Jour n°1

Exercice 1.1

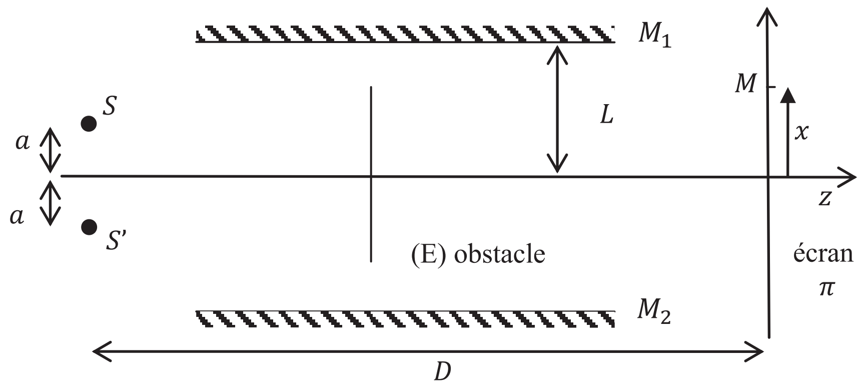
Le système interférentiel est constitué de deux miroirs plans (M_1 et M_2) distants de $2L$. Ils sont éclairés par deux étoiles non cohérentes S et S' ayant la même longueur d'onde λ et la même intensité lumineuse.
Un petit écran E (qui ne diffracte pas la lumière) élimine seulement la lumière directe.
On observe les interférences sur un écran π situé à la distance D des deux sources.
On fera les hypothèses suivantes : $x \ll D$; $a \ll D$ et $L \ll D$.

1) Dessiner les rayons lumineux arrivant en M et provenant de S.

2) Déterminer l'éclairement produit par S en M.

3) Déterminer l'éclairement total produit par les deux sources S et S' et en déduire le contraste.

4) On peut régler L. Comment calculer la distance entre les deux étoiles ?



Exercice 1.2

On considère un réfrigérateur qui reçoit un travail W et la chaleur Q_1 de la part de la source à la température T_1 et cède la chaleur Q_2 à la source à la température T_2.

1) Calculer l'efficacité ε du réfrigérateur pour une évolution réversible.

2) Calculer l'efficacité réelle ε' sachant que :

$$\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)_{réel} = k\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)_{réversible}.$$

3) Application numérique : $T_1 = 3°C$; $T_2 = 20°C$ et $k = 1{,}1$. Commentaire.

Exercice 1.1 — 2007 - ♣ ♣ ♣

Énoncé

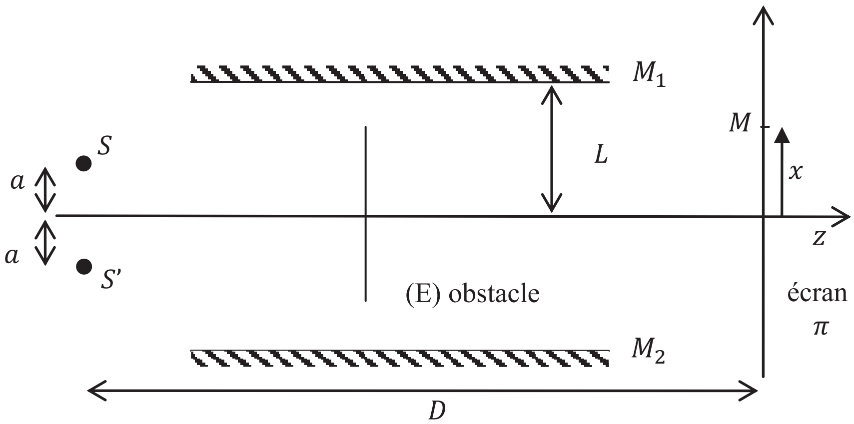
Le système interférentiel est constitué de deux miroirs plans (M_1 et M_2) distants de $2L$. Ils sont éclairés par deux étoiles non cohérentes S et S' ayant la même longueur d'onde λ et la même intensité lumineuse.
Un petit écran E (qui ne diffracte pas la lumière) élimine seulement la lumière directe.
On observe les interférences sur un écran π situé à la distance D des deux sources.
On fera les hypothèses suivantes : $x \ll D$; $a \ll D$ et $L \ll D$.

1) Dessiner les rayons lumineux arrivant en M et provenant de S.

2) Déterminer l'éclairement produit par S en M.

3) Déterminer l'éclairement total produit par les deux sources S et S' et en déduire le contraste.

4) On peut régler L. Comment calculer la distance entre les deux étoiles ?



Analyse stratégique de l'énoncé

L'exercice porte sur le programme d'optique de deuxième année. Il s'agit d'un sujet sur les interférences à deux ondes. Le dispositif interférentiel est à division du front d'onde.

1) Cette question est primordiale pour la compréhension de l'exercice. L'énoncé indique que les deux sources sont incohérentes (aucune corrélation entre leur phase) donc elles ne peuvent pas interférer entre elles. Il faut donc raisonner sur une seule source et trouver les deux sources secondaires créées par chacun des miroirs pour la source S. Ne pas compliquer le schéma avec les deux sources.

↪ Les sources de même longueur d'onde mais indépendantes ne peuvent pas interférer entre elles.

On cherche donc les images de S à travers le miroir M_1 et le miroir M_2. S_1 est le symétrique de S par rapport au miroir M_1 et S_2 est le symétrique de S par rapport au miroir M_2.

↪ On cherche le système équivalent aux trous d'Young.

2) Avant de déterminer l'éclairement, il faut calculer la différence de chemin optique entre les deux trajets provenant de S_1 et S_2.

↪ Penser à utiliser la question 1) pour faire ce calcul. C'est beaucoup plus simple que d'étudier directement les réflexions sur les miroirs. On se ramène ainsi à deux trous d'Young comme dans le cours.

3) Ensuite, il faudra déterminer l'amplitude donnée par les interférences à deux ondes. C'est la formule classique du cours que l'on peut utiliser directement ou redémontrer. Et seulement maintenant, il est possible d'en déduire l'éclairement.

↪ Cette question ne pose pas de difficulté.

4) Il n'y a plus beaucoup de calculs. Il suffit de voir que S' est symétrique de S par rapport à l'axe Oz. Il faut donc dans les calculs précédents changer a en $-\ a$. Il reste alors à finir le calcul et à transformer la somme des cosinus en produit.
Pour déterminer le contraste, soit on connaît la formule, soit il suffit de calculer l'éclairement maximum et l'éclairement minimum et de les remplacer dans la formule définissant le contraste.
On va bien évidemment utiliser la question 3) et l'expression du contraste. Le contraste dépend de L.

↪ Il suffit de déterminer la distance entre deux brouillages consécutifs.

Corrigé

1) On refait le schéma avec uniquement la source S. On place les sources secondaires S_1 et S_2 , symétriques de la source S par rapport à chacun des deux miroirs.

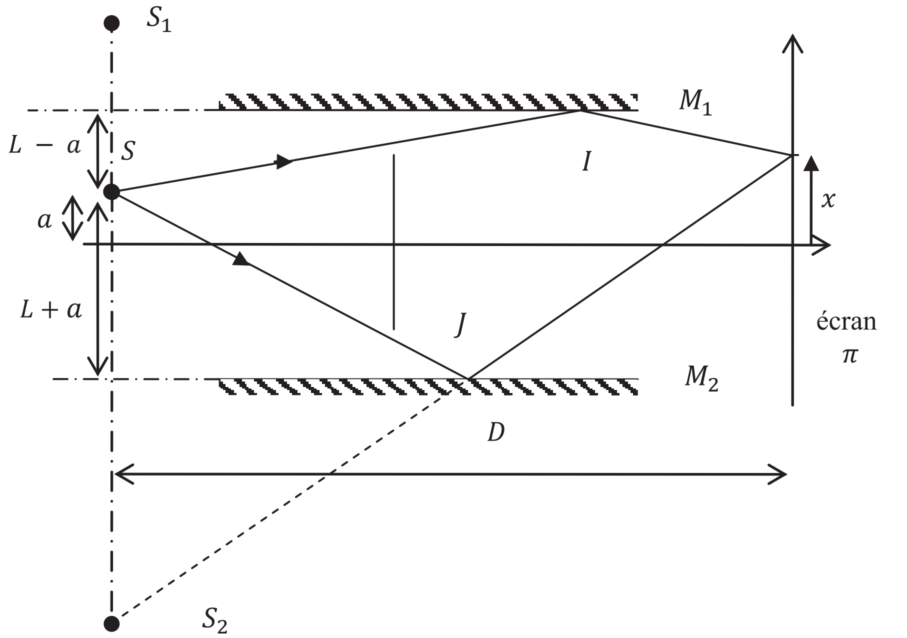
2) Grâce au schéma qu'il faut faire avec le plus grand soin possible, on détermine la distance entre S et S_1 qui vaut $2(L - a)$ et la distance entre S et S_2 qui vaut $2(L + a)$.

On en déduit donc $S'_1S'_2 = 4L$.

Il faut maintenant déterminer la différence de chemin optique entre les deux trajets appelée δ. Le dispositif se trouve dans l'air d'indice 1 donc les chemins optiques sont égaux aux distances.

On en déduit alors la différence de chemin optique :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = S'_2M - S'_1M.$$



Le plus simple est d'exprimer les coordonnées des différents points en prenant l'origine au niveau de l'écran dans le système $Oxyz$:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 2L - a \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} \quad S_2 = \begin{pmatrix} -2L - a \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} \text{ et } M = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

On en déduit les vecteurs :

$$\overrightarrow{S_1M} = \begin{pmatrix} x - 2L + a \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{S_2M} = \begin{pmatrix} x + 2L + a \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}.$$

Remarque : on passe de $\overrightarrow{S_1M}$ à $\overrightarrow{S_2M}$ en changeant L en $-L$.

Reste à déterminer le module du vecteur qui est aussi la distance :

$$S_1M = \sqrt{(x - 2L + a)^2 + (D)^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x - 2L + a)^2}{D^2}}.$$

En faisant un développement limité au premier ordre, on trouve :

$$S_1M = D\left(1 + \frac{1}{2}\frac{(x - 2L + a)^2}{D^2}\right) = D + \frac{(x + a)^2 + 4L^2 - 4L(x + a)}{2D}.$$

On détermine S'_2M en changeant L en $-L$ dans l'expression de S'_1M.
Donc :

$$S_2M = D + \frac{(x+a)^2 + 4L^2 + 4L(x+a)}{2D}.$$

En faisant la différence des deux expressions précédentes, on obtient :

$$\delta = \frac{4L(x+a)}{D}.$$

En utilisant l'expression de l'éclairement pour deux sources de même intensité, on détermine l'éclairement donné par S :

$$\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$

$$\boxed{\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{L(x+a)}{D}\right).}$$

Pour retrouver la formule des interférences à deux ondes

Les sources S'_1 et S'_2 étant cohérentes, il faut ajouter leur amplitude complexe.

D'où :

$$\underline{a}_{totale} = a_0 + a_0e^{j\varphi}$$

avec φ la différence de phase entre les deux ondes qui vaut :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}.$$

L'éclairement est proportionnel au module de l'amplitude élevé au carré :

$$\mathcal{E}_{total} = K(a_0 + a_0e^{j\varphi})(a_0 + a_0e^{-j\varphi})$$

avec K une constante et $j^2 = -1$.

Donc finalement,

$$\mathcal{E}_{total} = Ka_0{}^2(1 + e^{-j\varphi} + e^{j\varphi} + 1) = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos\varphi).$$

3) Pour l'éclairement total, il suffit de sommer les éclairements dus à S et S' car les deux sources sont incohérentes.
Pour obtenir l'éclairement $\mathcal{E}_2$ donné par S', il suffit de changer a en $-a$; donc on trouve :

$$\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{L(x-a)}{D}\right).$$

On obtient alors l'éclairement total :

$$\mathcal{E}_{total} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{L(x+a)}{D}\right) + 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{L(x-a)}{D}\right)$$

et, en transformant la somme des cosinus en produit, on obtient alors :

$$\boxed{\mathcal{E}_{total} = 4\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{Lx}{D}\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{La}{D}\right).}$$

Commentaire : l'éclairement dépend de x donc, sur l'écran, on va observer des franges rectilignes qui seront plus ou moins contrastées en fonction de la valeur de L.

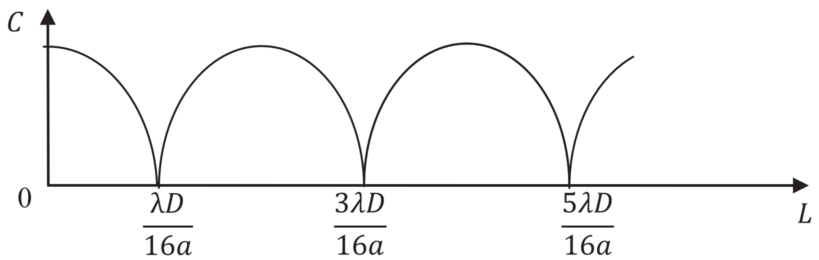
On obtient alors une formule du type $\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + V\cos\varphi)$ où V représente la visibilité. On en déduit le contraste par son expression en fonction de V :

$$C = |V|.$$

Et pour finir, on obtient :

$$\boxed{C = \left|\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{La}{D}\right|.}$$

On peut alors représenter la courbe donnant le contraste C en fonction de la longueur L :



Autre méthode pour trouver le contraste (si l'on a oublié la formule précédente) : on cherche alors les éclairements maximum et minimum.

On obtient $\mathcal{E}_{max}$ et $\mathcal{E}_{min}$ pour :

$$\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{Lx}{D} = \pm 1$$

donc :

$$\mathcal{E}_{max} = 4\mathcal{E}_0\left(1 + \left|\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{La}{D}\right|\right) \text{ et } \mathcal{E}_{min} = 4\mathcal{E}_0\left(1 - \left|\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{La}{D}\right|\right).$$

Le contraste est défini par :

$$C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}}$$

et en remplaçant, on obtient alors :

$$C = \left|\cos\frac{8\pi}{\lambda}\frac{La}{D}\right|.$$

4) Entre deux brouillages successifs (valeurs de L qui annule le contraste) il y a :

$$\Delta L = \frac{\lambda D}{8a}.$$

Il suffit donc de mesurer les deux valeurs de L correspondantes et on en déduit :

$$\boxed{a = \frac{\lambda D}{8\Delta L}.}$$

Techniques à mémoriser

♡ Il faut se souvenir des formules des interférences à deux ondes comme pour les trous d'Young ou savoir les retrouver.

♡ Il faut se souvenir de l'expression du contraste et de la notion de brouillage.

♡ Il faut se souvenir qu'un schéma bien fait permet des explications plus simple.

> Rapport du jury 2009
>
> Dans un exercice d'interférences, il est au minimum attendu que le candidat dessine les deux rayons qui interfèrent au point considéré.

Formulaire

- Interférences à deux ondes pour deux sources de même intensité :

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + \cos\varphi).$$

- Interférences à deux ondes pour des sources ayant des éclairements différents :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2}\cos\varphi.$$

- Facteur de visibilité (interférences à deux ondes) :

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0(1 + V\cos\varphi).$$

- Formule du contraste :

$$C = |V| = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}}.$$

- Transformation somme produit (formules trigonométriques) :

$$\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\sin a - \sin b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).$$