

Table des matières

Remerciements	9
Introduction	11
1 Espace vectoriel, affine, projectif	13
1.1 Espace vectoriel	13
1.2 Espace vectoriel euclidien	15
1.3 Produits usuels	15
1.3.1 Produit scalaire usuel $\vec{\cdot}$	15
1.3.2 Produit vectoriel dans \mathcal{E}_3	16
1.3.3 Produit mixte	17
1.4 Espace affine	18
1.5 Espace projectif	21
1.5.1 Définition et généralités	21
1.5.2 Complexification de l'espace affine \mathcal{E}_3	22
1.5.3 Fermeture projective de l'espace affine \mathcal{E}_3	22
2 Applications linéaires	23
2.1 Endomorphismes	23
2.1.1 Définitions et généralités	23
2.1.2 Projections, affinités et symétries vectorielles	25
2.1.3 Rotations vectorielles	28
2.1.4 Homothéties vectorielles	28
2.2 Ecriture matricielle	29
2.2.1 Généralités	29
2.2.2 Le cas du plan vectoriel $\vec{\mathcal{P}}$	31
2.2.3 Le cas de l'espace vectoriel $\vec{\mathcal{E}}_3$	34
2.2.4 Matrice de changement de base	38
3 Applications affines	41
3.1 Définition d'une application affine	41
3.2 Projection affine	42
3.3 Transformations affines	43
3.3.1 Définition commune au plan et à l'espace	44

3.3.2	Rotations et affinités orthogonales planes	46
3.3.3	Rotations et affinités orthogonales dans l'espace	50
3.4	Isométrie affine	55
4	Courbes planes et gauches	57
4.1	Définitions et propriétés	57
4.2	Courbes planes	60
4.2.1	Droites	62
4.2.2	Coniques euclidiennes	65
4.2.3	Les courbes de Lamé et les superellipses	84
4.2.4	Courbure et cercle osculateur	85
4.3	Courbes gauches	90
5	Généralités sur les Surfaces	91
5.1	Surfaces paramétriques	91
5.2	Surfaces implicites	92
5.3	Gradient et normale	93
5.3.1	Cas d'une surface paramétrique	93
5.3.2	Cas d'une surface implicite	93
5.3.3	Synthèse	94
5.4	Surfaces orientables	94
5.5	Surfaces parallèles	96
5.6	Propriétés métriques	97
5.6.1	Première forme fondamentale	97
5.6.2	Seconde forme fondamentale	98
5.6.3	Directions principales et courbures	98
5.6.4	Surfaces minimales	100
5.7	Surfaces de révolution	100
5.8	Trièdre de Darboux-Ribaucour	101
5.9	Surfaces anallagmatiques	101
5.10	Conclusion	102
6	Plans, quadriques	103
6.1	Plans affines	103
6.2	Surfaces quadriques	106
6.2.1	Définition	106
6.2.2	Quadriques de rang 3	107
6.2.3	Quadriques dégénérées	109
6.2.4	Les quadriques de révolution d'axe (Oz)	111
6.2.5	Sphères orthogonales	112

7 Applications projectives	115
7.1 Transformations affines	115
7.1.1 Définition des coordonnées homogènes dans $\widehat{\mathcal{E}}_3$	115
7.1.2 Transformations affines	116
7.2 Transformations projectives dans $\widehat{\mathcal{E}}_3$	118
7.2.1 Définitions	118
7.2.2 Matrice d'une transformation projective dans $\widehat{\mathcal{E}}_3$	119
7.3 Inversion dans un espace affine	120
7.3.1 Généralités	120
7.3.2 Cercles et inversion dans le plan complexe	123
8 Cyclides, supercyclides	125
8.1 Les cyclides	125
8.2 Les cyclides de Dupin quartiques	126
8.2.1 Modes de génération et définitions	126
8.2.2 Equations des cyclides de Dupin de degré 4 dans \mathcal{E}_3	127
8.2.3 Cyclides de Dupin quartiques particulières	128
8.2.4 Les cyclides de Dupin quartiques notées CD4	132
8.2.5 Les cyclides de Dupin cubiques	162
8.3 Les supercyclides	162
8.3.1 Généralités	162
8.3.2 Equations implicites des supercyclides quartiques	163
8.4 SE4	166
8.4.1 Définition et équations	166
8.4.2 Ellipses principales des SE4s	168
8.4.3 Propriétés différentielles du premier ordre des SE4s	170
9 Surfaces non algébriques	173
9.1 Superquadriques	173
9.1.1 Historique	173
9.1.2 Les différentes superquadriques	173
9.1.3 Les superquadriques algébriques de révolution	175
9.2 Caténoïde	181
9.3 Pseudosphère	184
10 Les deux types de jointures	185
10.1 Définitions des deux types de jointures	185
10.2 Exemples	186
11 Courbes de Bézier et hermitiennes	189
11.1 Polynômes de Bernstein	189
11.2 Courbes polynômiales	191
11.2.1 Courbe de Bézier polynômiale	191
11.2.2 Courbe de Bézier quadratique et arc de parabole	192

11.2.3	Courbes hermitiennes cubiques	194
11.3	Polynomial \rightarrow rationnel	196
11.4	CBRQ	197
11.4.1	Définition	197
11.4.2	CBRQ sous forme (quasi) standard	199
11.4.3	Modélisation d'arcs d'ellipses	199
11.5	Villarceau sur CD4	214
12	CBRB	215
12.1	Définition	215
12.2	Propriétés des CBRBs	216
12.3	CBRQs sur CBRB	221
13	Jointure - CD4	223
13.1	Méthode classique	223
13.2	Principe de nos algorithmes	224
13.3	Cylindre (révolution)- plan	225
13.4	Surface (révolution) - plan	228
13.4.1	L'algorithme	229
13.4.2	Exemples	231
13.5	Jointure Cône-cylindre-sphère	232
13.5.1	Jointure sphère-cylindre par une CD4	233
13.5.2	Jointure cône-cylindre par une CD4	236
13.5.3	Jointure cône-sphère	239
13.6	Cas des quadriques non naturelles	241
13.6.1	Le problème et le choix du repère	242
13.6.2	Mise en équation et solution algébrique	244
13.6.3	Applications	245
13.7	Exemples d'objets modélisés	247
13.7.1	Une antenne satellite	247
13.7.2	Hugo	251
14	Jointures - SE4	255
14.1	Travail à réaliser	255
14.2	Construction de type poteau	258
14.3	Construction de type récipient	263
15	CD4 \rightarrow CBRB	269
15.1	Historique	270
15.1.1	Algorithme de conversion de M. Pratt	270
15.1.2	Algorithme de conversion de K. Ueda	272
15.2	Améliorations de l'algorithme de M. Pratt	273
15.2.1	Modification des poids	274
15.2.2	Utilisation de transformations affines	275

15.2.3	Combinaison des algorithmes	278
15.3	Algorithme barycentrique	279
15.4	Ueda et barycentre	282
15.5	Comparaison des algorithmes	285
15.5.1	Conversion d'un carreau de CD4	286
15.5.2	Conversion de toute une CD4	286
15.6	CD4 de jointure	289
15.6.1	Jointure de type poteau	290
15.6.2	Jointure de type récipient	291
15.7	Conversion de SE4 en CBRBs	292
15.8	Jointure G^1 de deux CBRBs	293
16	CBRB \rightarrow CD4	295
16.1	Caractérisation d'une CD4	295
16.1.1	Si deux cercles opposés sont parallèles et non principaux . .	295
16.1.2	Si les cercles opposés ne sont pas parallèles deux à deux . .	296
16.2	Construction du CBRB	297
16.3	Algorithmes de conversion	297
16.3.1	Construction d'un CBRB non convertible en CD4	297
16.3.2	Construction d'un CBRB convertible en CD4	300
	Annexe Notations	307
	Bibliographie	309
	Index	313