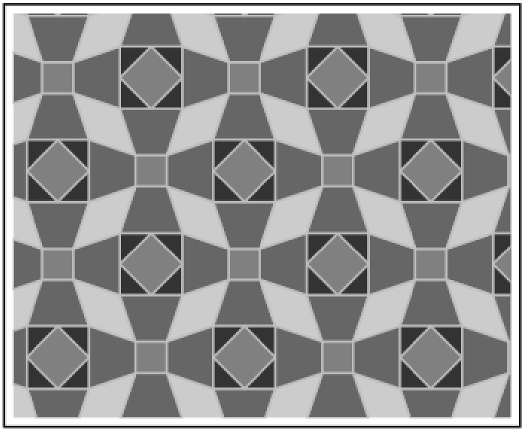
Les isométries usuelles à découvrir

En géométrie, une *isométrie* est une transformation géométrique du plan qui conserve les longueurs : la distance entre deux points d'une figure est la même qu'entre les deux points associés sur l'image de la figure.

Familiarisons-nous avec les quatre isométries que nous utiliserons dans les pages suivantes :

- les translations ;
- les réflexions ;
- les symétries centrales ;
- les rotations.



Cette mosaïque se trouve dans la Basilique Saint-Marc de Venise.

Translation

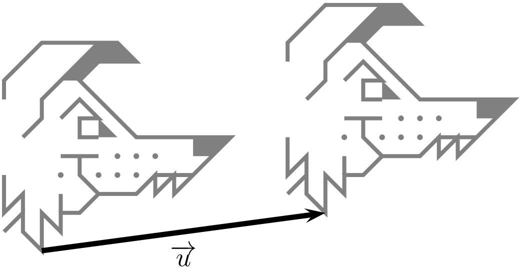
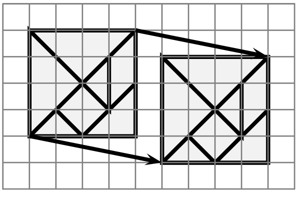
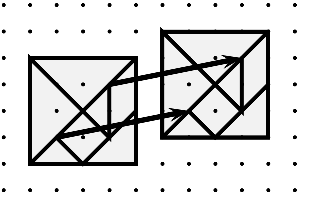


FIGURE 1 – Principe d'une translation de **vecteur** $\vec{u}$

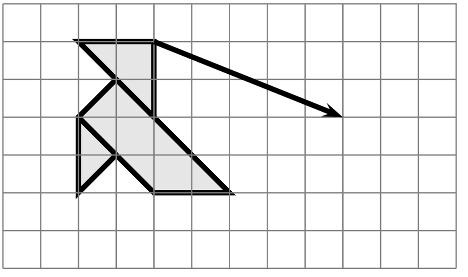
Intuitivement, une translation correspond à un glissement.

Un réseau quadrillé ou pointé facilite les constructions :

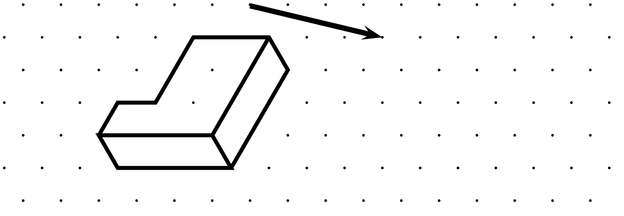




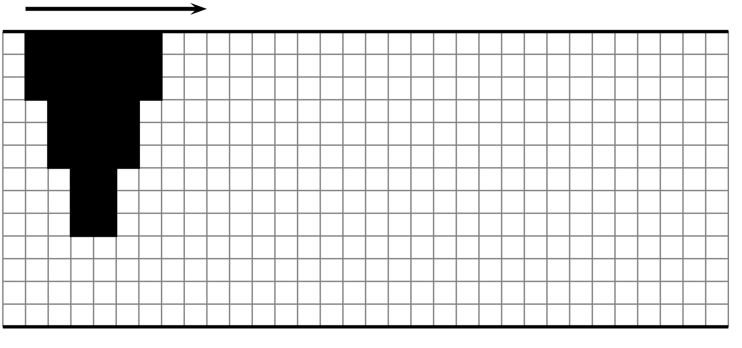
✏ **Dessin 1** Dessinez la cocotte image par la translation proposée :



✏ **Dessin 2** Dessinez l'image par la translation donnée :



✏ **Dessin 3** Dessinez l'image du motif par translations successives :



Le résultat obtenu est un dallage visible à Notre-Dame de Fourvière (Lyon).

Réflexions (*ou* symétries axiales)

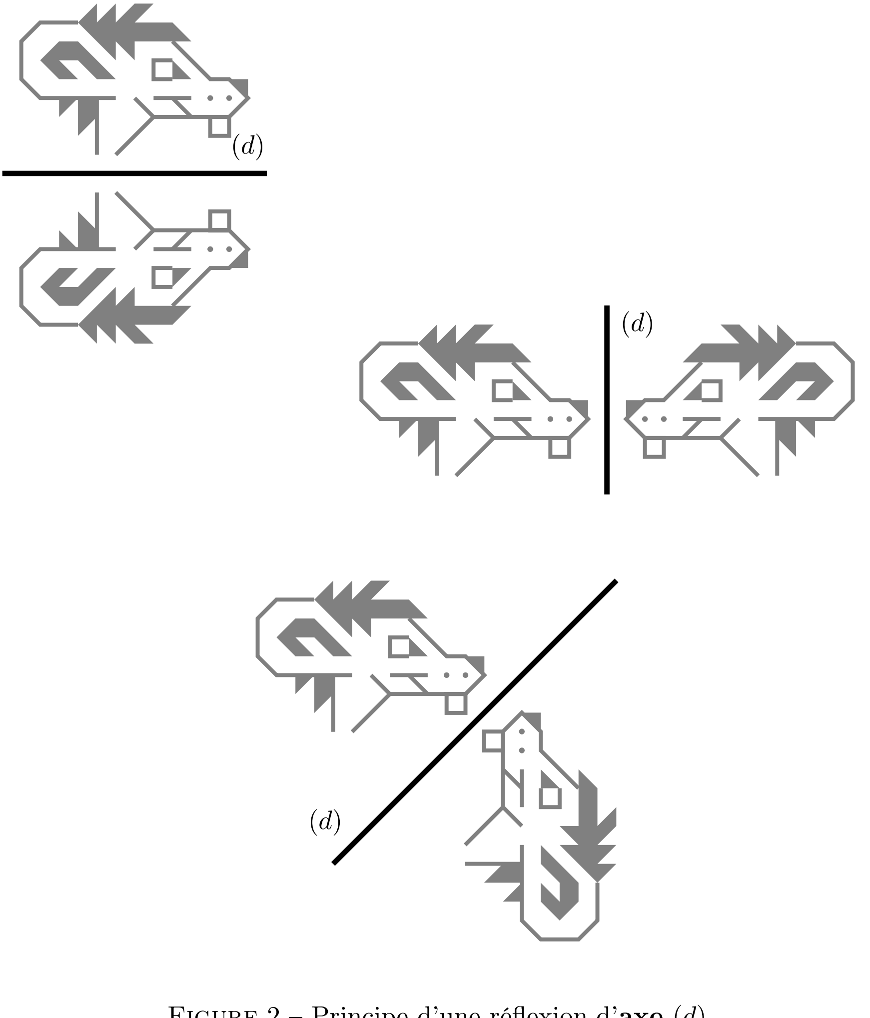
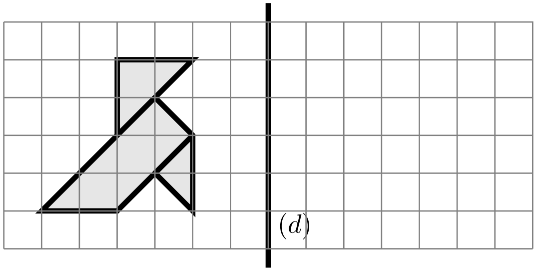
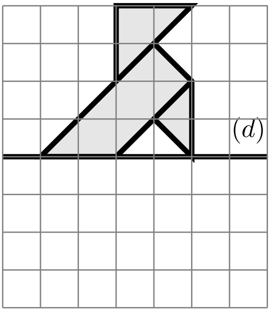
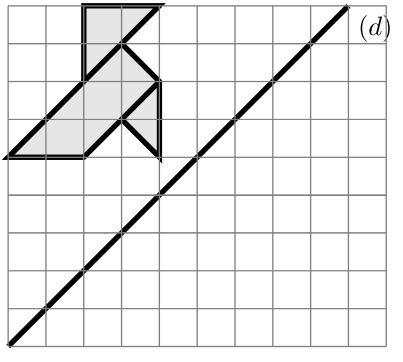


FIGURE 2 – Principe d'une réflexion d'**axe** (d)

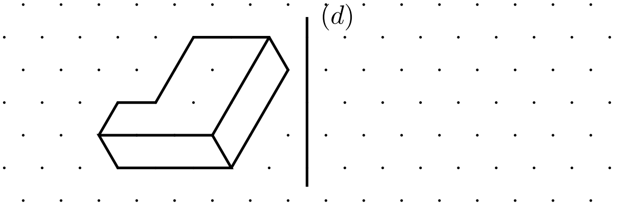
✏ **Dessin 4** Dessinez l'image par la symétrie axiale d'axe donné :



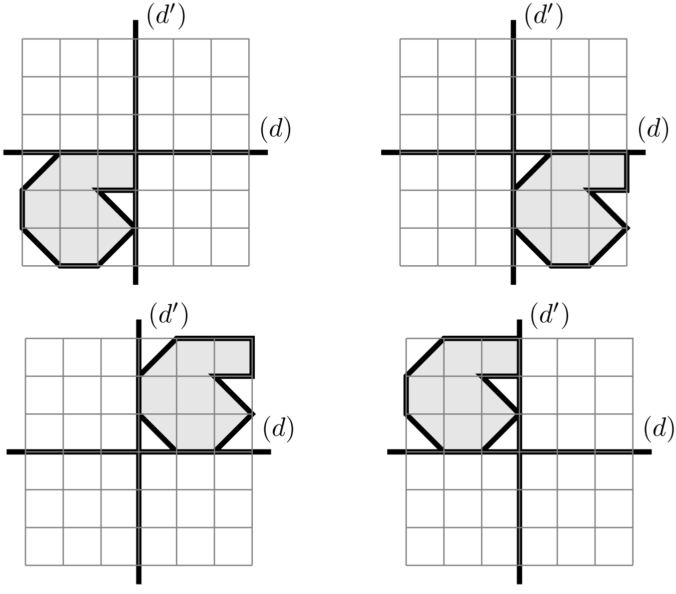




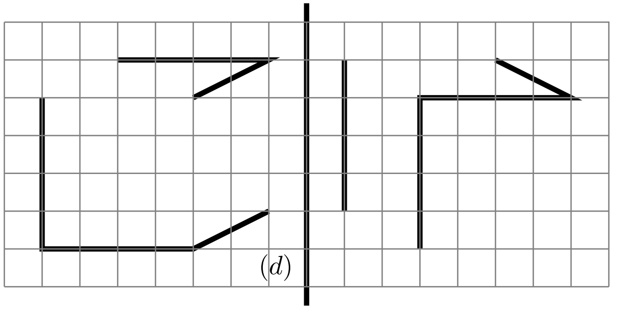
✏ **Dessin 5** Dessinez l'image par la symétrie axiale d'axe donné :



✏ **Dessin 6** Déterminez les napperons solutions après avoir effectué les deux réflexions proposées :



✏ **Dessin 7** Complétez la figure pour qu'elle soit *globalement* symétrique par rapport à (d), avec un *minimum* de tracés :



Symétries centrales (*ou* demi-tours)

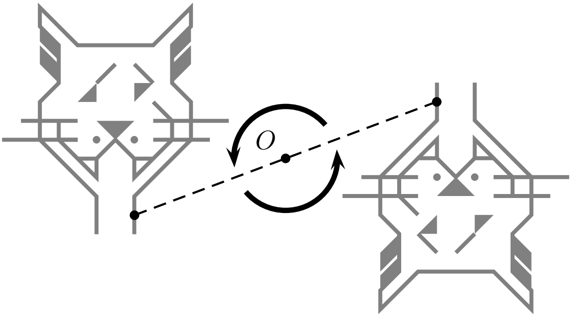
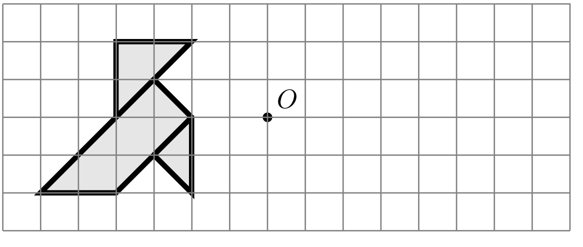
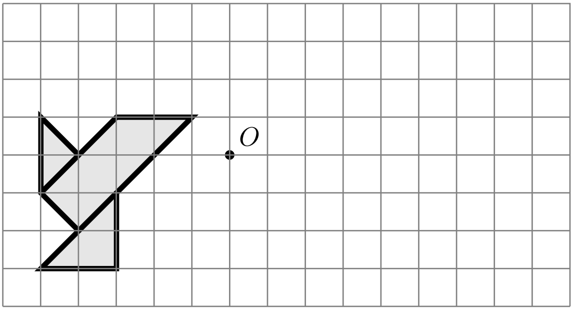


FIGURE 3 – Principe d'une symétrie centrale de **centre** O

✏ **Dessin 8** Dessinez la cocotte image par la symétrie de centre O :



✏ **Dessin 9** Dessinez la cocotte image par la symétrie de centre O :



Rotations

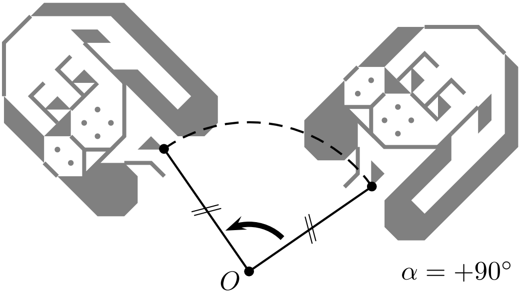
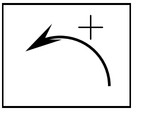
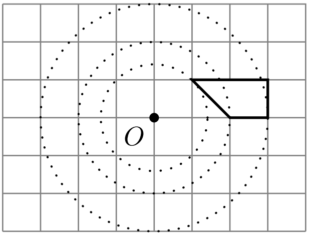


FIGURE 4 – Principe d'une rotation de **centre** O et d'**angle** α



Convention. Les angles sont orientés. Lorsque l'on tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, la mesure de l'angle est positive. Sinon, elle est négative.

✏ Dessin 10

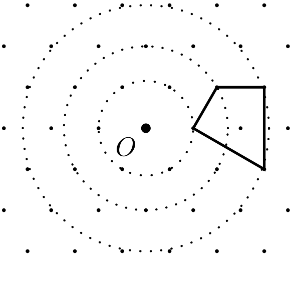


En vous servant du quadrillage et des cercles en pointillés, dessinez l'image du motif par une rotation de centre O,

- d'angle $+90°$ (image ①) ;
- d'angle $-45°$ (image ②)

Lorsque la mesure de l'angle est un multiple entier de 60°, on peut utiliser alors un réseau triangulaire, dont les points sont les sommets de triangles équilatéraux (de mesure d'angle à la base 60°).

✏ Dessin 11



Dessinez de même l'image du motif par une rotation de centre O,

- d'angle $+60°$ (image ①) ;
- d'angle $+120°$ (image ②) ;
- d'angle $-60°$ (image ③).