

# Table des matières

<b>Préface</b>	<b>i</b>
<b>Préambule : quantificateurs, implication et équivalence</b>	<b>1</b>
0.1 Quantificateurs . . . . .	1
0.1.1 Définitions . . . . .	1
0.1.2 Phrases contenant plusieurs quantificateurs . . . . .	2
0.2 Implication et équivalence . . . . .	2
0.2.1 Implication . . . . .	3
0.2.2 Équivalence . . . . .	4
0.3 Quelques exercices . . . . .	5
<b>1 Introduction à la théorie des ensembles</b>	<b>9</b>
1.1 Vocabulaire et notations . . . . .	9
1.1.1 Premières définitions . . . . .	9
1.1.2 Quelques ensembles particuliers . . . . .	12
1.2 Premières propriétés . . . . .	12
1.3 Applications . . . . .	16
1.3.1 Rappel de quelques définitions . . . . .	16
1.3.2 Quelques propriétés . . . . .	22
1.4 Exercices . . . . .	23
<b>2 Etude des suites réelles</b>	<b>33</b>
2.1 Rappel de quelques définitions . . . . .	33
2.1.1 Suite majorée, minorée, bornée . . . . .	33
2.1.2 Suite croissante, décroissante, monotone . . . . .	35
2.1.3 Suite stationnaire . . . . .	35
2.1.4 Suite périodique . . . . .	35
2.2 Limite d'une suite . . . . .	35
2.2.1 Suites convergentes . . . . .	35
2.2.2 Suites de limite infinie . . . . .	38
2.3 Quelques propriétés . . . . .	39
2.3.1 Énoncés des théorèmes . . . . .	40
2.3.2 Démonstrations . . . . .	41
2.4 Quelques suites particulières . . . . .	45
2.4.1 Suites arithmétiques . . . . .	46
2.4.2 Suites géométriques . . . . .	48
2.4.3 Suites adjacentes . . . . .	50
2.5 Exercices . . . . .	51

<b>3</b>	<b>Fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>63</b>
3.1	Rappel de quelques définitions et propriétés . . . . .	63
3.1.1	Intervalles . . . . .	63
3.1.2	Fonctions majorées, minorées, bornées . . . . .	64
3.1.3	Fonctions croissantes, décroissantes, monotones . . . . .	64
3.1.4	Quelques propriétés . . . . .	65
3.2	Limite : définitions et propriétés . . . . .	65
3.2.1	Limite en un point de l'ensemble de définition . . . . .	65
3.2.2	Autres limites . . . . .	67
3.2.3	Propriétés . . . . .	72
3.3	Continuité . . . . .	74
3.3.1	Continuité en un point . . . . .	74
3.3.2	Fonctions continues sur un intervalle . . . . .	75
3.4	Dérivation . . . . .	75
3.4.1	Dérivée en un point . . . . .	76
3.4.2	Propriétés . . . . .	78
3.4.3	Fonction dérivée . . . . .	81
3.5	Propriétés . . . . .	82
3.5.1	Théorème de Rolle, accroissements finis . . . . .	82
3.5.2	Application à l'étude des variations . . . . .	84
3.6	Exercices . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Arithmétique</b>	<b>97</b>
4.1	Division euclidienne . . . . .	97
4.1.1	Diviseurs et multiples . . . . .	97
4.1.2	Division euclidienne . . . . .	99
4.1.3	Congruence . . . . .	100
4.2	PGCD et PPCM . . . . .	101
4.2.1	Définition du PGCD . . . . .	101
4.2.2	Calcul du PGCD : algorithme d'Euclide . . . . .	102
4.2.3	Quelques propriétés . . . . .	104
4.2.4	Nombres premiers entre eux . . . . .	106
4.2.5	Définition du PPCM . . . . .	108
4.2.6	Quelques propriétés . . . . .	108
4.3	Nombres premiers . . . . .	110
4.3.1	Définitions . . . . .	110
4.3.2	Premières propriétés . . . . .	111
4.3.3	Décomposition en facteurs premiers . . . . .	111
4.3.4	Application à la divisibilité . . . . .	114
4.3.5	Application aux calculs du PGCD et du PPCM . . . . .	116
4.4	Exercices . . . . .	117

---

<b>5</b>	<b>Nombres complexes</b>	<b>127</b>
5.1	Définitions . . . . .	127
5.1.1	L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes . . . . .	127
5.1.2	Partie réelle, partie imaginaire, conjugaison . . . . .	130
5.2	Nombres complexes et géométrie plane . . . . .	131
5.2.1	Interprétation géométrique . . . . .	131
5.2.2	Module . . . . .	132
5.2.3	Argument . . . . .	133
5.2.4	Exponentielle $e^{i\theta}$ . . . . .	134
5.3	Equations du deuxième degré . . . . .	136
5.3.1	Equations du deuxième degré à coefficients réels . . . . .	136
5.3.2	Equations du deuxième degré à coefficients complexes . . . . .	137
5.4	Exercices . . . . .	138