

# Table des matières

Préface de Claude Allègre .....	5
---------------------------------	---

## Première partie

<b>1. Un monde d'illusions</b>	<b>9</b>
--------------------------------	----------

## Deuxième partie - Les géométries de la nature

<b>2. Les géométries de la nature d'Euclide à la relativité d'échelle</b>	<b>15</b>
2.1. La géométrie apparente de notre monde, la géométrie plate d'Euclide .....	15
2.2. Le livre de la nature est écrit en langage mathématique .....	16
2.3. De Galilée à Einstein, l'espace-temps devient courbe.....	17
2.4. Le développement parallèle de la mécanique quantique ....	20
2.5. D'Appolonius de Perge à Mandelbrot, des objets mathématiques non identifiés à l'invention du terme fractal .....	22
2.5.1. La baderne d'Appolonius .....	22
2.5.2. Les fractales mathématiques, des OMNI, des objets mathématiques non identifiés .....	23
2.5.3. Les mathématiques ne peuvent décrire la nature complexe : l'intuition de Jean Perrin .....	24
2.5.4. La théorie fondamentale des itérations : Fatou et Julia .....	24
2.5.5. La dynamique non linéaire .....	25
2.5.6. Mandelbrot, un mathématicien des objets irréguliers... ..	26
La longueur de la côte de Bretagne.....	27
La structure fractale .....	28
Fractales et dynamique non linéaire .....	29
Le concept miroir des fractales, les constructales .....	29
2.6. Avec Nottale, l'espace-temps courbe devient aussi fractal ....	30

Troisième partie - **Les lois de la nature**

<b>3. Déterminisme, hasard, complexité, chaos...</b>	<b>35</b>
3.1. Le déterminisme .....	35
3.2. Le hasard .....	36
3.3. Le chaos déterministe : l'effet papillon .....	39
3.4. Introduction de la notion de fractal .....	41
<b>4. Les fractales</b>	<b>43</b>
4.1. Les notions de mesures et de dimension .....	43
4.2. Mesure et dimension d'Hausdorff .....	45
4.3. Les ensembles fractals .....	46
4.3.1. L'ensemble triadique ou poussière de Cantor, une recette simple pour fabriquer des fractales .....	47
4.3.2. Quelques exemples classiques d'ensembles fractals .....	49
La courbe de Von Koch, le flocon de neige .....	49
La courbe de Peano .....	51
Le triangle de Sierpinski .....	52
4.4. Le monde magique des itérations .....	54
4.4.1. Aspect ludique des fractales .....	54
4.4.2. Les attracteurs de Julia, Fatou et de Mandelbrot .....	55
<b>5. Les systèmes dynamiques, les espaces de phase, les attracteurs étranges</b>	<b>57</b>
5.1. Les systèmes dynamiques .....	57
5.1.1. L'oscillateur harmonique.....	57
5.1.2. Le pendule simple .....	59
5.1.3. Oscillateurs harmoniques couplés.....	60
5.1.4. Systèmes avec champs de force central et non central .....	60
5.1.5. Résumé des propriétés des exemples de systèmes mécaniques précédents .....	63
5.1.6. Le phénomène d'attraction .....	63
5.1.7. Contraction des aires, deux conséquences fondamentales .....	65
5.2. Attracteurs aperiodiques, régime chaotique, attracteurs étranges.....	65
5.3. Fonctions de corrélation, exposants de Lyapunov .....	67
5.3.1. Recherche pratique d'un attracteur et de sa dimension .....	67
5.3.2. Exposé de la méthode dite de corrélation .....	69
5.3.3. Les exposants de Lyapunov .....	71

5.4. Le chaos .....	72
5.4.1. Un exemple de chaos .....	72
5.4.2. Définition du chaos .....	74
5.5. Instabilités, auto-organisation des systèmes dynamiques .....	74
5.5.1. L'exemple du tas de sable .....	75
5.5.2. Les glissements de terrain et les avalanches en montagne .....	77
5.5.3. La sismicité .....	77
5.5.4. Les éruptions volcaniques.....	78
5.5.5. La sensibilité aux conditions initiales.....	78
5.5.6. Le billard de Sinaï.....	78
5.5.7. Contrôle du chaos.....	79
5.6. Conclusion sur les systèmes dynamiques.....	80
<b>6. D'où viennent les fractales ?</b>	
<b><i>L'explication de la théorie de la relativité d'échelle</i></b>	<b>83</b>
6.1. La théorie de la relativité d'échelle et l'origine des fractales .....	83
6.2. L'échelle des échelles de la nature .....	87

#### Quatrième partie - **Les fractales dans la nature**

<b>7. Les fractales dans l'univers</b>	<b>93</b>
7.1. Cosmologie fractale .....	93
7.2. La solution du paradoxe d'Olbers .....	94
7.3. Les vitesses relatives des paires de galaxies .....	96
7.4. La répartition des vitesses des planètes et leur répartition dans le système solaire .....	96
7.5. La répartition des exoplanètes hors du système solaire .....	99
7.6. Les structures galactiques .....	100
7.7. Les pics de probabilité des morphologies des enveloppes d'étoiles .....	101
7.8. Les pics de probabilité des morphologies des étoiles .....	103
7.9. La répartition des cratères de la Lune .....	103
<b>8. Les fractales dans le monde inorganique</b>	<b>107</b>
8.1. Les fractales en physique.....	107
8.2. Les fractales en turbulence : structure multi-échelle et intermittente de la turbulence.....	110
8.3. Les claquages et décharges électriques .....	113
8.4. Les multifractales .....	114
8.5. Les modèles d'agrégation limités par la diffusion.....	117

<b>9. Les fractales en géosciences</b>	<b>121</b>
9.1. Découverte de structures fractales en physique du globe ....	121
9.2. La fragmentation et la fracturation des roches, la tectonique.....	125
9.2.1. La fragmentation des roches.....	125
9.2.2. Étude de la distribution des fragments.....	126
9.2.3. Modélisation de la fragmentation .....	126
9.2.4. La fracturation des roches et la tectonique.....	128
9.3. Les séismes.....	131
9.3.1. Application à l'étude de la sismicité. Loi de Gutenberg-Richter .....	131
9.3.2. Aspect probabiliste.....	134
9.4. Les volcans.....	136
9.4.1. La méthode de la poussière de Cantor .....	136
9.4.2. La méthode de la fonction de corrélation.....	139
9.4.3. L'application du premier retour .....	140
9.4.4. Analyse multifractale .....	140
9.5. Le géomagnétisme terrestre .....	141
9.5.1. Les inversions du champ magnétique terrestre .....	143
9.5.2. Les variations séculaires du champ géomagnétique.....	146
9.5.3. Les variations temporelles du champ magnétique .....	150
<b>10. Les fractales en géomorphologie</b>	<b>151</b>
10.1 Le relief terrestre .....	151
10.1.1. Le mouvement brownien fractionnaire et le relief virtuel.....	151
10.1.2. Les chaînes de montagnes.....	152
10.1.3. Les côtes .....	152
10.1.4. Les réseaux hydrographiques.....	154
Les cours d'eau.....	154
Les réseaux de drainage DLA .....	156
Les bassins de drainage et les multifractales .....	157
10.2. L'océan .....	157
10.2.1. la rugosité des fonds marins.....	158
10.2.2. Les vagues scélérates .....	158
10.2.3. Les arborescences de Granville .....	159
10.2.4. La banquise et les glaciers.....	160
10.3. L'atmosphère .....	162
10.3.1. Les nuages .....	162
10.3.2. La mécanique de l'atmosphère et du climat .....	163
<b>11. Les fractales dans le vivant</b>	<b>167</b>
11.1. Une structuration hiérarchique du vivant .....	167

11.2. Les formes fractales dans le vivant .....	169
11.2.1. Les échelles microscopiques, du génome aux cellules .....	169
<i>Génome et chromosomes</i> .....	169
<i>Les échanges de molécules inter membranaires</i> .....	172
<i>La croissance des bactéries</i> .....	172
<i>Les stromatolithes</i> .....	172
<i>Les cellules nerveuses</i> .....	174
11.2.2. Les échelles moyennes, du génome aux organes.....	174
Morphologies végétales .....	174
<i>Les fougères</i> .....	174
<i>Les choux-fleurs</i> .....	175
<i>Les arbres</i> .....	177
Morphologies animales.....	177
<i>Les invertébrés</i> .....	177
<i>Les plumes des oiseaux</i> .....	178
<i>Les poumons</i> .....	178
<i>Les systèmes artériel et veineux</i> .....	179
<i>Le fonctionnement de l'estomac</i> .....	179
<i>Les intestins</i> .....	180
<i>Les reins</i> .....	180
<i>Le développement allométrique du corps</i> .....	180
11.2.3. Les grandes échelles du vivant, des organes aux populations .....	181
Passage des bifurcations au chaos par des doublements de périodes dans la dynamique des populations animales .....	181
Territoire couvert par une population en extension ....	184
Extension des épidémies.....	184
Les battements du cœur humain.....	184
L'épilepsie soignée par le chaos provoqué ? .....	186
<b>12. Les fractales en paléontologie</b> .....	<b>189</b>
12.1. Découverte de lois de puissance dans la distribution statistique des apparitions et extinctions d'espèces chez les rongeurs .....	189
12.2. Extension des recherches en paléontologie.....	192
12.3. Découverte des lois log-périodiques et premières applications .....	194
12.4. Application de lois log-périodiques à la macroévolution des Primates ; de l'espace au temps.....	196
12.5. Extension des recherches en macroévolution.....	198
12.6. La signification du temps critique .....	202
12.7. Ces résultats sont-ils les conséquences de biais ? .....	203

<b>13. Les fractales en sciences humaines</b>	<b>207</b>
13.1. La structure urbaine .....	207
13.2. La démographie mondiale.....	207
<b>14. Les fractales en économie</b>	<b>209</b>
14.1. Krachs boursiers et méthodes d'étude .....	209
14.2. Application de lois log-périodiques à l'évolution de la bourse .....	210
14.3. Évolution des systèmes économiques d'Europe occidentale .....	212
14.4. Les civilisations d'Amérique centrale .....	213
<b>15. Les fractales dans les arts</b>	<b>217</b>
15.1. Les fractales dans les arts graphiques .....	217
15.1.1 Les dentelles de Dürer et de Sierpinski.....	217
15.1.2. Le sfumato de Léonard de Vinci .....	218
15.1.3. La grande vague au large de Kanawaga .....	218
15.1.4. Le visage de la guerre de Dali .....	219
15.1.5. Les galeries d'art sur Internet.....	219
15.2. Les fractales en littérature et le chaos déterministe au théâtre.....	220
15.3. La musique fractale .....	222
15.4. Les musiques fractales sur Internet .....	225
15.5. Le zoom, les fractales et le cinéma .....	227

### Cinquième partie - **La nature revisitée**

<b>16. La nature revisitée</b>	<b>231</b>
16.1. La théorie de la relativité d'échelle, une nouvelle clé de lecture de la nature .....	231
16.2. La nature revisitée.....	232
16.2.1. L'Univers revisité .....	232
16.2.2. Le Vivant reconsidéré .....	232
16.2.3. Les Sociétés revues et corrigées .....	234
16.2.4. Une théorie globale de l'évolution des systèmes ? ..	236
<b>17. Conclusions</b>	<b>237</b>

### Annexes

<b>18. Notes et formules</b>	<b>243</b>
<b>19. Glossaire</b>	<b>279</b>
<b>20. Quelques sites internet dédiés aux fractales</b>	<b>291</b>
<b>21. Références</b>	<b>297</b>