

Table des matières

1	Logique	9
1.1	Connecteurs logiques	10
1.1.1	Négation	12
1.1.2	Disjonction et conjonction	13
1.1.3	Implication	18
1.1.4	Équivalence	19
1.2	Quantificateurs	20
1.3	Raisonnements	24
1.3.1	Raisonnement direct ou par l'absurde	24
1.3.2	Raisonnement par disjonction de cas	25
1.3.3	Pour prouver des implications ou des équivalences	26
1.3.4	Raisonnement par récurrence	27
1.4	Exercices	27
1.5	Solution des exercices	28
2	Théorie des ensembles	33
2.1	Définitions et opérations sur les ensembles	33
2.2	Applications	42
2.3	Relations binaires	57
2.3.1	Relations d'ordre	58
2.3.2	Relations d'équivalence	63
2.4	Dénombrement et cardinalité	67
2.4.1	Ensembles finis	67
2.4.2	Ensembles infinis	74
2.5	Exercices	78
2.5.1	Ensembles	78
2.5.2	Applications	78
2.5.3	Relations binaires	78
2.5.4	Dénombrement et cardinalité	79
2.5.5	Problèmes corrigés	79

2.6	Solution des exercices	80
2.7	Solution des problèmes corrigés	86
3	Introduction à l'algèbre générale	89
3.1	Lois de composition	89
3.1.1	Lois de composition internes	89
3.1.2	Associativité et commutativité	90
3.1.3	Élément neutre	92
3.2	Groupes	93
3.3	Sous-groupes	99
3.3.1	Définitions et exemples	99
3.3.2	Intersection, union et produit	102
3.3.3	Sous-groupe engendré par une partie	104
3.4	Morphismes	108
3.4.1	Définitions et premiers résultats	108
3.4.2	Image et noyau d'un morphisme de groupes	110
3.4.3	Groupe des automorphismes d'un groupe	113
3.5	Anneaux	114
3.5.1	Structure d'anneau	114
3.5.2	Anneau intègre	117
3.5.3	Groupe des éléments inversibles d'un anneau	117
3.6	Corps	118
3.7	Exercices	119
3.8	Problèmes corrigés	120
3.9	Solution des exercices	121
3.10	Solution des problèmes corrigés	124
4	Corps des réels \mathbb{R}	131
4.1	Bornes supérieures, bornes inférieures	133
4.2	Valeur absolue	137
4.3	Partie entière	140
4.4	Densité	142
4.5	Exercices	145
4.6	Problèmes corrigés	146
4.7	Solution des exercices	147
4.8	Solution des problèmes corrigés	150
5	Suites réelles	157
5.1	Définitions et propriétés de base	157
5.2	Limite et convergence	159
5.2.1	Convergence d'une suite	159

5.2.2	Opérations usuelles sur les limites	161
5.2.3	Divergence d'une suite vers l'infini	165
5.2.4	Suites extraites	167
5.2.5	Moyenne de Cesàro	170
5.3	Théorèmes de convergence	173
5.3.1	Théorèmes de comparaison	173
5.3.2	Théorème de la limite monotone	174
5.3.3	Suites adjacentes	176
5.4	Relations de comparaison	177
5.5	Suites définies par une relation de récurrence	181
5.5.1	Suites arithmétiques et suites géométriques	181
5.5.2	Suites récurrentes et applications continues	184
5.6	Exercices	189
5.6.1	Suites extraites	189
5.6.2	Applications du Théorème de Cesàro et Généralisations	189
5.6.3	Application des suites adjacentes	190
5.6.4	Suites récurrentes	190
5.6.5	Relations de comparaison	191
5.7	Problèmes corrigés	191
5.8	Solution des exercices	193
5.9	Solution des problèmes corrigés	202