

Chapitre I : AVANT - PROPOS

Introduction

Cet ouvrage vous propose une préparation à l'épreuve écrite de **mathématiques du Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles (CRPE)**, quelle que soit l'académie dans laquelle vous allez passer ce concours et que vous le prépariez seul ou dans le cadre d'un master.

L'épreuve écrite de mathématiques correspond à une des deux épreuves de l'admissibilité. Cette épreuve a changé de nature depuis la rentrée 2013, avec pour caractéristique principale le retour de la didactique à l'écrit.

Les examens de nombreux masters préparant aux métiers de l'enseignement dans le premier degré se placent au niveau du concours. Cet ouvrage peut donc vous aider pour les examens de mathématiques.

Que les maths soient votre passe-temps favori ou votre bête noire, un travail commencé suffisamment tôt, mené avec régularité et sérieux peut vous permettre de « décrocher » une bonne note à cette épreuve. Même si vous avez l'impression que quand vous étiez élève, les maths n'étaient pas pour vous (et réciproquement...), préparer et passer cette épreuve avec succès est juste une question de temps et d'énergie que vous pourrez y consacrer.

Notre objectif est de vous aider à cette réussite, de la manière la plus claire, simple et agréable possible.

Nous débutons l'ouvrage par une aide méthodologique, qui revient sur les modalités de toutes les épreuves du concours, ainsi que quelques considérations d'ordre général sur la didactique en mathématiques.

Ensuite, pour vous permettre de vous organiser au mieux, nous avons regroupé les exercices et problèmes ayant trait à un même thème, dans un même chapitre.

Chaque chapitre est organisé de la même manière :

- **Un préambule explicitant l'intérêt**, ou l'usage qui peut être fait du domaine mathématique traité.
- **Un cours explicatif complet** des connaissances théoriques sur le thème donné, illustré d'exemples.
- **Une partie didactique**, reprenant les points de l'enseignement primaire pouvant apparaître dans les parties 2 et 3 de l'épreuve.
- **Des exercices et problèmes corrigés**, reprenant les trois parties de l'épreuve, inspirés des sujets de concours.

Enfin, nous vous proposons **le sujet « zéro » avec corrigé**. Bon courage, et bonne réussite !

I. Le concours

1. Conditions requises pour se présenter au CRPE :

Vous trouverez l'ensemble des renseignements résumés ici sur le site de l'éducation nationale réservé au premier degré : SIAC 1¹ (note de service du 17 juillet 2013 n°2013-109). Rappelons rapidement les conditions les plus courantes, lorsque l'on souhaite présenter le concours externe de recrutement de professeurs des écoles dans l'enseignement public.

Les conditions générales :

Vous devez remplir la condition prévue à l'article L.141-5 du code de l'éducation disposant que "dans les établissements du premier degré publics, l'enseignement est exclusivement confié à un personnel laïque".

- Aucune limite d'âge n'est imposée.
- Pour vous inscrire, vous devez au plus tard le jour de la première épreuve d'admissibilité :
 - posséder la nationalité française ou être ressortissant d'un autre État membre de l'Union européenne, (...)
 - jouir de vos droits civiques,
 - ne pas avoir subi une condamnation incompatible avec l'exercice des fonctions,
 - être en position régulière au regard des obligations du service national,
 - justifier des conditions d'aptitude physique requises.

Conditions spécifiques

Les professeurs des écoles, stagiaires et titulaires, ne peuvent pas faire acte de candidature au concours de recrutement de professeurs des écoles.

Condition de titre ou de diplôme

Le concours est ouvert aux candidats qui, à la date de publication des résultats d'admissibilité du concours, justifient :

- soit qu'ils sont inscrits en première année d'études (M1) en vue de l'obtention d'un master ou d'un titre ou diplôme reconnu équivalent par le ministre chargé de l'éducation ;
- soit qu'ils remplissent les conditions pour s'inscrire en dernière année d'études en vue de l'obtention d'un master ou d'un titre ou diplôme reconnu équivalent par le ministre chargé de l'éducation ;
- soit qu'ils sont inscrits en dernière année d'études en vue de l'obtention d'un master ou d'un titre ou diplôme jugé équivalent par le ministre chargé de l'éducation ;
- soit qu'ils sont titulaires d'un master (M2) ou d'un titre ou diplôme reconnu équivalent par le ministre chargé de l'éducation.

¹ <http://www.education.gouv.fr/pid97/siac1.html>

Candidats dispensés de titres ou diplômes

Mères et pères d'au moins trois enfants

En application des dispositions du décret n° 81-317 du 7 avril 1981 modifié peuvent faire acte de candidature aux concours visés par la présente note, sans remplir les conditions de diplôme exigées des candidats, les mères ou pères de famille d'au moins trois enfants qu'ils élèvent ou ont élevés effectivement. Cette condition s'apprécie à la date à laquelle est exigé le diplôme pour se présenter au concours.

Sportifs de haut niveau

En application de l'article L. 221-3 du code du sport, les sportifs de haut niveau peuvent faire acte de candidature aux concours de l'État sans remplir les conditions de diplômes exigées.

Ils doivent être inscrits sur la liste ministérielle, établie par le ministre chargé des sports, en cours de validité à la date à laquelle est exigé le diplôme pour se présenter au concours.

Qualifications en natation et secourisme

Les candidats doivent justifier, à la date de publication des résultats d'admissibilité, de leur qualification en natation et en secourisme.

Les dispenses de diplômes consenties aux mères et aux pères d'au moins trois enfants, ainsi qu'aux sportifs de haut niveau, ne s'étendent pas aux qualifications en natation et en secourisme exigées, l'administration devant vérifier que les intéressés seront en mesure de porter secours aux élèves placés sous leur responsabilité.

2. Le calendrier et les démarches

Ce calendrier est donné à titre indicatif, il peut être modifié, n'hésitez pas encore une fois, à vérifier ces informations sur le site SIAC 1.

- ♦ **septembre-octobre** : inscription au concours sur le site SIAC 1 ;
- ♦ **avril**: épreuves d'admissibilité ;
- ♦ **Juin** : épreuves d'admission.

3. Les épreuves d'admissibilité du CRPE externe

(Source : arrêté du 19 avril 2013)

L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement.

I. – Epreuves d'admissibilité

Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes pour l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Le niveau attendu correspond à celui exigé par la maîtrise des programmes de collège. Les épreuves d'admissibilité portent sur le français et les mathématiques. Certaines questions portent sur le

programme et le contexte de l'école primaire et nécessitent une connaissance approfondie des cycles d'enseignement de l'école primaire, des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture et des contextes de l'école maternelle et de l'école élémentaire.

I-1. Epreuve écrite de français

L'épreuve vise à évaluer la maîtrise de la langue française des candidats (correction syntaxique, morphologique et lexicale, niveau de langue et clarté d'expression) ainsi que leurs connaissances sur la langue ; elle doit aussi évaluer leur capacité à comprendre et à analyser des textes (dégager des problématiques, construire et développer une argumentation) ainsi que leur capacité à apprécier les intérêts et les limites didactiques de pratiques d'enseignement du français.

L'épreuve comporte trois parties (**notée sur 40 points**):

- **La production d'une réponse (11 points)**, construite et rédigée, à une question portant sur un ou plusieurs textes littéraires ou documentaires.
- **Une partie portant sur la connaissance de la langue (11 points)** (grammaire, orthographe, lexicale et système phonologique) ; le candidat peut avoir à répondre à des questions de façon argumentée, à une série de questions portant sur des connaissances ponctuelles, à procéder à des analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.
- **Une analyse d'un dossier (13 points)** composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement du français, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et de productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

Les 5 points restant permettent d'évaluer la correction syntaxique et la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures.

I-2. Epreuve écrite de mathématiques

L'épreuve vise à évaluer la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la capacité à prendre du recul par rapport aux différentes notions. Dans le traitement de chacune des questions, le candidat est amené à s'engager dans un raisonnement, à le conduire et à l'exposer de manière claire et rigoureuse.

L'épreuve comporte trois parties (notée sur 40 points) :

- **Une première partie (13 points)** constituée d'un problème portant sur un ou plusieurs domaines des programmes de l'école ou du collège, ou sur des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, permettant d'apprécier particulièrement la capacité du candidat à rechercher, extraire et organiser l'information utile.
- **Une deuxième partie (13 points)** composée d'exercices indépendants, complémentaires à la première partie, permettant de vérifier les connaissances et compétences du candidat dans différents domaines des programmes de l'école ou du collège. Ces exercices pourront être proposés

sous forme de questions à choix multiples, de questions à réponse construite ou bien d'analyses d'erreurs-types dans des productions d'élèves, en formulant des hypothèses sur leurs origines.

- **Une analyse d'un dossier (14 points)** composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement.

5 points au maximum peuvent être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.

Durée de l'épreuve : quatre heures.

II. – Epreuves d'admission

Les deux épreuves orales d'admission comportent un entretien avec le jury qui permet d'évaluer la capacité du candidat à s'exprimer avec clarté et précision, à réfléchir aux enjeux scientifiques, didactiques, épistémologiques, culturels et sociaux que revêt l'enseignement des champs disciplinaires du concours, et des rapports qu'ils entretiennent entre eux.

II-1. Première épreuve orale : mise en situation professionnelle dans un domaine au choix du candidat

Cette épreuve vise à évaluer les compétences scientifiques, didactiques et pédagogiques du candidat dans un domaine d'enseignement relevant des missions ou des programmes de l'école élémentaire ou de l'école maternelle, choisi au moment de l'inscription au concours parmi les domaines suivants : sciences et technologie, histoire, géographie, histoire des arts, arts visuels, éducation musicale, enseignement moral et civique. Le candidat remet préalablement au jury un dossier de dix pages au plus, portant sur le sujet qu'il a choisi. Ce dossier pourra être conçu à l'aide des différentes possibilités offertes par les technologies de l'information et de la communication usuelles, y compris audiovisuelles (format « Compact Disc »). Il est adressé au président du jury sous format papier accompagné le cas échéant d'un support numérique « Compact Disc », dans un délai et selon des modalités fixées par le jury.

Ce dossier se compose de deux ensembles :

- une synthèse des fondements scientifiques relatifs au sujet retenu ;
- la description d'une séquence pédagogique, relative au sujet choisi, accompagnée des documents se rapportant à cette dernière.

L'épreuve (notée sur 60 points) comporte :

- **la présentation du dossier (vingt minutes, 20 points)** par le candidat ;
- **un entretien avec le jury (quarante minutes, 40 points)** portant, d'une part, sur les aspects scientifiques, pédagogiques et didactiques du dossier et de sa présentation, et, d'autre part, sur un élargissement et/ou un approfondissement dans le domaine considéré, pouvant notamment porter sur sa connaissance réfléchie des différentes théories du développement de l'enfant.

Durée de l'épreuve : une heure.

II-2. Deuxième épreuve orale : entretien à partir d'un dossier

L'épreuve comporte deux parties et est notée sur **100 points**. La première partie permet d'évaluer les compétences du candidat pour l'enseignement de l'éducation physique et sportive (EPS) ainsi que sa connaissance de la place de cet enseignement dans l'éducation à la santé à l'école primaire. La deuxième partie de l'épreuve vise à apprécier les connaissances du candidat sur le système éducatif français, et plus particulièrement sur l'école primaire (organisation, valeurs, objectifs, histoire et enjeux contemporains), sa capacité à se situer comme futur agent du service public (éthique, sens des responsabilités, engagement professionnel) ainsi que sa capacité à se situer comme futur professeur des écoles dans la communauté éducative.

- **Première partie (40 points)** : Le jury propose au candidat un sujet relatif à une activité physique, sportive et artistique (APSA) praticable à l'école élémentaire ou au domaine des activités physiques et expériences corporelles réalisables à l'école maternelle. Le sujet pourra être présenté à l'aide des différentes possibilités offertes par les technologies de l'information et de la communication usuelles, y compris audiovisuelles. Le sujet se rapporte soit à la progression au sein d'un cycle d'activités portant sur l'APSA ou la pratique physique et corporelle considérée, soit à une situation d'apprentissage adossée au développement d'une compétence motrice relative à cette même APSA ou pratique physique et corporelle.

Le candidat expose ses réponses (dix minutes) et s'entretient avec le jury (vingt minutes). Le jury élargit le questionnement aux pratiques sportives personnelles du candidat ou encore au type d'activités sportives qu'il peut animer ou encadrer.

- **Deuxième partie (60 points)** : Elle consiste en un exposé du candidat (quinze minutes) à partir d'un dossier de cinq pages maximum fourni par le jury et portant sur une situation professionnelle inscrite dans le fonctionnement de l'école primaire, suivi d'un entretien avec le jury (trente minutes).

L'exposé du candidat présente une analyse de cette situation et des questions qu'elle pose, en lui permettant d'attester de compétences professionnelles en cours d'acquisition d'un professeur des écoles.

L'entretien permet également d'évaluer la capacité du candidat à prendre en compte les acquis et les besoins des élèves, en fonction des contextes des cycles de l'école maternelle et de l'école élémentaire, et à se représenter de façon réfléchie la diversité des conditions d'exercice du métier, ainsi que son contexte dans ses différentes dimensions (classe, équipe éducative, école, institution scolaire, société), et les valeurs qui le portent dont celles de la République.

Durée de la préparation : trois heures ; durée totale de l'épreuve : une heure et quinze minutes.

4. La correction de votre copie d'admissibilité

Certes, cela ne vous concerne pas directement mais il vaut mieux connaître ce qui va se passer après votre prestation. Il faut savoir que ce concours est soumis à une double correction. Votre copie passera entre les mains de deux correcteurs, qui corrigeront votre copie, chacun indépendamment de l'autre. Il y aura ensuite harmonisation, c'est-à-dire que dans le cas où les notes des deux correcteurs seraient différentes, ils retravaillent ensemble pour parvenir à la note finale. C'est pourquoi votre copie, si vous la réclamez, ne comportera aucune annotation si ce n'est la note attribuée. De plus, le barème qui a permis la notation fait partie du secret professionnel du concours et demeure donc strictement confidentiel.

II. La préparation

Le matériel

Peu de choses sont nécessaires pour se préparer à une épreuve de mathématiques, mais le minimum est essentiel. Munissez-vous donc :

D'une calculatrice

Celle-ci doit être réputée « scientifique », c'est-à-dire qu'elle doit posséder une touche « puissance », les fonctions sin et cos, les pourcentages. Si vous optez pour une calculatrice réputée « collège », elle vous facilitera sans doute le calcul des fractions (la calculatrice « collège » est souvent capable de réduire des fractions au même dénominateur ou d'ajouter deux fractions, ou de calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne). En revanche, et surtout si vous n'êtes pas scientifique, n'investissez pas dans des calculatrices trop performantes (« lycée et supérieur ») qui vous compliqueront la tâche plutôt que de la simplifier.

D'un matériel de construction de figures géométriques

- **Une règle non graduée**, qui sert à tracer des segments et des droites passant par des points donnés (Il faut comprendre ici que vous ne pouvez alors pas vous servir des graduations de la règle de quelque manière que ce soit).
- **Une règle graduée**, qui permet de reporter des longueurs entières ou au dixième de centimètres. Mais elle ne permettra pas de reporter un nombre non décimal.
- **Un compas**, il permettra de tracer un cercle dont on connaît le centre et un point, ou de reporter une longueur déjà représentée sur la figure.
- **D'autres instruments**, le rapporteur et l'équerre peuvent aussi être utiles et utilisés dans certains cas assez rares. Nous verrons plus loin, comment faire pour tracer un angle droit à la règle et au compas plutôt qu'à l'équerre, ou tracer certains angles de mesures particulières.

De feuilles de papier blanc

En effet, il va vous falloir apprendre à tracer des parallèles et des perpendiculaires à la règle non graduée et au compas, sur papier blanc (il va de soit que « suivre les carreaux d'un quadrillage » n'est pas une construction valable pour un futur enseignant !).

III. Proposition d'utilisation de l'ouvrage

Nous avons voulu proposer des sujets les plus représentatifs possible afin de faire le tour de l'ensemble des compétences figurant au programme du collège, en gardant à l'esprit qu'il est parfois nécessaire d'approfondir certaines notions (la numération par exemple) en vue de leur enseignement en primaire.

Par ailleurs, bien que le programme du concours, largement repris par les masters préparant au métier de professeur des écoles, soit celui du collège, les exercices sont souvent d'un niveau plus élevé que celui demandé à un collégien. Les connaissances mises en œuvre sont bien de niveau collège, mais la façon de les organiser, le niveau de langage des énoncés, et la précision attendue des candidats ou des étudiants sont bien au-delà d'un niveau de fin de collège.

Une préparation spécifique est bien souvent nécessaire, même pour un étudiant scientifique.

Nous avons choisi de découper le programme en neuf grands thèmes, afin d'englober l'ensemble du programme. Dans chaque cours, vous trouverez les connaissances nécessaires pour résoudre les exercices qui suivent. Cependant, le titre du chapitre vous guidera pour connaître les outils mis en jeu dans l'exercice, ce qui peut faciliter grandement leur résolution.

Cette organisation en chapitres peut aussi vous permettre de vous organiser en master suivant les thèmes spécifiques abordés chaque semestre.

Nous vous proposons aussi le sujet zéro publié par le ministère, corrigé, que nous vous conseillons de « garder pour la fin ».

Avant de commencer tout travail, il vous faut impérativement lire les compétences figurant au programme du collège.

En complément, nous vous conseillons vivement de lire les documents d'accompagnement du programme (sur le même site que les programmes), qui éclairent grandement certaines compétences qui pourraient vous paraître confuses.

Si les exercices vous paraissent trop difficiles, vous pouvez aussi vous aider d'ouvrages de collège, qui vous permettront de retravailler les bases. Certains « exercices » en ligne peuvent vous aider pour tester vos connaissances et pratiquer les compétences de base au niveau collège.

Nous vous conseillons par exemple le site « mathenpoche² ».

Ensuite voici ce que nous vous conseillons :

² <http://mathenpoche.sesamath.net/>