

Table des matières

*Amis, je me remets à travailler; j'ai pris
Du papier sur ma table, une plume, et j'écris.*

(Victor Hugo)

I.	Fondements du calcul des probabilités	11
I.1	Probabilité; conditionnement	11
I.2	Variables aléatoires et leur lois	19
I.3	Lois usuelles	27
I.4	Lemmes de Borel-Cantelli	37
I.5	Transformées de Laplace et de Fourier	39
I.6	Convergences des variables aléatoires	41
I.7	Loi des Grands Nombres	44
I.8	Théorème Central Limite	45
II.	Espérance conditionnelle	47
II.1	Espérance conditionnelle discrète	47
II.2	Autres propriétés de l'espérance conditionnelle	52
II.3	Projection orthogonale dans L^2	54
II.4	Extension à L^1	58
III.	Marches aléatoires sur \mathbb{Z}^d	59
III.1	Marches aléatoires et temps d'arrêt	59
III.2	Temps de retour en 0	65
III.3	Réurrence des marches aléatoires simples	68
III.4	Réurrence des autres marches aléatoires	70
III.5	Loi de l'Arcsinus pour la marche simple sur \mathbb{Z}	73
IV.	Chaînes de Markov	79
IV.1	La propriété de Markov	79
IV.2	Classification des états	89
IV.3	Mesures invariantes des chaînes finies	94
IV.4	Mesures et probabilités invariantes	98
IV.5	Ergodicité	104

V.	Martingales à temps discret	109
	V.1 Surmartingales et théorème d'arrêt	109
	V.2 Inégalités	112
	V.3 Convergence	115
VI.	Processus de Poisson	121
	VI.1 Processus de Poisson homogène réel	121
	VI.2 Autres processus de Poisson	131
VII.	Problèmes	133
	VII.1 Convergences faible dans L^2 et en loi	133
	VII.2 Loi des grands nombres et équirépartition	134
	VII.3 Loi du logarithme itéré	137
	VII.4 Grandes déviations	138
	VII.5 Lemme de Blackwell et tribu \mathcal{F}_T	141
	VII.6 Une file d'attente	141
	VII.7 Un exemple de chaîne de Markov finie	144
	VII.8 Un exemple de chaîne de Markov infinie	144
	VII.9 Un modèle markovien d'endémie	145
	VII.10 Un théorème limite quotient	146
	VII.11 Chaîne de Markov sur des configurations	148
	VII.12 Transition à puissance élémentaire	149
	VII.13 Chaîne de Markov à transition coercive	149
	VII.14 Méthode de Doeblin	150
	VII.15 Comparaison de deux chaînes de Markov	151
	VII.16 Chaîne de Markov induite	152
	VII.17 Chemin de ronde	154
	VII.18 Chaîne de Markov et réseau électrique	155
	VII.19 Opérateur associé à une transition	158
	VII.20 Potentiel d'équilibre	159
	VII.21 Optimisation markovienne	160
	VII.22 Image d'une matrice $I - P$	162
	VII.23 Semi-groupe d'une matrice $\Delta = P - I$	164
	VII.24 Théorème du renouvellement	165
	VII.25 Temps moyens d'atteinte et pseudo-inverse	166

VII.26	Processus de renouvellement sur \mathbb{N}	168
VII.27	Algorithme de Propp-Wilson	169
VII.28	Représentation déterministe d'une chaîne	171
VII.29	Asymptotique de temps d'atteinte	172
VII.30	Chaîne de Markov à boucles effacées	174
VII.31	Décomposition de Riesz	176
VII.32	Décomposition de Krickeberg	177
VII.33	Variables échangeables	177
VII.34	Trou spectral et intégrabilité exponentielle	179
VIII.	Solutions des exercices	181
VIII.1	Réponses à certains exercices du chapitre I	181
VIII.2	Solutions des exercices du chapitre III	189
VIII.3	Solutions des exercices du chapitre IV	202
VIII.4	Solutions des exercices du chapitre V	232
VIII.5	Solutions des exercices du chapitre VI	248
IX.	Corrigés des problèmes	259
X.	Index des notations, figures et termes	339
X.1	Notations générales	339
X.2	Autres notations	340
X.3	Table des figures	341
X.4	Terminologie	342
	Bibliographie	345

*Livre salutaire
 Où le cœur s'emplit!
 Où tout sage austère
 Travaille et pâlit!
 Dont le sens rebelle
 Parfois se révèle!
 Pythagore épèle
 Et Moïse lit!
 (Victor Hugo)*