CHAPITRE 1
UNITES ET RAPPELS MATHEMATIQUES

1. Soient deux vecteurs de coordonnées : $\vec{A}(1,1,1)$ et $\vec{B}(1,-2,2)$.

Si leur produit vectoriel est $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$, quelle est la réponse exacte ?

A – $\vec{C}$ est de coordonnées (0,2,1)

B – $\vec{C}$ est de coordonnées (4,2,1)

C – $\vec{C}$ est de coordonnées (4,-2,-3)

D – $\vec{C}$ est de coordonnées (4,-1,-3)

E – $\vec{C}$ est de coordonnées (4,2,-3)

2. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Si R est le rayon d'une sphère,

A – son volume est : $\mathbf{(4/3)\pi R^3}$

B – sa surface est : $\mathbf{2\pi R}$

C – sa surface est : $\mathbf{2\pi R^2}$

D – sa surface est : $\mathbf{4\pi R^3}$

E – sa surface est : $\mathbf{4\pi R^2}$

3. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Un corps pèse 9,8 N dans le champ de pesanteur terrestre.

A – son poids est 1000 kg
B – son poids est 1000 g
C – sa masse est 1000 g
D – sa masse est 1 g
E – sa masse est 1 kg

4. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Sur la lune, où la pesanteur est 5 fois moindre, la masse d'un objet pesant 9,8 N sur terre :

A – serait 0,2 g
B – serait 1000 g
C – serait 200 g
D – serait 2 kg
E – serait 0,2 kg

5. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
La dimension de la viscosité est $ML^{-1}T^{-1}$. La Poise est l'unité de viscosité en CGS (cm, g, s). Par comparaison, comment est la valeur de la viscosité exprimée dans le système SI ?

A – la viscosité en USI est identique
B – la viscosité en USI est 100 fois plus grande
C – la viscosité en USI est 10 fois plus grande
D – la viscosité en USI est 100 fois plus petite
E – la viscosité en USI est 10 fois plus petite

6. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
La relation de Bernouilli de l'hydrodynamique où P et P' sont des pressions, v la vitesse, et Z une différence de hauteur s'exprime : $P' = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g Z$. Alors :

A – la dimension de P est $ML^{-1}T^{-2}$
B – la dimension de $\frac{1}{2} \rho v^2$ est MLT^{-2}
C – la dimension de P est celle d'une énergie divisée par un volume
D – la dimension de ρgZ est ML^2T^{-2}
E – la dimension de ρgZ est $ML^{-1}T^{-2}$

7. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Pour la chute d'un corps sous l'action de la pesanteur g, on montre facilement que la position est (à vitesse initiale nulle) :
$Z = Z° + ½ g t^2$. Dans ce cas :

A – la dimension de Z est vitesse x temps
B – la dimension de $½ g t^2$ est LT^{-1}
C – la dimension de $½ g t^2$ est MLT^2
D – la dimension de $½ g t^2$ est LT^{-2}
E – la dimension de $½ g t^2$ est L

8. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
En trigonométrie, on a :

A – $\sin(a+b) = \sin a . \cos b - \sin b . \cos a$
B – $\sin(a-b) = \sin a . \cos b + \sin b . \cos a$
C – $\mathrm{tg}(a+b) = (\mathrm{tg}\, a + \mathrm{tg}\, b)/(1 + \mathrm{tg}\, a . \mathrm{tg}\, b)$
D – $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$
E – $\cot g\ a = \dfrac{\cos a}{\sin a}$

9. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Calculs de dérivées :

A – on a : $\dfrac{d}{dx}(A.f(x)) = A.\dfrac{df(x)}{dx} + \dfrac{dA}{dx}.f(x)$
B – si A est constante, $\dfrac{d}{dx}(A.f(x)) = A.\dfrac{df(x)}{dx}$
C – on a : $\dfrac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = \dfrac{df(x)}{dx} + \dfrac{dg(x)}{dx}$
D – on a : $\dfrac{d}{dx}(\dfrac{f(x)}{g(x)}) = \dfrac{df(x)}{dx}.\dfrac{1}{g(x)} - f(x).\dfrac{dg(x)}{dx}$
E – on a : $\dfrac{d}{dx}(\dfrac{f(x)}{g(x)}) = \dfrac{df(x)}{dx} - \dfrac{dg(x)}{dx}$

10. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Calculs de dérivées (suite) :

A – on a : $\frac{d}{dx}(\ln(x)) = -\frac{1}{x}$

B – si A est une constante, on a :

$$\frac{d}{dx}(\exp(Ax)) = \exp(Ax)$$

C – on a : $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

D – on a : $\frac{d}{dx}(A^x) = A.x.\ln A$

E – on a : $\frac{d}{dx}(\sin x) = -\cos x$

11. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?
Calculs de primitives :

A – on a : $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + cte$

B – on a : $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + cte$

C – on a : $\int \sin x \, dx = \cos x + cte$

D – on a : $\int \sqrt{x} \, dx = x^{3/2} + cte$

E – si A est constante, on a : $\int e^{Ax} dx = Ae^{Ax} + cte$

L'énoncé suivant correspond à deux QCM (12 et 13). Il sera en caractères gras.

On admettra que la formule donnant la période d'un pendule de longueur L dans le champ de la pesanteur (g) est : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ **.**

12. Ces équations aux dimensions sont-elles vraies ?

A – la dimension de g est LT^{-1}
B – la dimension de L/g est L^2T^{-1}
C – la dimension de L/g est T^{-2}
D – la dimension de g est LT^{-2}
E – la dimension de L/g est T^{-2}

Par similarité, on suppose que la période du mouvement d'une masse fixée au bout d'un ressort doit être de la forme $T = U.m^{\alpha}.k^{\beta}$**, U étant un coefficient numérique, les exposants α et β également, et k un grandeur spécifique au ressort à déterminer.**

13. Déduire la dimension de k en fonction de α et β :

A – elle est : $\left[k\right] = M^{-\alpha-\beta}.T^{1-\beta}$
B – elle est : $\left[k\right] = M^{-\alpha+\beta}.T^{1+\beta}$
C – elle est : $\left[k\right] = M^{\alpha/\beta}.T^{-1/\beta}$
D – elle est : $\left[k\right] = M^{-\alpha/\beta}.T^{1/\beta}$
E – elle est : $\left[k\right] = M^{-\alpha/\beta}.T^{-1/\beta}$

On va admettre la loi de Hooke pour le ressort : $F = -k.x$**, où x est l'élongation. En déduisant α et β à partir de la question précédente et de cette loi, on doit retrouver la formule donnant la période de cet autre pendule.**

14. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

A – on a : $T = U\sqrt{k.m}$
B – on a : $T = U\sqrt{k/m}$
C – on a : $T = U\sqrt{m/k}$
D – on a : $T = U\sqrt{m-k}$
E – on a : $T = U.k\sqrt{m}$

15. On place en série deux résistances R_1 et R_2 de 10000 Ω, mesurées avec une incertitude absolue $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \pm 100\ \Omega$. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

A – on a : $\Delta R = 100\ \Omega$
B – on a : $\Delta R = 50\ \Omega$
C – on a : $\Delta R = 200\ \Omega$
D – l'incertitude relative sur R est 1 %
E – l'incertitude relative sur R est 2 %

16. On place en parallèle deux résistances R_1 et R_2 de 10000 Ω, mesurées avec une incertitude absolue $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \pm 100\ \Omega$. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

A – on a : $\Delta R = 100\ \Omega$
B – on a : $\Delta R = 50\ \Omega$
C – on a : $\Delta R = 200\ \Omega$
D – l'incertitude relative sur R est 1 %
E – l'incertitude relative sur R est 2 %

L'énoncé suivant correspond à plusieurs QCM (17 à 21). Il sera en caractères gras.

Dans une artère de 4 mm de diamètre, le débit au repos est 200 ml/min.

17. A l'effort, le débit est multiplié par 4. Que vaut alors le débit en USI (unités du système SI) ?

A – 800.10^{-4}
B – 8.10^{-4}
C – $1{,}33.10^{-5}$
D – $1{,}33.10^{-4}$
E – 8.10^{-3}

18. On suppose que le diamètre ne change pas. Comment évolue la vitesse à l'effort ?

A – x 2
B – x 4
C – x 0,5
D – x 0,25
E – x 1

19. Dans ces conditions, calculer la valeur approchée de la vitesse à l'effort.

A – 6 $m.s^{-1}$
B – 1 $m.s^{-1}$
C – 10 $m.s^{-1}$
D – 0,1 $m.s^{-1}$
E – 0,6 $m.s^{-1}$

On suppose maintenant que l'artère s'est dilatée. Le diamètre a été multiplié par 1,4.

20. Comment a évolué la vitesse par rapport à celle au repos ?

A – x 1,4
B – x 0,5
C – x 2
D – x 0,7
E – x 4

21. Quelle est la valeur approchée de la section de l'artère dilatée en USI (unités du système SI) ?

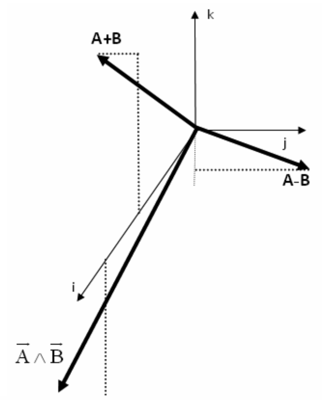
A – $1,25.10^{-6}$
B – $1,25.10^{-4}$
C – $2,5.10^{-5}$
D – $1,25.10^{-5}$
E – $1,25.10^{-3}$

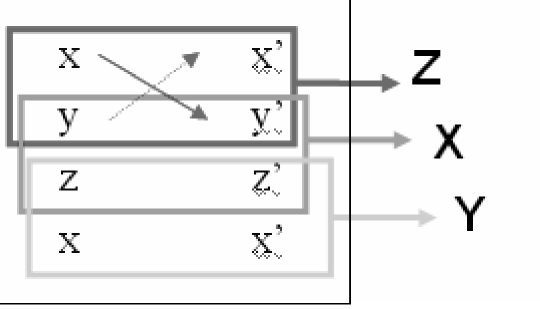
RÉPONSES

1 D

Le produit vectoriel de deux vecteurs est un vecteur, ses trois composantes (X, Y, Z) sont à partir de (x, y, z) et (x', y', z') :
$X = yz' - y'z$ *(les autres par permutation circulaire).*
Donc : X = 1.2-1.(-2)=+4 , Y=1.1-1.2=-1 et Z=1.(-2)-1.1=-3.

Moyen mnémotechnique :
On remplit 2 colonnes avec les 3 coordonnées des 2 vecteurs, puis on recopie encore la première ligne (équivalent à 1 permutation supplémentaire) ; les produits sont tracé en diagonale sur deux lignes consécutives (+ de haut/gauche vers bas/droite et – dans l'autre sens) ; Z ne dépend pas de z ou z', etc.





***NOTE IMPORTANTE :** Le produit vectoriel est utilisé pour la loi de Laplace et dans tout le chapitre magnétisme.*

2 A – E

La formule donnant la surface d'une sphère est souvent oubliée ou inconnue, elle es utile pour les calculs d'angles solides (voir la dosimétrie). Ne pas confondre avec la surface du cercle !