

CHAPITRE 1

GENERALITES

A. Rappels mathématiques

Calcul vectoriel

1. Soient deux vecteurs et leurs coordonnées : $\vec{A}(1,1,1)$ et $\vec{B}(1,-2,2)$. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

A – $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ de coordonnées (0,2,1)

B – $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ de coordonnées (2,-1,3)

C – $\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ de coordonnées (0,3,1)

D – $\vec{A} - \vec{B} = \vec{C}$ de coordonnées (0,3,-1)

E – Le produit scalaire $\vec{A} \cdot \vec{B}$ vaut: $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$

2. Soient deux vecteurs et leurs coordonnées : $\vec{A}(1,1,1)$ et $\vec{B}(1,-2,2)$. Si leur produit vectoriel est $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$, quelle est la réponse exacte ?

A – \vec{C} est de coordonnées (0,2,1)

B – \vec{C} est de coordonnées (4,2,1)

C – \vec{C} est de coordonnées (4,-2,-3)

D – \vec{C} est de coordonnées (4,-1,-3)

E – \vec{C} est de coordonnées (4,2,-3)

Géométrie

3. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Si R est le rayon d'une sphère,

A – son volume est : $(4/3)\pi R^3$

B – sa surface est : $2\pi R$

C – sa surface est : $2\pi R^2$

D – sa surface est : $4\pi R^3$

E – sa surface est : $4\pi R^2$

4. La surface d'un cercle de 4 cm de diamètre est environ :

- A – 16 cm²
- B – 4 cm²
- C – 12,5 cm²
- D – 1,25.10⁻³ m²
- E – 5.10⁻⁴ m²

5. Ces propositions sont-elles exactes ?

- A – le volume d'une sphère de rayon R est 2πR
- B – la surface du cercle de diamètre D est πD²
- C – le périmètre du cercle de diamètre D est πD
- D – le volume d'une sphère de diamètre D est πD³/6
- E – le volume d'une sphère de rayon R est (4/3)πR²

L'énoncé suivant correspond à deux QCM (6 et 7). Il sera en caractères gras.

6. On désire calculer la fraction f de lumière solaire interceptée par la terre. La distance soleil-terre est environ 1,5.10¹¹ m. Le rayon terrestre R est 6000 km. Quelle est la surface approximative de la terre vue du soleil ?

- A – 10¹⁴ m²
- B – 10¹² m²
- C – 10¹⁴ km²
- D – 10¹⁰ km²
- E – 10⁶ km²

7. Quelle est donc la valeur approximative de cette fraction f ?

- A – f ~ 5.10⁻¹²
- B – f ~ 5.10⁻¹⁰
- C – f ~ 5.10⁻⁸
- D – f ~ 5.10⁻⁶
- E – f ~ 5.10⁻¹⁴

Trigonométrie

8. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

En trigonométrie, on a :

- A – sin(a + b) = sin a . cos b – sin b . cos a
- B – sin(a – b) = sin a . cos b + sin b . cos a
- C – tg (a + b) = (tg a + tg b) / (1 + tg a . tg b)
- D – sin² a = 1 – cos² a
- E – cot g a = $\frac{\cos a}{\sin a}$

Dérivées

9. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Calculs de dérivées :

$$A - \text{on a : } \frac{d}{dx}(A \cdot f(x)) = A \cdot \frac{df(x)}{dx} + \frac{dA}{dx} \cdot f(x)$$

$$B - \text{si } A \text{ est constante, } \frac{d}{dx}(A \cdot f(x)) = A \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

$$C - \text{on a : } \frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx}$$

$$D - \text{on a : } \frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{1}{g(x)} - f(x) \cdot \frac{dg(x)}{dx}$$

$$E - \text{on a : } \frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{df(x)}{dx} - \frac{dg(x)}{dx}$$

10. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Calculs de dérivées (suite) :

$$A - \text{on a : } \frac{d}{dx}(\ln(x)) = -\frac{1}{x}$$

B - si A est une constante, on a :

$$\frac{d}{dx}(\exp(Ax)) = \exp(Ax)$$

$$C - \text{on a : } \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$D - \text{on a, si } A \text{ est une constante : } \frac{d}{dx}(A^x) = A \cdot x \cdot \ln A$$

$$E - \text{on a : } \frac{d}{dx}(\sin x) = -\cos x$$

11. Les dérivées ci-dessous sont elles exactes ?

$$A - \text{on a : } \frac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$B - \text{on a : } \frac{d}{dx}(e^{-Ax}) = A e^{-Ax}$$

$$C - \text{on a : } \frac{d}{dx}(\ln Ax) = \frac{1}{Ax}$$

$$D - \text{on a : } \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$E - \text{on a : } \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

Intégrales

12. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Calculs de primitives :

$$A - \text{on a : } \int \frac{1}{x} dx = \ln x + \text{cte}$$

- B – on a : $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + cte$
 C – on a : $\int \sin x dx = \cos x + cte$
 D – on a : $\int \sqrt{x} dx = x^{3/2} + cte$
 E – si A est constante, on a : $\int e^{Ax} dx = Ae^{Ax} + cte$

B. Systèmes d'unités

13. Ces conversions d'unités sont-elles exactes ?

- A – 6 l/min = $10^{-4} m^3 \cdot s^{-1}$
 B – 37°C = 300 K
 C – 2 cm³ = 0,2 ml
 D – 5 g/ml = $5 \cdot 10^{-2} kg/m^3$
 E – 20 mm³ = $2 \cdot 10^{-5} m^3$

14. Ces relations sont elles exactes ?

- A – 5 g/l = 5 kg/m³
 B – 1 Å = 0,1 µm
 C – 1 kg = 10⁺⁶ g
 D – 1 dl = 10 cm³
 E – 10 l/min = 0,6 m³/h

15. Dans le système international (SI), l'unité de travail est le joule. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

- A – 1 joule = 1 watt x 1 seconde
 B – 1 joule = 1 newton x 1 mètre
 C – 1 joule = 4,18 calories
 D – 1 joule = 1 kg x 1 m²
 E – 1 joule = 1 kg x 1 m² x (1 s)⁻²

16. Sachant que le newton (N) et la dyne (Dy) sont les unités de poids dans les deux systèmes SI et CGS (cm, g, s) respectivement, déterminer les facteurs de conversion entre ces grandeurs.

- A – 1 N = 10³ Dy
 B – 1 N = 10 Dy
 C – 1 N = 10⁷ Dy
 D – 1 N = 10⁵ Dy
 E – 1 N = 100 Dy

17. Sachant que le pascal (Pa) et la barye (Ba) sont les unités de pression en SI et en CGS (cm, g, s), déterminer les facteurs de conversion entre ces deux grandeurs.

- A – 1 Pa = 1000 Ba
 B – 1 Pa = 100 Ba
 C – 1 Pa = 1 Ba
 D – 1 Pa = 10 Ba
 E – 1 Pa = 0,1 Ba

18. Si l'on cherche à déterminer le rapport k entre poids p et volume V d'un objet, en fonction de sa masse volumique ρ . Etablir la dimension de k :

A – on a : $[k] = [\rho][g]$

B – on a : $[k] = [M][L]^2 [T]^{-2}$

C – on a : $[k] = [M][L][T]^{-2}$

D – on a : $[k] = [M][L]^{-2} [T]^{-2}$

E – on a : $[k] = \frac{[\rho]}{[\rho]}$

19. Déterminer la dimension d'une force F :

A – on a : $[F] = ML^2 T^{-2}$

B – on a : $[F] = MLT^2$

C – on a : $[F] = ML^{-2} T$

D – on a : $[F] = ML^3 T^{-2}$

E – on a : $[F] = MLT^{-2}$

20. Déterminer la dimension d'un débit Q :

A – on a : $[Q] = ML^3 T^{-1}$

B – on a : $[Q] = L^3 T^{-1}$

C – on a : $[Q] = MLT^{-1}$

D – on a : $[Q] = ML^{-1} T$

E – on a : $[Q] = LT$

21. Déterminer la dimension d'une puissance Π :

A – on a : $[\Pi] = ML^2 T^{-1}$

B – on a : $[\Pi] = MLT^{-1}$

C – on a : $[\Pi] = ML^2 T^{-3}$

D – on a : $[\Pi] = ML^2 T^{-3}$

E – on a : $[\Pi] = ML^2 T^2$

22. Convertir en kg la masse suivante : $m = 1 \text{ pg}$.

A – on a : $m = 10^{-9} \text{ kg}$

B – on a : $m = 10^{-12} \text{ kg}$

C – on a : $m = 10^{-15} \text{ kg}$

D – on a : $m = 10^{-18} \text{ kg}$

E – on a : $m = 10^{-6} \text{ kg}$

23. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Un corps pèse 9,8 N dans le champ de pesanteur terrestre.

- A – son poids est 1000 kg
- B – son poids est 1000 g
- C – sa masse est 1000 g
- D – sa masse est 1 g
- E – sa masse est 1 kg

24. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Sur la lune, où la pesanteur est 5 fois moindre, la masse d'un objet pesant 9,8 N sur terre :

- A – serait 0,2 g
- B – serait 1000 g
- C – serait 200 g
- D – serait 2 kg
- E – serait 0,2 kg

25. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

La dimension de la viscosité est $ML^{-1}T^{-1}$. La Poise est l'unité de viscosité en CGS (cm, g, s). Par comparaison, comment est la valeur de la viscosité exprimée dans le système SI ?

- A – la viscosité en USI est identique
- B – la viscosité en USI est 100 fois plus grande
- C – la viscosité en USI est 10 fois plus grande
- D – la viscosité en USI est 100 fois plus petite
- E – la viscosité en USI est 10 fois plus petite

26. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

La relation de Bernouilli de l'hydrodynamique entre deux points où P et P' sont des pressions, v la vitesse correspondant à P, et Z la différence de hauteur, s'exprime : $P' = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g Z$. Alors :

- A – la dimension de P est $ML^{-1}T^{-2}$
- B – la dimension de $\frac{1}{2} \rho v^2$ est MLT^{-2}
- C – la dimension de P est celle d'une énergie divisée par un volume
- D – la dimension de $\rho g Z$ est ML^2T^{-2}
- E – la dimension de $\rho g Z$ est $ML^{-1}T^{-2}$

27. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

Pour la chute d'un corps sous l'action de la pesanteur g, on montre facilement que la position est (à vitesse initiale nulle) :

$Z = Z^o + \frac{1}{2} g t^2$. Dans ce cas :

- A – la dimension de Z est vitesse x temps
- B – la dimension de $\frac{1}{2} g t^2$ est LT^{-1}
- C – la dimension de $\frac{1}{2} g t^2$ est MLT^2
- D – la dimension de $\frac{1}{2} g t^2$ est LT^{-2}
- E – la dimension de $\frac{1}{2} g t^2$ est L

L'énoncé suivant correspond à trois QCM (28 à 30). Il sera en caractères gras.

On admettra que la période d'un pendule de longueur L dans le champ de

la pesanteur (g) est : $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

28. Ces équations aux dimensions sont-elles vraies ?

- A – la dimension de g est LT^{-1}
- B – la dimension de L/g est L^2T^{-1}
- C – la dimension de L/g est T^{-2}
- D – la dimension de g est LT^{-2}
- E – la dimension de L/g est T^{+2}

Par similarité, on suppose que la période du mouvement d'une masse fixée au bout d'un ressort doit être de la forme $T = U.m^\alpha.k^\beta$, U étant un coefficient numérique, les exposants α et β également, et k un grandeur spécifique au ressort à déterminer.

29. Déduire la dimension de k en fonction de α et β :

- A – elle est : $[k] = M^{-\alpha-\beta}.T^{1-\beta}$
- B – elle est : $[k] = M^{-\alpha+\beta}.T^{1+\beta}$
- C – elle est : $[k] = M^{\alpha/\beta}.T^{-1/\beta}$
- D – elle est : $[k] = M^{-\alpha/\beta}.T^{1/\beta}$
- E – elle est : $[k] = M^{-\alpha/\beta}.T^{-1/\beta}$

On va admettre la loi de Hooke pour le ressort : $F = -k.x$, où x est l'élongation. En déduisant α et β à partir de la question précédente et de cette loi, on doit retrouver la formule donnant la période de cet autre pendule.

30. Quelle(s) est (sont) la (les) réponse(s) exacte(s) ?

- A – on a : $T = U\sqrt{k.m}$
- B – on a : $T = U\sqrt{k/m}$
- C – on a : $T = U\sqrt{m/k}$
- D – on a : $T = U\sqrt{m-k}$
- E – on a : $T = U.k\sqrt{m}$

31. Dans le système d'unités international (SI) :

- A – un travail s'exprime en Watt
- B – un débit en l/s
- C – une masse en g
- D – une vitesse est en m/s
- E – une puissance est en Joule

32. Avec quelle unité est exprimée l'accélération :

- A – $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
- B – $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- C – $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
- D – $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- E – $\text{m}^2 \cdot \text{s}$

33. Une vitesse de 12 cm/min vaut approximativement :

- A – $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- B – $0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- C – $2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- D – $0,0012 \text{ km/h}$
- E – $0,007 \text{ km/h}$

34. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont justes (SI = système international) :

- A – une viscosité s'exprime en Pa.s en SI
- B – une pression s'exprime en Pa en SI
- C – le Pa est la pression exercée par une force de 1 kg sur une surface de 1 m^2
- D – les pressions sanguines s'expriment souvent en mm Hg
- E – une masse volumique s'exprime en kg/l en SI

35. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont justes :

- A – 1 mm^3 est égal à 1 ml
- B – 1 cm^3 est égal à 1 ml
- C – 1 litre est égal à 1 dm^3
- D – 1 cm^3 d'eau pèse 1 mg
- E – 1 litre est égal à $0,001 \text{ m}^3$

36. Dans le système international :

- A – un débit s'exprime en l/min
- B – une énergie s'exprime en joule
- C – un volume s'exprime en m^3
- D – une vitesse s'exprime en km/h
- E – une pression s'exprime en bar

Convertir dans les unités du système international (U.S.I.) :

37. Un débit de 6 l/min :

- A – $6 \cdot 10^{+3}$
- B – 10^{-4}
- C – $36 \cdot 10^{-3}$
- D – $3,6 \cdot 10^{+3}$
- E – 600