 237 est la partie entière.

237,45 s'écrit deux cent trente-sept virgule quarante-cinq.

2. Classement

- Ranger des nombres dans l'ordre croissant c'est les ranger du plus petit au plus grand.
- Ranger des nombres dans l'ordre décroissant c'est les ranger du plus grand au plus petit.

Méthode : 1) on compare les parties entières ;

2) si les parties entières sont égales, on compare les dixièmes puis les centièmes, etc.

Exemple 2 : $237,45 < 237,48$.

3. Arrondi

- L'arrondi à l'unité d'un nombre est : - l'entier le plus proche de ce nombre ;
- ou l'entier supérieur quand ce nombre n'a qu'une seule décimale qui est égale à 5.
- L'arrondi à un rang d'un nombre est : - si la décimale suivant le rang est inférieure ou égale à 4, on coupe au rang ;

- si la décimale suivant le rang est supérieure ou égale à 5, on augmente de 1 le chiffre du rang où l'on coupe.

Exemple 3 : l'arrondi à l'unité de 237,45 est 237 et l'arrondi au dixième de 237,45 est 237,5.

II. Addition et soustraction

1. Table d'addition

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	1	17	18	19	20

2. Méthode de l'addition

1. On dispose les nombres l'un sous l'autre et on écrit les unités sous les unités, c'est à dire que les virgules sont alignées.

$$\begin{array}{r} 58,4 \\ + \underline{7,9} \end{array}$$

3. On place la virgule du résultat sous la virgule des nombres de l'addition.
 $1 + 8 + 7 = 16$. On écrit 6 et on retient 1, qu'on écrit au-dessus du chiffre des dizaines.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 58,4 \\ + \underline{7,9} \\ 66,3 \end{array}$$

2. On commence par les chiffres les plus à droite : $4 + 9 = 13$.

On écrit 3 et on retient 1, qu'on écrit au-dessus du chiffre des unités.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58,4 \\ + \underline{7,9} \\ 3 \end{array}$$

4. $1 + 5 = 6$, on écrit 6.

Le résultat est 66,3.

$$\begin{array}{r} 11 \\ 58,4 \\ + \underline{7,9} \\ 66,3 \end{array}$$

3. Méthode de la soustraction

1. On dispose les nombres l'un sous l'autre en écrivant le plus grand des deux nombres sur la première ligne, et on aligne les virgules.

$$\begin{array}{r} 43,5 \\ - 27,3 \\ \hline \end{array}$$

3. On place la virgule du résultat sous la virgule des nombres de la soustraction.

On ne peut pas enlever 7 à 3. On soustrait 7 à 13 et on écrit +1 de retenue au chiffre 2 des dizaines.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } 13,5 \\ - 27,3 \\ \hline \text{ } ,2 \end{array}$$

2. On commence par les chiffres les plus à droite : $5 - 3 = 2$
On écrit 2.

$$\begin{array}{r} 43,5 \\ - 27,3 \\ \hline \text{ } 2 \end{array}$$

4. $13 - 7 = 6$, on écrit 6.

$2 + 1 = 3$ et $4 - 3 = 1$, on écrit 1.

Le résultat est 16,2.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } 13,5 \\ - 27,3 \\ \hline 1 \text{ } 6,2 \end{array}$$

III. Multiplication et division

1. Table de multiplication

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121

2. Méthode de la multiplication

1. On dispose les nombres l'un sous l'autre. On multiplie chaque chiffre du premier nombre par chaque chiffre du second sans se soucier de la virgule.

2. On calcule 731×8 :

$1 \times 8 = 8$, on écrit 8.

$3 \times 8 = 24$, on écrit 4 et on retient 2, qu'on écrit où l'on veut.

$7 \times 8 = 56$ et $56 + 2 = 58$, on écrit 58.

$\begin{array}{r} 7,31 \\ \times 6,8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7,31 \quad 2 \\ \times 6,8 \\ \hline 5848 \end{array}$
<p>3. On calcule 731×6 :</p> <p>$1 \times 6 = 6$, on écrit 6 en le décalant d'un rang vers la gauche.</p> <p>$3 \times 6 = 18$, on écrit 8 et on retient 1, qu'on écrit où l'on veut.</p> <p>$7 \times 6 = 42$ et $42 + 1 = 43$, on écrit 43.</p>	<p>4. On additionne les deux lignes :</p> <p>$5848 + 43860 = 49708$.</p> <p>Pour placer la virgule, on additionne les chiffres à droite de la virgule : ici $2 + 1 = 3$.</p> <p>Le résultat est 49,708.</p>
$\begin{array}{r} 7,31 \quad 2 \\ \times 6,8 \quad 1 \\ \hline 5848 \\ 4386 \cdot \\ \hline 49708 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7,31 \quad \longrightarrow 2 \text{ chiffres} \\ \times 6,8 \quad \longrightarrow 1 \text{ chiffre} \\ \hline 5848 \\ 4386 \cdot \\ \hline 49,708 \quad \longleftarrow 3 \text{ chiffres} \end{array}$

3. Méthode de la division

dividende	diviseur
reste	quotient

<p>1. Le diviseur 2,7 est décimal, donc il faut multiplier 163,89 et 2,7 par 10, ce qui revient à diviser 1638,9 par 27, car le diviseur doit être un nombre entier.</p>	<p>2. On prend les chiffres un par un jusqu'à avoir un nombre supérieur au diviseur .</p> $\begin{array}{r} 1638,9 \mid 27 \\ 1 < 27 \\ 16 < 27 \\ 163 > 27 \end{array}$
<p>3. $6 \times 27 < 163 < 7 \times 27$ $162 < 163 < 189$ 163 est compris entre deux multiples successifs de 27.</p>	<p>4. On écrit 6 au quotient et 162 sous 163. On soustrait 162 de 163.</p> $\begin{array}{r} 1638,9 \mid 27 \\ - 162 \quad \underline{\quad} \\ 1 \end{array}$
<p>5. Comme il reste un chiffre non utilisé au dividende, on abaisse le chiffre suivant (8) et on continue.</p> $\begin{array}{r} 1638,9 \mid 27 \\ - 162 \quad \underline{\quad} \\ 18 \quad 6 \end{array}$	<p>6. $0 \times 27 < 18 < 1 \times 27$ $0 < 18 < 27$</p>
<p>7. On écrit 0 au quotient et 0 sous 18. On soustrait 0 de 18.</p> $\begin{array}{r} 1638,9 \mid 27 \\ - 162 \quad \underline{\quad} \\ 18 \quad 60 \\ - 0 \quad \underline{\quad} \\ 18 \end{array}$	<p>8. On place la virgule au quotient dès qu'on la rencontre, on abaisse le chiffre suivant (9) et on continue.</p> $\begin{array}{r} 1638,9 \mid 27 \\ - 162 \quad \underline{\quad} \\ 18 \quad 60, \\ - 0 \quad \underline{\quad} \\ 189 \end{array}$

9. $189 = 7 \times 27$

On écrit 7 au quotient et 189 sous 189.
On soustrait 189 de 189. Le reste est nul.

10.

$$\begin{array}{r|l} 1638,9 & 27 \\ - 162 & 60,7 \\ \hline 18 & \\ - 0 & \\ \hline 189 & \\ - 189 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

4. Priorités opératoires

- On commence par les calculs entre parenthèses,
- puis on calcule les puissances (s'il y en a),
- ensuite on calcule les multiplications et les divisions,
- on termine par les additions et les soustractions.
- À priorité égale, les calculs se font de la gauche vers la droite.

Exemples 4 à 8

4) $A = 19 - (8 + 3)$

$A = 19 - 11$

$A = 8$

5) $B = 5 + 3 \times 8$

$B = 5 + 24$

$B = 29$

6) $C = (5 + 2 \times 7) \times (12 - 9 \div 3)$

$C = (5 + 14) \times (12 - 3)$

$C = 19 \times 9$

$C = 171$

7) $D = 5 + 3^2 + (4 - 2)^2$

$D = 5 + 9 + 2^2$

$D = 14 + 4$

$D = 18$

8) $E = 54 \div 9 \div 3$

$E = 6 \div 3$

$E = 2$ (on commence par le calcul de gauche : $54 \div 9$ et non par celui de droite $9 \div 3 = 3$, ce qui aurait donné $54 \div 3 = 18$ et non 2).

IV. Opérations particulières

- Pour multiplier un nombre par 10, 100 ou 1 000 on décale la virgule de un, deux ou trois rangs vers la DROITE, en rajoutant éventuellement des « 0 ».

Exemple 9 : $5,46 \times 10 = 54,6$;

$5,46 \times 100 = 546$ et $5,46 \times 1\,000 = 5\,460$.

▪ Pour diviser par 10, 100, 1 000 ou multiplier un nombre par 0,1 ; 0,01 ou 0,001 on décale la virgule de un, deux ou trois rangs vers la GAUCHE, en rajoutant éventuellement des « 0 ».

Exemple 10 : $54,6 \times 0,1 = 5,46$;

$54,6 \times 0,01 = 0,546$ et $54,6 \times 0,001 = 0,0546$.

▪ On peut regrouper les nombres :

Exemple 11 : $2,5 \times 31 \times 4 = 2,5 \times 4 \times 31 = 10 \times 31 = 310$.

Exemple 12 : $75 + 341 + 20 + 25 + 80 = 75 + 25 + 20 + 80 + 341$
 $= 100 + 100 + 341 = 541$.

▪ On peut décomposer les nombres :

Exemple 13 : $34 + 99 = 34 + 100 - 1 = 134 - 1 = 133$.

Exemple 14 : $156 - 99 = 156 - 100 + 1 = 56 + 1 = 57$.

▪ Multiplier par 4 revient à multiplier par 2, puis encore par 2 :

Exemple 15 : $57 \times 4 = 57 \times 2 \times 2 = 114 \times 2 = 228$.

▪ Multiplier par 9 revient à multiplier par 3, puis encore par 3 :

Exemple 16 : $17 \times 9 = 17 \times 3 \times 3 = 51 \times 3 = 153$.

▪ Multiplier par 200 revient à multiplier par 2 puis par 100 :

Exemple 17 : $27 \times 200 = 27 \times 2 \times 100 = 54 \times 100 = 5\,400$.

▪ Diviser par 200 revient à diviser par 2 puis par 100 :

Exemple 18 : $1\,230 \div 200 = 1\,230 \div 2 \div 100 = 615 \div 100 = 6,15$.

▪ Multiplier par 0,5 ; 5 ; 50 revient à multiplier par 1 ; 10 ; 100 puis à diviser par 2 :

Exemple 19 : $44 \times 0,5 = 44 \div 2 = 22$.

Exemple 20 : $44 \times 5 = 44 \times 10 \div 2 = 440 \div 2 = 220$.

Exemple 21 : $44 \times 50 = 44 \times 100 \div 2 = 4\,400 \div 2 = 2\,200$.

▪ Diviser par 0,5 ; 5 ; 50 revient à diviser par 1 ; 10 ; 100 puis à multiplier par 2 :

Exemple 22 : $44 \div 0,5 = 44 \times 2 = 88$.

Exemple 23 : $44 \div 5 = 44 \times 2 \div 10 = 88 \div 10 = 8,8$.

Exemple 24 : $44 \div 50 = 44 \times 2 \div 100 = 88 \div 100 = 0,88$.

▪ Multiplier par 0,25 ; 2,5 ; 25 revient à multiplier par 1 ; 10 ; 100 puis à diviser par 4 :

Exemple 25 : $44 \times 0,25 = 44 \div 4 = 11$.

Exemple 26 : $44 \times 2,5 = 44 \times 10 \div 4 = 440 \div 4 = 110$.

Exemple 27 : $44 \times 25 = 44 \times 100 \div 4 = 4\,400 \div 4 = 1\,100$.

- Diviser par 0,25 ; 2,5 ; 25 revient à diviser par 1 ; 10 ; 100 puis à multiplier par 4 :

Exemple 28 : $44 \div 0,25 = 44 \times 4 = 176$.

Exemple 29 : $44 \div 2,5 = 44 \times 4 \div 10 = 176 \div 10 = 17,6$.

Exemple 30 : $44 \div 25 = 44 \times 4 \div 100 = 176 \div 100 = 1,76$.

- On peut de servir des formules suivantes :

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \text{ et } a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

→ Pour multiplier par 11, 101, 99, 999, 22, 55, 45, 51, 49, etc.

Exemple 31 : $44 \times 11 = 44 \times (10 + 1) = 440 + 44 = 484$.

Exemple 32 : $44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 4400 - 44 = 4356$.

Exemple 33 : $44 \times 22 = 44 \times 11 \times 2 = 484 \times 2 = 968$.

Exemple 34 : $44 \times 110 = 44 \times 11 \times 10 = 484 \times 10 = 4840$.

Exemple 35 : $44 \times 0,33 = 44 \times 11 \times 3 \div 100 = 484 \times 3 \div 100$
 $= 1452 \div 100 = 14,52$.

Exemple 36 : $44 \times 51 = 44 \times (50 + 1) = 2200 + 44 = 2244$.

Exemple 37 : $44 \times 49 = 44 \times (50 - 1) = 2200 - 44 = 2156$.

$$a \times b + a \times c = a \times (b + c) \text{ et } a \times b - a \times c = a \times (b - c)$$

→ Elles servent quand un même nombre apparaît :

Exemple 38 : $44 \times 3,5 + 44 \times 6,5 = 44 \times (3,5 + 6,5) = 44 \times 10 = 440$.

Exemple 39 : $44 \times 23,1 - 44 \times 3,1 = 44 \times (23,1 - 3,1) = 44 \times 20 = 880$.

V. Ordre de grandeur

Conseil méthodologique : on approche chacun des nombres, puis on fait le calcul avec les valeurs approchées.

Attention aux pièges ! Voir l'exemple 42.

Exemple 40 : le résultat approximatif de $987 + 103$ est :

A. 10 000 B. 1 200 C. 1 000 D. 1 100 E. 11

Solution : $987 \approx 1\ 000$ et $103 \approx 100$, donc $987 + 103 \approx 1\ 100$, le choix

D. 1 100 est correct.

Exemple 41 : le résultat approximatif de $0,407 \times 1,333$ est :

A. 0,05 B. 5 C. 54 D. 0,5 E. 0,005

Solution : $0,407 \approx 0,4$ et $1,333 \approx 1,3$, donc $0,407 \times 1,333 \approx 0,4 \times 1,3 = 0,52$,

le choix D. 0,5 est correct.

Exemple 42 : le résultat approximatif de $3,9 \times 97 \times 0,93$ est :

A. 450 B. 400 C. 350 D. 420 E. 500

Solution : $3,9 \approx 4$; $97 \approx 100$ et $0,93 \approx 1$, donc :

$$3,9 \times 97 \times 0,93 \approx 4 \times 100 \times 1 = 400.$$

On pourrait penser que le choix B. 400 est correct, mais chacun des trois nombres est inférieur à sa valeur approchée, donc le résultat du calcul est inférieur à 400, finalement, le choix C. 350 est correct.

VI. Exercices d'entraînement

Exercice 1 : calculer mentalement et astucieusement

$$35 \times 20 \times 5 =$$

$$2,5 \times 56 \times 4 =$$

$$400 + 45 + 67 + 55 + 600 =$$

$$90 + 456 + 65 + 35 + 10 =$$

$$452 + 99 =$$

$$345 - 99 =$$

$$341 \times 6 =$$

$$341 \times 9 =$$

$$341 \times 12 =$$

$$252 \div 2 =$$

$$252 \div 3 =$$

$$252 \div 4 =$$

$$252 \div 6 =$$

$$252 \div 9 =$$

$$252 \div 12 =$$

$$45 \times 200 =$$

$$5600 \div 200 =$$

$$34 \times 300 =$$

$$360 \div 300 =$$

Exercice 2 : calculer mentalement et astucieusement

$$27 \times 11 =$$

$$27 \times 99 =$$

$$6,7 \times 22 =$$

$$37 \times 999 =$$

$$36 \times 101 =$$

$$27 \times 102 =$$

$$3,6 \times 98 =$$

$$43 \times 11 =$$

$$11 \times 99 =$$

$$43 \times 3,3 =$$

$$(63,5 \times 12,9) - (63,5 \times 2,9) =$$

$$(8 \times 0,5) + (2 \times 0,5) =$$

$$(4 \times 9,7) - (9,2 \times 4) =$$

$$44 \times 230 \times 2,5 =$$