

---

# Table des matières

---

I	Introduction	7
I.1	Les mathématiques . . . . .	8
I.2	Les démonstrations mathématiques . . . . .	12
I.3	Cet ouvrage . . . . .	17
II	Les objets des mathématiques	19
II.1	Les expressions . . . . .	20
II.2	Les formules . . . . .	36
II.3	Les mathématiques sont typées . . . . .	52
II.4	Exercices . . . . .	55
III	Les démonstrations	63
III.1	Le raisonnement équationnel . . . . .	64
III.2	Le contexte et le but d'une démonstration . . . . .	69
III.3	Les premières règles de démonstration . . . . .	75
III.4	Les connecteurs binaires . . . . .	80
III.5	Les quantificateurs . . . . .	89
III.6	La négation . . . . .	98
III.7	Règles particulières . . . . .	109
III.8	Les tables de vérité . . . . .	115
III.9	Recherche et rédaction de preuves . . . . .	120
III.10	Exercices . . . . .	128
IV	Exemples de démonstrations	139
IV.1	Ensembles et fonctions . . . . .	140
IV.2	Analyse . . . . .	152
IV.3	Arithmétique . . . . .	168
IV.4	Géométrie plane . . . . .	175
IV.5	Exercices . . . . .	189

---

V	D'autres démonstrations	197
V.1	Arithmétique . . . . .	197
V.2	Analyse . . . . .	204
V.3	Ensembles et fonctions . . . . .	209
V.4	Géométrie . . . . .	215
V.5	Exemples non-traditionnels . . . . .	225
V.6	Exercices . . . . .	233
VI	Les fondements	239
VI.1	Quotients et structures . . . . .	240
VI.2	Les nombres entiers . . . . .	247
VI.3	Les nombres . . . . .	251
VI.4	La géométrie axiomatique . . . . .	254
VI.5	Les ensembles . . . . .	259
VI.6	Les phénomènes d'incomplétude . . . . .	262
VI.7	Exercices . . . . .	264
A	Leçon de CAPES	267
A.1	Le plan de la leçon . . . . .	268
A.2	Développements et questions de jury . . . . .	271
B	Corrigés des exercices	273
C	Récapitulatif des règles	351
C.1	Règles principales . . . . .	351
C.2	Règles dérivées . . . . .	356
	Index	359