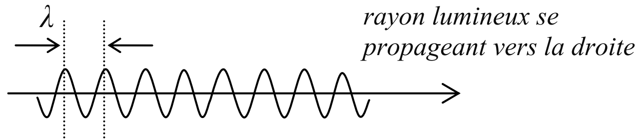
CHAPITRE I

SYSTEME OPTIQUE

1. PROPAGATION DE LA LUMIERE

1.1 Rayon lumineux et indice d'un milieu transparent

Un rayon lumineux est un pinceau de lumière considéré comme infiniment fin. Il se propage en ligne droite. On le représente par une droite, fléchée dans le sens de sa propagation. A tout rayon lumineux est associée une onde de longueur d'onde ou période spatiale λ (en m) et de période temporelle T (en s).



Si la lumière se propage à une vitesse v, on a : $v = \frac{\lambda}{T}$ (en m.s^{-1}) que l'on écrit plus souvent $\lambda = vT$. La vitesse de la lumière dans le vide appelée célérité de la lumière vaut $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$ (ou $c = 300\,000\ km.s^{-1}$). Lorsqu'un rayon se propage dans un milieu transparent comme l'eau ou le verre, il ralentit d'autant plus que ce milieu est dense. On appelle **indice de réfraction** le nombre noté **n** caractérisant ce ralentissement.

$\boxed{n = \frac{c}{v}}$ v et c en m.s^{-1}, n est sans unité.

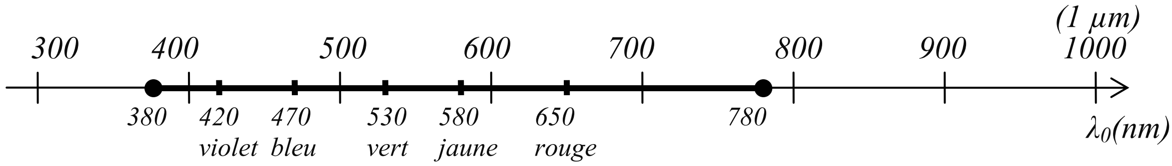
L'indice n est toujours supérieur ou égal à 1 et dépend de la température et de la pression. Dans le vide, $n = 1$ et $v = c$. Dans l'atmosphère terrestre, l'indice mesuré dans les conditions normales de température et de pression vaut : $n \approx 1{,}000293$, ce qui mène à $n \approx 1$ et $v \approx c$.

Dans l'eau, $n = \frac{4}{3}$ et pour le verre courant : $n = 1{,}5$. Un des plus forts indices est celui du diamant : $n = 2{,}4$ et $v = \frac{300\,000}{2{,}4} = 125\,000\ km.s^{-1}$. La lumière est fortement ralentie dans le diamant. L'indice caractérisant aussi la capacité à réfléchir la lumière, des facettes bien polies donnent au diamant son aspect éclatant.

On considère un rayon lumineux se propageant dans le vide avec une longueur d'onde λ_0 et une période T_0, on a : $\lambda_0 = cT_0$. Lorsque ce rayon pénètre dans un milieu d'indice n, il se propage avec une vitesse v, une longueur d'onde λ et une période T. La période ne dépend pas de l'indice, donc $T = T_0$. On a : $\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{cT_0}{n} = \frac{\lambda_0}{n}$. La longueur d'onde λ dans un milieu d'indice n est :

$\boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$ λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.

L'œil est sensible à une certaine gamme de périodes temporelles auxquelles on associe la notion de couleur, on parle d'ondes lumineuses. La période étant invariable avec l'indice, les objets sont vus de la même couleur dans l'eau comme hors de l'eau. On utilise la longueur d'onde dans le vide pour définir les couleurs : le spectre du visible, domaine de sensibilité de l'œil, s'étend du violet (380 nm) au rouge (780 nm).



Spectre du visible avec quelques longueurs d'ondes centrales

1.2 Phénomène de réflexion et de réfraction

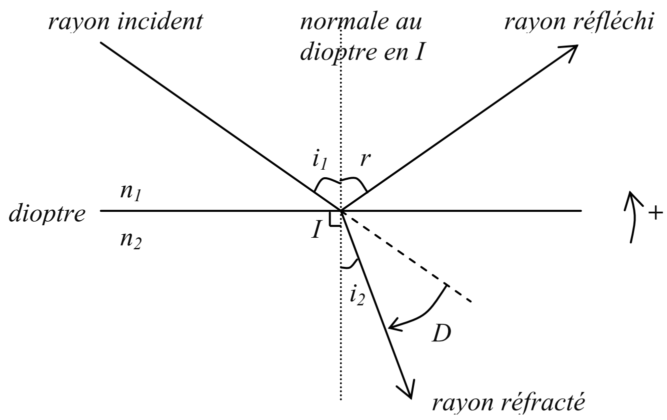
a. Dioptre

Un dioptre est la surface de séparation de deux milieux transparents d'indices différents comme par exemple la surface horizontale de l'eau, les 2 côtés d'une lame de microscope, d'une fenêtre, d'un verre de lunette ou d'un pare-brise de voiture. Un dioptre peut donc être de forme plane, sphérique ou complexe comme la surface de la mer.

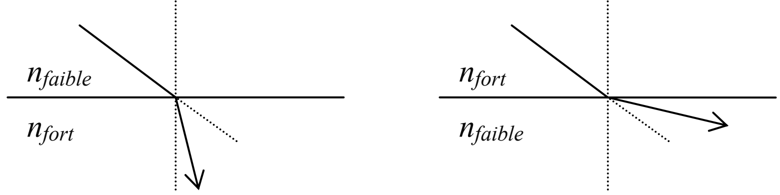
b. Lois de Snell-Descartes

Lorsqu'un rayon lumineux rencontre un dioptre, il se sépare en un rayon réfléchi et un rayon réfracté comme sur le schéma suivant.

Le rayon incident frappe le dioptre en I appelé point d'incidence. Après avoir tracé la normale en I, on distingue les angles suivants :
i_1 : angle d'incidence.
i_2 : angle de réfraction.
r : angle de réflexion.
D : la déviation, angle orienté.



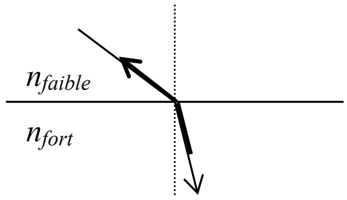
Le plan d'incidence est défini par le rayon incident et la normale en I (ici : plan de la feuille).
1° loi de Snell-Descartes :
Les rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans le plan d'incidence. C'est trivial ici, mais cette loi permet de localiser ces rayons quand le dioptre est de forme quelconque.
2° loi de Snell-Descartes :
Le rayon réfléchi est le symétrique du rayon incident par rapport à la normale : $\boxed{r = -i_1}$
Les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont tels que : $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$
Afin de simplifier les schémas, on s'intéresse à présent seulement au rayon réfracté :



On observe que ce rayon peut se rapprocher de la normale par rapport à la direction du rayon incident, ou s'en écarter. Le milieu le plus **réfringent** est celui qui a l'indice le plus fort. On retiendra que la réfraction dans un milieu plus réfringent rapproche le rayon de la normale.

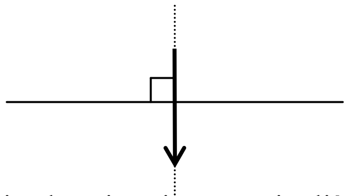
Principe de retour inverse de la lumière :

Le chemin de la lumière (donc aussi les angles d'incidence et de réfraction) sont identiques quel que soit le sens de propagation de la lumière. Les deux schémas précédents peuvent donc se résumer en un seul schéma ci-contre.

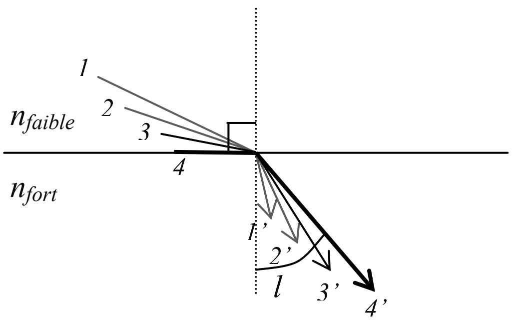


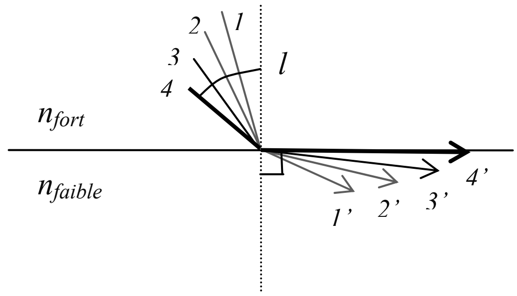
c. Angle limite et réflexion totale.

On appelle **incidence normale** et **émergence normale** le cas où $i_1 = 0°$ et $i_2 = 0°$. Le rayon perpendiculaire au dioptre et confondu avec la normale est réfracté sans être dévié.



Lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence, on atteint les situations particulières ci-dessous : l'**incidence rasante** (à gauche) et l'**émergence rasante** (à droite).



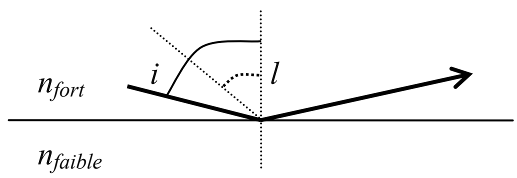


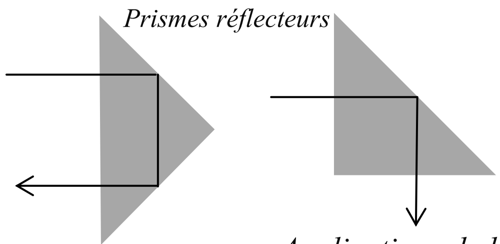
D'après le principe de retour inverse de la lumière, ces deux schémas sont parfaitement identiques. On peut calculer l'angle limite l :

$$n_{faible} \sin 90° = n_{fort} \sin l \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\sin l = \frac{n_{faible}}{n_{fort}}} \quad \text{(facile à mémoriser car } \sin\alpha < 1\text{)}$$

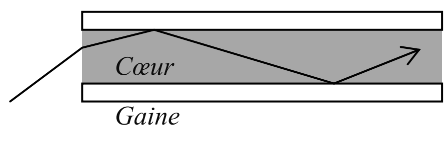
On peut calculer l'angle limite d'un dioptre sans que l'on considère la présence d'un rayon. On utilise uniquement les indices du milieu incident et du milieu de réfraction. Sur le schéma de gauche : de l'incidence normale à l'incidence rasante, un rayon incident peut toujours entrer dans un indice plus fort. Sur le schéma de droite : un rayon incident sort de l'indice fort en entrant dans l'indice faible seulement de l'incidence normale à l'angle limite.

A droite : si le rayon incident dépasse l'incidence limite l, il subit le phénomène de **réflexion totale**. Le rayon est entièrement réfléchi et il n'y a pas de rayon réfracté.





Fibre optique : le cœur d'indice fort guide la lumière par réflexion totale sur la gaine.



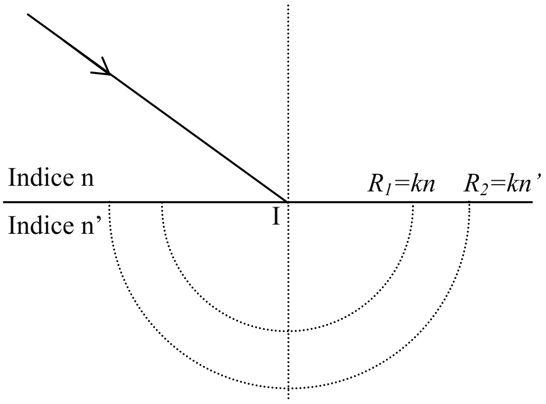
Applications de la réflexion totale

d. Détermination graphique du rayon réfracté par la méthode de Descartes

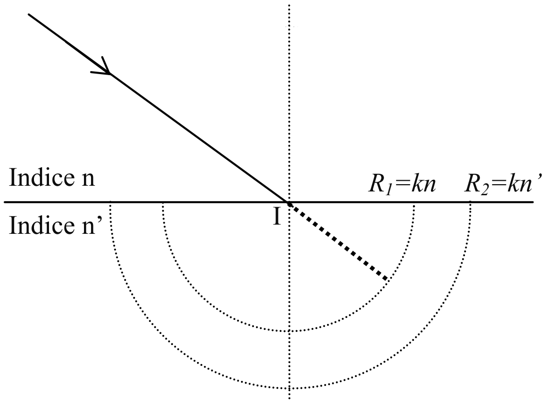
Cette méthode parfois appelée « méthode des cercles » consiste à tracer deux cercles dont les rayons sont proportionnels aux indices : $R_1 = kn$ et $R_2 = kn'$. Ils sont centrés sur le point d'incidence. *k* est un coefficient de proportionnalité que l'on choisit.

Exemple d'application :
On considère un rayon lumineux d'incidence donnée sur un dioptre en I avec $n = 1$ et $n' = 1,5$. On construit le rayon réfracté avec $k = 16\ mm$ en traçant deux cercles de rayons $R_1 = 16\ mm$ et $R_2 = 24\ mm$.
Etapes de construction :

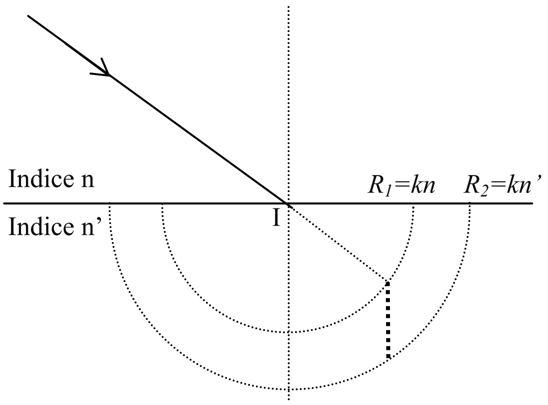
Etape 1 : on trace les 2 cercles de centre *I*.



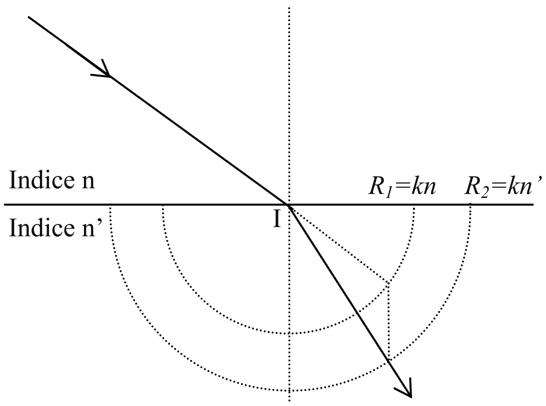
Etape 2 : on prolonge le rayon incident jusqu'à R_1 (cercle relatif à son milieu : n)



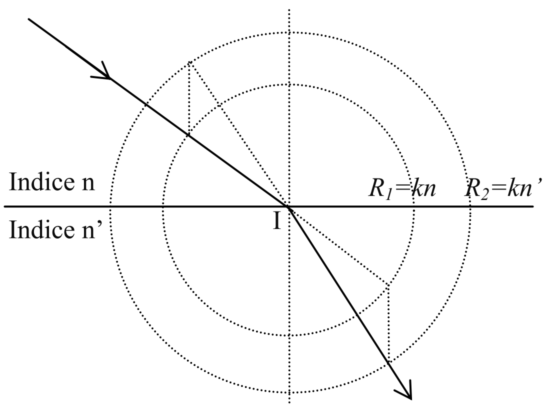
Etape 3 : on trace la parallèle à la normale.



Etape 4 : le rayon réfracté passe par le point obtenu sur R_2.

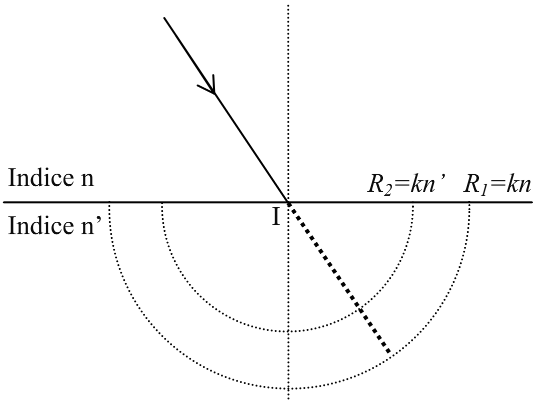


Remarque :
On peut utiliser les cercles du coté du rayon réfracté comme précédemment, mais aussi du côté du rayon incident. Ci-contre, on représente la construction des deux cotés et on voit que l'on obtient bien le même rayon réfracté.

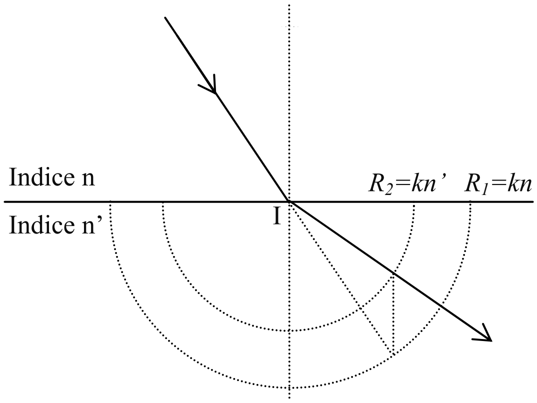


On réalise maintenant la construction de la réfraction d'un milieu plus réfringent dans un milieu moins réfringent avec les indices $n = 1,5$ et $n' = 1$. Si on utilise la méthode de Descartes avec $k = 16\ mm$, les rayons des cercles valent $R_1 = 24\ mm$ et $R_2 = 16\ mm$. Le cercle relatif à l'indice du milieu du rayon incident est le plus grand. Ceci affecte la physionomie de la construction.

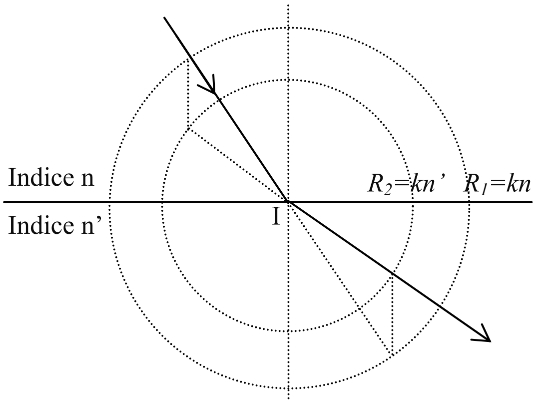
On prolonge le rayon incident jusqu'au cercle relatif à l'indice n : R_1



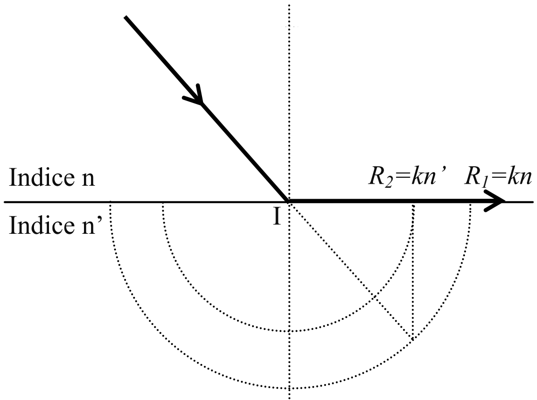
La parallèle à la normale donne un point sur R_2 tel que le rayon réfracté s'écarte de la normale.



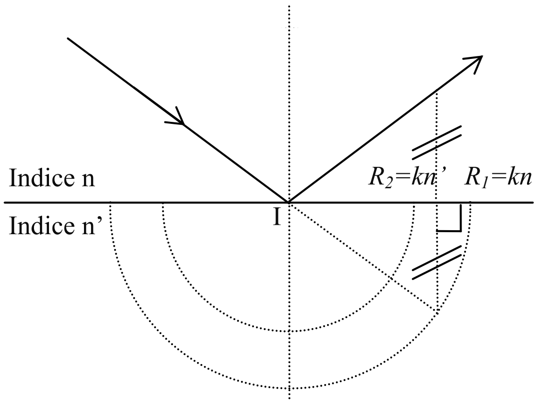
La construction des deux cotés :



Exemple d'une émergence rasante :



Cas de la réflexion totale :
Ci-contre, la parallèle à la normale ne rencontre pas R_2 donc il n'y a pas de rayon dans le milieu n'. Il y a réflexion totale. On représente le rayon réfléchi par symétrie par rapport au dioptre, ce qui donne bien un rayon réfléchi symétrique du rayon incident par rapport à la normale.



1.3 La lame à faces parallèles : premier système optique simple

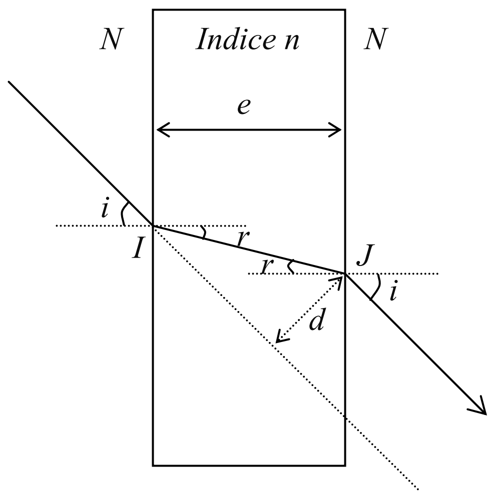
Une lame à faces parallèles est l'association de deux dioptres plans parallèles entre eux. L'indice de sortie du premier est l'indice d'entrée du deuxième. Les indices d'entrée et de sortie de la lame peuvent être différents (hublot sous-marin avec de l'eau d'un coté et de l'air de l'autre coté). Si ils sont égaux, le rayon incident et le rayon émergent de la lame sont parallèles. On dit que la lame baigne dans un indice extérieur. Une vitre ou un pare-brise automobile baignent dans l'air.

Expression du déplacement latéral d par une lame à faces parallèles baignant dans un indice extérieur :

$$\sin(i-r)=\frac{d}{IJ} \Leftrightarrow d = IJ\sin(i-r)$$

avec $\cos r = \frac{e}{IJ} \Leftrightarrow IJ = \frac{e}{\cos r}$, on obtient :

$$\boxed{d = e\frac{\sin(i-r)}{\cos r}}$$

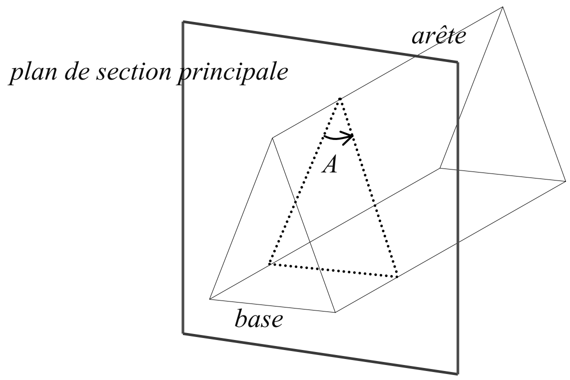


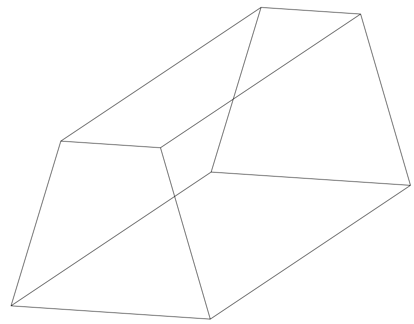
Déplacement latéral par une lame à faces parallèle

2. LE PRISME BAIGNANT DANS L'AIR

2.1 Formules du prisme

Un prisme est un milieu transparent d'indice n dont les faces sont deux dioptres plans. L'intersection entre les deux faces utiles est l'arête du prisme. La troisième face est la base. L'angle entre les deux faces utiles est l'angle A du prisme. Un plan perpendiculaire à l'arête du prisme est appelé plan de section principale. Un prisme baignant dans l'air est complètement définit par son angle A et son indice n.





Conventions spécifiques au prisme (on se réfère au schéma du haut de la page suivante) :

Entrée du prisme :

i est l'angle d'incidence en *I*. r est l'angle de réfraction en *I*. On a : $n_{air}\sin i = n\sin r$.

Sortie du prisme :

r' est l'angle d'incidence en *J*. i' est l'angle de réfraction en *J*. On a : $n\sin r' = n_{air}\sin i'$

Conventions de signes (prisme dans le sens du schéma page suivante) :

Les angles i et i' sont positifs si les rayons sont sous la normale et négatifs si ils sont au dessus. Lorsque l'on connait les signes de i et i', alors r est du signe de i et r' est du signe de i'. Les angles A et D sont toujours positifs et le rayon est toujours dévié vers la base du prisme.

Dans le triangle *AIJ*, on a :

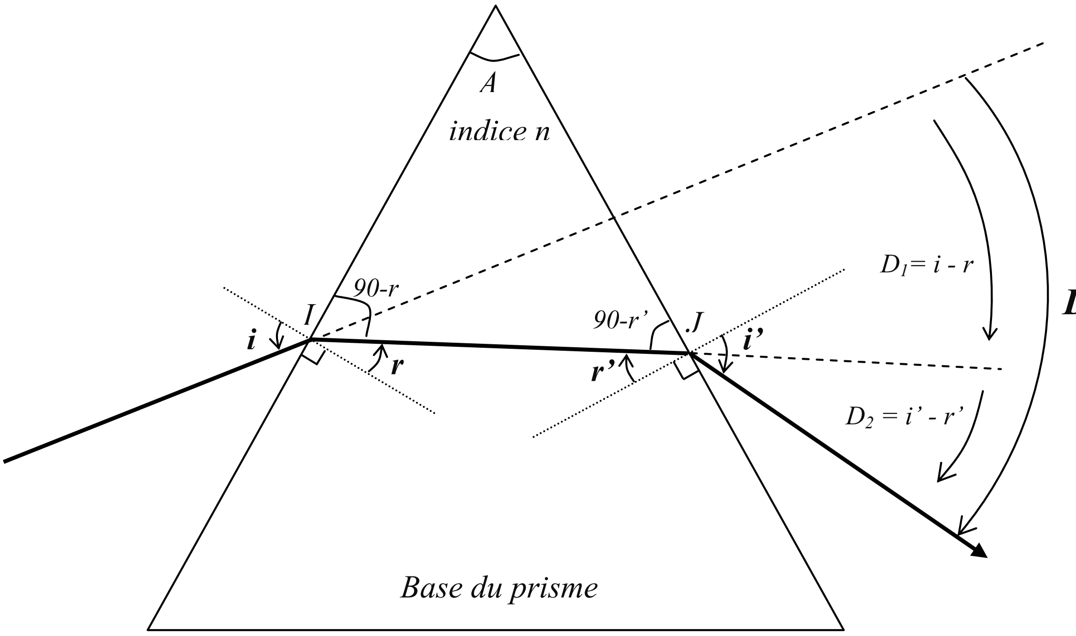
$90-r+A+90-r'=180° \Leftrightarrow 180-r-r'+A=180 \Leftrightarrow A-r-r'=0 \Leftrightarrow A=r+r'$

La déviation du prisme est la somme des déviations en entrée et en sortie :

$D = D_1 + D_2 = i - r + i' - r' = i + i' - (r + r') = i + i' - A$

On retient les formules suivantes : $\boxed{\begin{array}{l} \sin i = n \sin r \quad (*) \\ n \sin r' = \sin i' \quad (*) \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{array}}$

(*) pour le prisme baignant dans l'air seulement.



2.2 Conditions d'émergence et déviations

Il est possible dans certaines conditions que le rayon lumineux reste prisonnier du prisme par réflexion totale sur la face de sortie si $r' > l$ où l est l'angle limite du dioptre verre-air. En entrée de prisme, l'incidence maximale est rasante avec *i = 90°* et l'angle de réfraction maximal est *l*, on a toujours $r \le l$. Pour qu'il y ait émergence, il faut que $r' \le l$ et sachant que $r \le l$ et $A = r + r'$, on obtient $A \le 2l$.

Condition d'angle propre au prisme : $\boxed{A \le 2l}$ avec $\sin l = \dfrac{n_{faible}}{n_{fort}} = \dfrac{1}{n}$

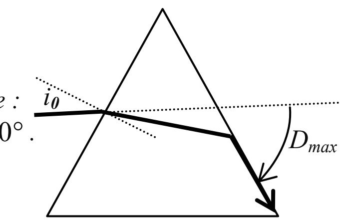
En sortie de prisme, l'incidence maximale est *l* ce qui donne une émergence rasante. Avec $r' = l \Leftrightarrow r = A - l$, l'incidence en entrée de prisme est telle que : $\sin i = n \sin r = n \sin(A - l)$.

Condition d'incidence : il faut que $\boxed{i_0 \le i \le 90°}$ avec $\sin i_0 = n \sin(A - l)$

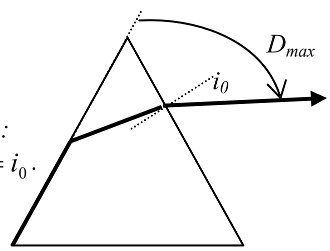
On admet que l'incidence et l'émergence rasante donnent une déviation maximale. Dans les deux cas, l'expression est :

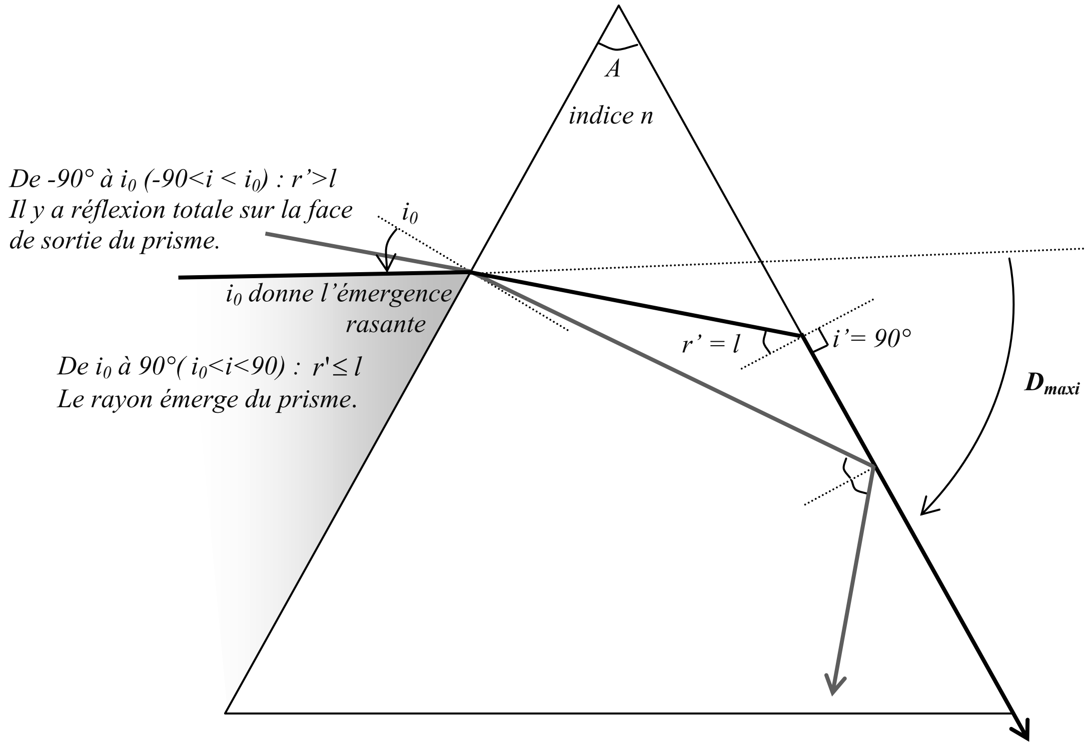
$$\boxed{D_{Maxi} = i_0 + 90° - A}$$

Emergence rasante : $i = i_0$ *donne* $i' = 90°$.

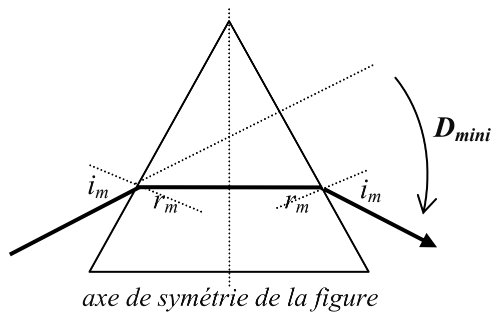


Incidence rasante : $i = 90°$ *donne* $i' = i_0$.





Le cas de figure où la déviation est minimale est celui sur le schéma ci-contre. Le trajet de la lumière est symétrique dans le prisme, on a $i = i'$ et $r = r'$. On retiendra les formules suivantes :



$$\left.\begin{array}{l} i = i' = i_m \\ r = r' = r_m \end{array}\right\} \Leftrightarrow A = r + r' = 2r_m \Leftrightarrow \boxed{r_m = \frac{A}{2}}$$

$$D = i + i' - A \Leftrightarrow \boxed{D_{\min i} = 2i_m - A}$$

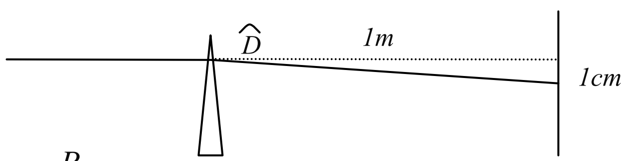
Dans le cas où l'angle d'incidence i et l'angle A du prisme sont petits, alors les angles r, r' et i' sont petits aussi. On peut alors faire les approximations aux petits angles suivantes :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \Leftrightarrow i = nr \\ n \sin r' = \sin i' \Leftrightarrow nr' = i' \end{cases} \Leftrightarrow D = i + i' - A = nr + nr' - A = n(r + r') - A = nA - A = (n-1)A$$

Avec de petits angles, la déviation est considérée constante. Elle ne dépend que de n et A :

$$\boxed{D = (n-1)A}$$

La puissance prismatique d'un prisme est la déviation linéaire sur une règle située à 1m. Exemple sur ce schéma :



On a : $\tan D = \dfrac{0{,}01}{1} = 0{,}01$.

On peut écrire : $P_\Delta = 0{,}01\ m/m$.

Si P_Δ est exprimée en m/m, on a $\tan D = \dfrac{P_\Delta}{1m}$ donc $P_{\Delta(m/m)} = \tan D$.

Si P_Δ est exprimée en cm/m, on a $\tan D = \dfrac{P_\Delta}{100cm}$ et on retient :

$$\boxed{P_{\Delta(cm/m)} = 100 \tan D}.$$