Partie I

TRANSFERTS THERMIQUES

■1■ Transferts thermiques

INTRODUCTION

Le transfert thermique par conduction se fait sans mouvement apparent de matière ; il est lié aux « chocs » internes des constituants du milieu matériel dans lequel le transfert thermique s'effectue. Ce mode de propagation concerne surtout les solides.

Dans les liquides et les gaz, le mode de propagation de la chaleur se fait par contre, essentiellement, par convection et par rayonnement.

Ce chapitre est essentiellement consacré à l'étude des transferts thermiques par conduction dans les corps solides et uniquement en régime permanent.

Nous nous limiterons, dans ce chapitre, à l'étude de quelques modèles simples (mur et canalisation).

LOI DE FOURIER – CAS D'UN MILIEU LINEAIRE

▶ **Position du problème**

Soit un solide homogène et isotrope *. Ce solide est linéaire (barre, un mur,..) et sa température n'est pas uniforme. Il se produit un transfert thermique par conduction de la zone de température élevée vers la zone de plus basse température.

* isotrope les propriétés du corps sont alors indépendantes de la direction dans laquelle on se déplace dans celui-ci.

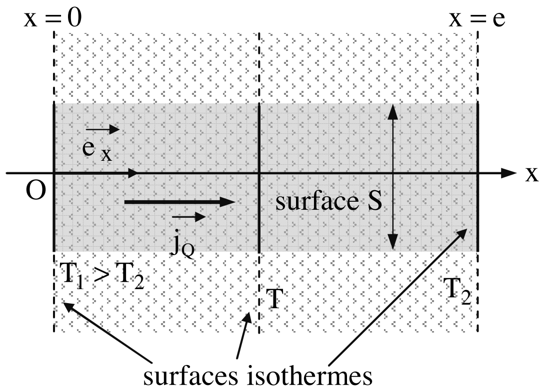
On admet que la propagation de la chaleur se fait dans une seule direction ; les surfaces isothermes sont alors perpendiculaires à la direction de propagation de la chaleur (on néglige donc les pertes thermiques au niveau de la surface latérale du solide et on ne s'intéresse qu'à la propagation de la chaleur dans une direction (selon l'axe $\overrightarrow{Ox}$ de vecteur unitaire $\vec{e}_x$).

Soit S une section quelconque de ce milieu. Pendant un intervalle de temps dt, la chaleur qui traverse la surface S est notée dQ .

On appelle *flux thermique* ou *puissance thermique* (Φ) à travers la surface S représente le rapport : $\Phi = \dfrac{dQ}{dt}$ Φ (en W)

La *densité de flux thermique* (j_Q ou φ) s'écrit :

$$j_Q = \varphi = \frac{\Phi}{S} = \frac{1}{S}\frac{dQ}{dt} \qquad \varphi \text{ (en } W.m^{-2})$$



► **Loi de Fourier (énoncé simplifié)**

Dans ce cas particulier, la Loi de Fourier régissant le phénomène de conduction de la chaleur s'écrit simplement : $\boxed{\vec{j}_Q = -\lambda \dfrac{dT}{dx}\vec{e}_x}$.

Le vecteur $\vec{j}_Q$ est le *vecteur densité de flux thermique*. Son orientation indique le sens dans lequel la propagation de la chaleur se fait.

Remarques :

⇨ λ est un coefficient toujours positif qui caractérise essentiellement la nature du matériau dans lequel s'effectue le transfert thermique. Ce coefficient dépend, en réalité, de la température T. Dans la plupart des exercices nous admettrons qu'il reste constant si l'écart de température est faible.

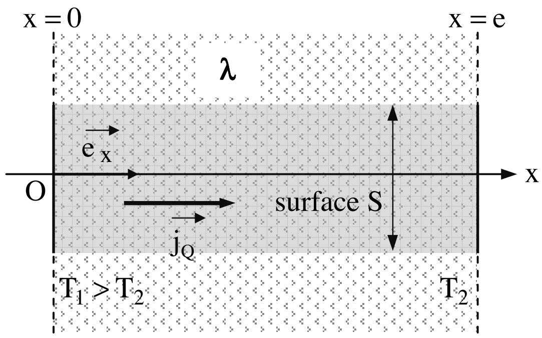
⇨ λ est appelé *coefficient de conductivité thermique* du matériau et on l'exprime en $W.m^{-1}.K^{-1}$.

⇨ Le signe « − », dans l'équation de Fourier, rappelle que « l'écoulement » d'énergie est en sens contraire de l'accroissement de température…

CAS D'UN MUR PLAN

► Introduction

La figure ci-dessous représente la coupe transversale d'un mur plan homogène et isotrope, d'épaisseur e, de conductivité thermique λ constante. Les températures extrêmes sont constantes (on se place en régime permanent) et égales à T_1 et T_2. On appelle Φ le flux thermique à travers une portion de mur de surface S quelconque et T la température d'une section quelconque du mur.



► Evolution de la température

En régime permanent, la puissance thermique est constante ; on en déduit : $\dfrac{dT}{dx} = A = \text{cste}$.

On en tire, aussitôt : $T = A\,x + B$ (A et B constantes)

Conditions sur T :

- $T = T_1$ pour $x = 0$ ce qui se traduit par : $B = T_1$ (a)
- $T = T_2$ pour $x = e$ ce qui se traduit par : $A\,e + B = T_2$ (b)

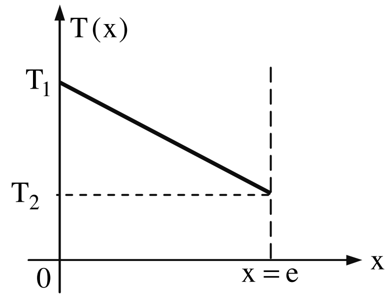
Dans (b), on remplace B par T_1 ; on obtient : $A = \dfrac{T_2 - T_1}{e}$.

On en déduit : $\boxed{T = \dfrac{T_2 - T_1}{e}\,x + T_1}$

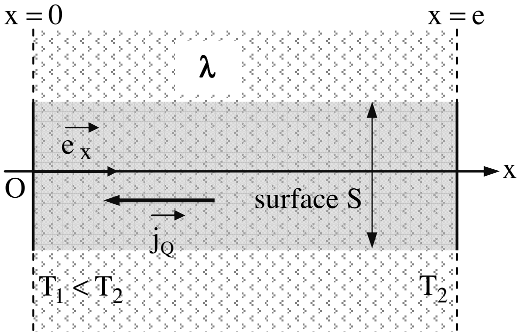
Cas où $T_1 > T_2$

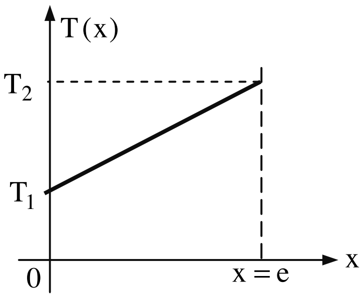
C'est le cas de la figure précédente (orientation de $\vec{j}_Q$). A est le coefficient directeur (négatif) de la droite : $T = A\,x + B$.

L'évolution de la température, dans le mur, est donnée par le graphe ci-après.



Cas où $T_2 > T_1$





▶ Résistance thermique

Compte tenu de l'expression de $T = f(x) = A\,x + B$, on a :

$$\frac{dT}{dx} = A = \frac{T_2 - T_1}{e}$$

L'expression du flux thermique devient : $\Phi = -\lambda \dfrac{T_2 - T_1}{e} S$

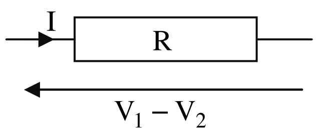
ce que l'on note : $\Phi = \dfrac{(T_1 - T_2)}{R_{th}}$ en posant : $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$.

R_{th} : résistance thermique relative à la surface S ; R_{th} s'exprime en $K.W^{-1}$.

Remarque : Analogie électrique :

L'analogie de l'équation précédente avec la loi d'Ohm pour un conducteur ohmique permet de résoudre des cas complexes (que nous ne ferons pas). Cette analogie, cependant, explique pourquoi le flux thermique est parfois appelé « courant » thermique !

$$\boxed{\Phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{th}}}$$

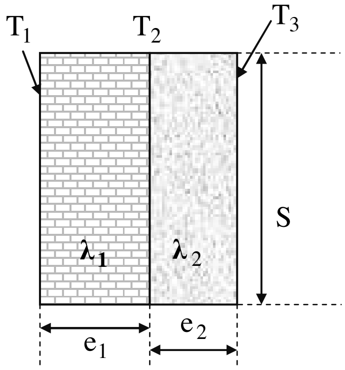


$$\boxed{I = \frac{(V_1 - V_2)}{R}}$$

L'analogie électrique nous permet aussi de dégager la notion de *conductance thermique* (ou coefficient de transmission) K.

$$\boxed{K = \frac{1}{R_{th}}} \text{ (K en } W.K^{-1}\text{) et : } \boxed{\Phi = K\,(T_1 - T_2)}$$

► **Mur plan composé**



La figure ci-contre représente la coupe transversale d'un mur plan composé de deux couches de surfaces S, d'épaisseurs respectives e_1 et e_2.

En régime permanent, le flux thermique est constant et, ceci, quelle que soit l'abscisse x ; on en déduit :

$$\Phi = \frac{(T_1 - T_2)}{\dfrac{e_1}{\lambda_1 S}} = \frac{(T_2 - T_3)}{\dfrac{e_2}{\lambda_2 S}} = \frac{(T_1 - T_3)}{\dfrac{e_1}{\lambda_1 S} + \dfrac{e_2}{\lambda_2 S}}$$

La résistance thermique du mur s'écrit, alors :

$$\boxed{R_{th} = \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} = \frac{1}{S}\left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right)}$$

Les températures intermédiaires se calculent aisément, en utilisant l'expression du flux Φ.

Exemple : $\boxed{T_2 = T_1 - \Phi\dfrac{e_1}{\lambda_1 S}}$ ou, encore : $\boxed{T_2 = T_1 - \varphi\dfrac{e_1}{\lambda_1}}$

Le résultat se généralise aisément à un mur plan constitué d'un nombre n de couches ayant chacune une épaisseur et une conductivité thermique précisées.

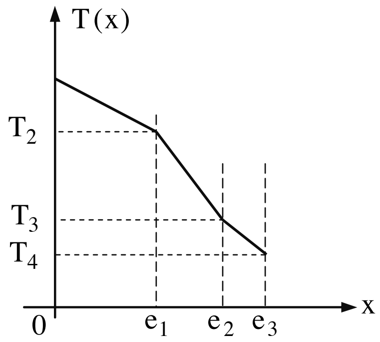
$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{S}\sum_n \frac{e_n}{\lambda_n}}$$

Pour une couche de températures extrêmes T_n et T_{n+1}, on a :

$$\boxed{T_{n+1} = T_n - \varphi\frac{e_n}{\lambda_n}} \quad (\varphi = \frac{\Phi}{S} \text{ est une constante en régime permanent})$$

Remarque : Le terme $\sum_n \dfrac{e_n}{\lambda_n}$ est parfois désigné par l'expression « résistance thermique surfacique » ; on l'exprime en $m^2.W.K^{-1}$.

A l'intérieur de chaque couche, l'évolution de la température est linéaire ce qui conduit à un profil de température « en ligne brisée » comme indiqué ci-après.



► **Coefficients d'échange thermiques extérieur et intérieur**

Les contacts entre le milieu extérieur et la face externe du mur ainsi qu'entre le milieu intérieur et la surface interne du mur ne sont pas nuls. Pour tenir compte de ces échanges thermiques qui se font, en partie par rayonnement et en partie par convection, on est conduit à introduire un coefficient de transfert thermique extérieur (h_e) et intérieur (h_i) tels que :

$$\boxed{\Phi = h_i\, S\,(T_i - T_{si})} \text{ et } \boxed{\Phi = h_e\, S\,(T_i - T_{se})}$$

T_{si} et T_{se} étant les températures de surface intérieure et extérieure du mur.

La résistance thermique globale d'un mur multicouches s'écrit, alors :

$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{S}\left((\sum_n \frac{e_n}{\lambda_n}) + \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \right)}$$

Unités : e_n en m ,λ_n en $W.m^{-1}.K^{-1}$,S en m^2, R_{th} en $K.W^{-1}$.

h_i en $W.m^{-2}.K^{-1}$.

Remarque 1 : Le terme : $\left((\sum_n \frac{e_n}{\lambda_n}) + \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} \right)$ correspond à la résistance thermique surfacique (ou résistance thermique relative à une surface $S = 1\,m^2$) ; on l'exprime en $m^2.W^{-1}.K$.

Remarque 2 : Les termes $\frac{1}{h_i}$ et $\frac{1}{h_e}$ sont parfois notés r_i et r_e (comme des résistances thermiques) pour tenir compte de leur dimension.

CAS D'UNE CANALISATION CYLINDRIQUE

► Canalisation simple

La figure 1 représente la coupe transversale d'une canalisation cylindrique creuse, de longueur L, de rayon intérieur R_1, de rayon extérieur R_2. On note λ la conductivité thermique (supposée constante) du matériau constituant la canalisation.

Les températures extrêmes sont constantes (on se place en régime permanent) et égales à T_1 et T_2.

La conduction est radiale (selon le rayon) et se fait dans les mêmes conditions dans toutes les directions si le solide est isotrope.

On appelle Φ le flux thermique à travers une surface latérale quelconque de cette canalisation cylindrique - surface latérale de rayon r, de surface $S = 2\,\pi\, r\, L$ et qui se trouve portée à la température T. En régime permanent, T ne varie qu'avec r.

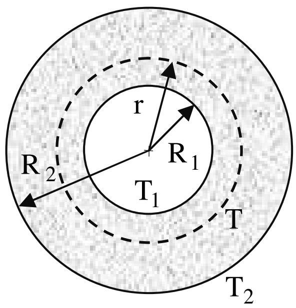


Figure 1

L'équation de Fourier, en régime permanent, dans ce cas précis, s'écrit :

$$\boxed{\varphi = j_Q = -\lambda \frac{dT}{dr}}$$

ce qui nous donne, compte tenu de l'interprétation faite pour le vecteur densité de flux thermique :

$$\boxed{\Phi = -\lambda\, S \frac{dT}{dr}}$$

► Résistance thermique d'une canalisation simple

La figure 2 représente la coupe longitudinale d'une canalisation simple.

En tenant compte de ce qui précède, le flux thermique (constant en régime permanent) qui traverse la surface latérale $S = 2\,\pi\, r\, L$ (r quelconque) s'écrit :

$$\Phi = -\lambda\,(2\,\pi\, r\, L)\frac{dT}{dr}$$