

Table des matières

1	Éléments cinétiques	9
1.1	Description	9
1.1.1	Comment décrire qualitativement un système de points?	9
1.1.2	Qu'est-ce que la résultante cinétique d'un système?	10
1.1.3	Qu'est-ce que le moment cinétique d'un système en un point?	12
1.1.4	Qu'est-ce que l'énergie cinétique d'un système?	13
1.2	Référentiel barycentrique	14
1.2.1	Qu'est-ce que le barycentre d'un système?	14
1.2.2	Comment calcule-t-on le vecteur vitesse du barycentre?	15
1.2.3	Une autre expression de la résultante cinétique	16
1.2.4	Qu'est-ce que le référentiel barycentrique?	16
1.3	Grandeurs cinématiques dans \mathcal{R}_b	17
1.3.1	Comment calcule-t-on les vitesses dans le référentiel barycentrique?	17
1.3.2	Nullité de la résultante cinétique dans le référentiel barycentrique	18
1.3.3	Comment s'exprime le moment cinétique en G dans le référentiel barycentrique?	19
1.3.4	Comment s'exprime l'énergie cinétique dans le référentiel barycentrique?	19
1.4	Théorèmes de Kœnig (PCSI)	19
1.4.1	Quel est l'esprit des théorèmes de Kœnig?	20
1.4.2	Qu'est-ce que le premier théorème de Kœnig?	20
1.4.3	Qu'est-ce que le second théorème de Kœnig?	21
1.4.4	Comment peut-on vérifier les théorèmes de Kœnig dans un exercice de cinématique?	21
1.4.5	Recherche de configurations correspondant à résultante, moment, ou énergie cinétique donné(e).	23
2	Dynamique des systèmes	27
2.1	Forces intérieures, forces extérieures	27
2.1.1	Qu'est-ce qu'une force d'interaction?	27
2.1.2	Comment faire la distinction entre forces intérieures et forces extérieures?	28
2.1.3	Quelles sont les principales forces intérieures?	28
2.1.4	Le cas particulier de la force de cohésion du bipoint indéformable	29
2.2	Rappels de mécanique du point	30

2.2.1	Rappel des trois lois de Newton	30
2.2.2	Un autre rappel : comment faire de la mécanique en référentiel non galiléen ?	31
2.3	Théorème de la résultante cinétique	31
2.3.1	La nullité de la somme des forces intérieures	31
2.3.2	Expression de sa conséquence : le théorème de la résultante cinétique	31
2.3.3	Aspect méthodologique : pourquoi le théorème de la résultante cinétique n'est-il pas suffisant en mécanique des systèmes ?	32
2.4	Théorème de la résultante cinétique dans (\mathcal{R}_b)	33
2.4.1	Comment on pourrait énoncer le théorème...	33
2.4.2	... et pourquoi le théorème de la résultante cinétique dans (\mathcal{R}_b) n'a pas d'intérêt	33
2.5	Théorème du moment cinétique	34
2.5.1	Rappel : le théorème du moment cinétique en mécanique du point .	34
2.5.2	Nullité de la somme des moments en O des forces intérieures	34
2.5.3	Comment on exprime simplement la somme des moments des poids	35
2.5.4	Expression du théorème du moment cinétique pour un système . . .	36
2.5.5	Aspect méthodologique : l'écriture des lois qui régissent un problème de mécanique du point	37
2.6	Théorème du moment cinétique dans \mathcal{R}_b	38
2.6.1	Comment s'exprime le moment en G des forces d'inertie ?	38
2.6.2	Comment le théorème du moment cinétique s'exprime dans (\mathcal{R}_b) ? .	38
3	Grandeurs énergétiques	43
3.1	Théorème de la puissance cinétique	43
3.1.1	Non nullité de la puissance des forces intérieures	43
3.1.2	La puissance des forces intérieures est, cependant, indépendante du référentiel	44
3.1.3	Expression du théorème de la puissance cinétique	45
3.2	Théorème de l'énergie cinétique	47
3.2.1	Comment calcule-t-on le travail d'une force sur un système ?	47
3.2.2	Expression du théorème de l'énergie cinétique	49
3.3	Énergies potentielles	50
3.3.1	Comment détermine-t-on l'énergie potentielle des forces extérieures conservatives ?	50
3.3.2	Qu'est-ce que l'énergie potentielle d'interaction, et comment la détermine-t-on ?	51
3.4	Énergie mécanique	52
3.4.1	Qu'est-ce que l'énergie mécanique propre ?	52
3.4.2	Qu'est-ce que l'énergie mécanique généralisée ?	52
3.4.3	Théorème de l'énergie mécanique	53
3.4.4	Aspect méthodologique	54

4	Bipoint indéformable	57
4.1	Définition	57
4.1.1	Qu'est-ce qu'un bipoint indéformable?	57
4.1.2	Le cas particulier du bipoint indéformable dans un plan	57
4.2	Propriétés cinématiques	58
4.2.1	Comment peut-on décrire les mouvements de M_1 et M_2 dans le référentiel barycentrique?	58
4.2.2	Comment peut-on décrire le mouvement du bipoint dans un référentiel donné?	59
4.2.3	Comment s'expriment les vecteurs vitesse et résultante cinétique?	59
4.2.4	Comment s'exprime le moment cinétique dans (\mathcal{R}_b) ?	60
4.2.5	Comment s'exprime l'énergie cinétique dans (\mathcal{R}_b) ?	61
4.3	Théorèmes généraux	61
4.3.1	Aspect méthodologique : comment procéder à l'étude du bipoint indéformable?	61
4.3.2	Comment s'écrit le théorème de la résultante cinétique?	62
4.3.3	Comment s'écrit le théorème du moment cinétique dans (\mathcal{R}_b) ?	62
4.4	Étude complète	63
4.4.1	Le bipoint indéformable isolé	63
4.4.2	Le bipoint indéformable non isolé	65
4.4.3	Un pseudo-bipoint isolé : la machine d'Attwood	66
5	Forces centrales	69
5.1	Forces centrales conservatives	69
5.1.1	Qu'est-ce qu'un champ de forces conservatives?	69
5.1.2	Comment détermine-t-on le champ d'énergie potentielle associé à un champ de forces centrales conservatives?	71
5.2	Conservation du moment cinétique	72
5.2.1	Comment définit-on les deux vecteurs fondamentaux : vecteur moment cinétique en O et vecteur "cinématique"?	72
5.2.2	Comment peut-on établir la constance du moment cinétique ou de du vecteur cinématique et en déduire la loi de planéité du mouvement et la loi des aires?	73
5.2.3	Pourquoi on est amené à faire l'étude dans le repère cylindrique "naturel"?	74
5.3	Conservation de l'énergie mécanique	76
5.3.1	Quelle est l'expression de l'énergie mécanique?	76
5.3.2	Comment établit-on et utilise-t-on la conservation de l'énergie mécanique?	76
5.3.3	Aspect méthodologique du problème à force centrale	77
5.4	Énergie potentielle effective	77
5.4.1	Description de la démarche	77
5.4.2	Quelle est l'expression de l'énergie potentielle effective?	78
5.4.3	Comment utilise-t-on de l'énergie potentielle effective pour l'analyse de la trajectoire?	78

5.4.4	Comment définit-on et distingue-t-on un état lié et un état de diffusion ?	82
6	Interaction newtonienne	83
6.1	Champ de forces newtonien	83
6.1.1	Qu'est-ce qu'un champ newtonien ?	83
6.1.2	Les deux forces newtoniennes de référence	84
6.2	Établissement des lois algébriques	84
6.2.1	Quelle est la démarche adoptée ?	84
6.2.2	Un exemple de méthode : établissement des formules de Binet	85
6.2.3	Comment établir l'équation différentielle en u du mouvement ?	87
6.2.4	Résolution de l'équation différentielle : équation polaire de la trajectoire	87
6.2.5	Expression de l'énergie mécanique	88
6.3	Nature et propriétés des trajectoires	88
6.3.1	Premier cas : $e < 1$	89
6.3.2	Deuxième cas : $e = 1$	89
6.3.3	Troisième cas : $e > 1$	90
6.4	Aspects énergétiques	90
6.4.1	Comment détermine-t-on la nature de la trajectoire en raisonnant sur le signe de l'énergie mécanique ?	90
6.4.2	Quelle est l'interprétation physique du raisonnement sur le signe de E_m ?	91
6.4.3	Comment peut-on enfin faire l'analyse du mouvement en utilisant l'énergie potentielle effective ?	91
6.4.4	Comment calcule-t-on la vitesse de libération ?	94
6.5	Étude de l'orbite elliptique	94
6.5.1	Quelles sont les trois lois de Kepler et leurs principales conséquences ?	95
6.5.2	Comment exprime-t-on l'énergie mécanique dans le cas du satellite elliptique ?	97
6.5.3	Aspect méthodologique : comment peut-on organiser tous ces résultats dans un exercice ?	97
6.6	Le satellite en orbite circulaire	100
6.6.1	Comment peut-on établir très rapidement la "loi clé" ?	100
6.6.2	Quelles sont les lois de l'orbite circulaire ?	101
6.7	Transposition gravitationnel-électrique	102
6.7.1	Comment passe-t-on des lois gravitationnelles aux lois électriques lorsque les charges sont de signes contraires ?	103
6.7.2	Que se passe-t-il si les deux charges sont de même signe ?	103
7	Système isolé	107
7.1	Définition et rappels	107
7.1.1	Qu'est-ce qu'un système isolé de deux points matériels en interaction ?	107
7.1.2	Étude dans le référentiel barycentrique	108
7.2	Réduction du problème à deux corps	109
7.2.1	Comment peut-on ramener l'étude des deux corps isolés à celle d'un corps fictif unique ?	109

7.2.2	Comment retrouve-t-on les mouvements des deux corps à partir de celui du mobile fictif?	110
7.3	Le problème à deux corps	112
7.3.1	Qu'est-ce qu'un système à deux corps massifs isolés, à symétrie sphérique?	112
7.3.2	Comment appliquer les lois du problème à deux corps isolés dans ce cas?	112
7.3.3	Comment résout-on en pratique le problème à deux corps isolés en interaction gravitationnelle?	113
7.3.4	Comment, réciproquement, peut-on tirer des informations de l'observation d'un système à deux corps?	116