Chapitre 1 Outils mathématiques

1 Dans un triangle...

A) Le cosinus d'un angle correspond au rapport de la longueur du côté adjacent sur l'hypoténuse.

B) Le cosinus d'un angle correspond au rapport de la longueur du côté opposé sur l'hypoténuse.

C) Le sinus d'un angle correspond au rapport de la longueur du côté adjacent sur l'hypoténuse.

D) Le sinus d'un angle correspond au rapport de la longueur du côté opposé sur l'hypoténuse.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

2 À propos de la tangente d'un angle θ...

A) $\tan\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

B) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

C) La dimension de $tan\theta$ est la même que celle de $\cos\theta$ ou $\sin\theta$.

D) La dimension de $tan\theta$ est différente de celle de $\cos\theta$ ou $\sin\theta$.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

3 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

B) $\sin(\alpha+\beta) = \cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha$

C) $\sin(\alpha-\beta) = -\cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha$

D) $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\alpha$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

4 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\cos(x-\frac{\pi}{2}) = \sin(x)$

B) $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos(x)$

C) $\cos(x+\frac{\pi}{2}) = \sin(x)$

D) $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos(x)$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

5 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\cos(-x) = \cos(x)$

B) $\sin(-x) = \sin(x)$

C) $\cos(\pi - x) = \cos(x)$

D) $\sin(\pi - x) = \sin(x)$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

6 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

B) $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

C) $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

7 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$

B) $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C) $\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{6}$

D) $\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

8 À propos des dérivées suivantes...

A) $\frac{d(\cos\theta)}{d\theta} = \sin\theta$

B) $\frac{d(\cos\theta)}{d\theta} = -\sin\theta$

C) $\frac{d(\sin\theta)}{d\theta} = \cos\theta$

D) $\frac{d(\sin\theta)}{d\theta} = -\cos\theta$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

9 À propos des intégrales suivantes...

A) $\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \cdot d\theta = \sin(\theta_2) - \sin(\theta_1)$

B) $\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \cdot d\theta = -\sin(\theta_2) + \sin(\theta_1)$

C) $\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = \cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)$

D) $\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = -\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

10 Trouvez les bons développements parmi les formules suivantes.

A) $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

B) $\cos^2\theta = 1 + \sin^2\theta$

C) $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

D) $\cos(2\theta) = \sin^2\theta - \cos^2\theta$

E) $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

11 Soient les deux vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$

A) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i}$

B) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = -\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$

C) $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i}$

D) $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = -\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

12 Soient les trois vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

A) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$

B) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} - \overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$

C) $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$

D) $-\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

13 À propos du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ qui forment un angle θ :

A) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|\cos\theta$

B) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|\sin\theta$

C) Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ perpendiculaires, alors le produit scalaire est nul.

D) Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ perpendiculaires, alors le produit scalaire $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|$.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

14 À propos de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

A) S'ils forment un angle obtus, alors leur produit scalaire est négatif.

B) S'ils forment un angle obtus, alors leur produit scalaire est positif.

C) S'ils sont colinéaires de même sens, alors $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|$

D) S'ils sont colinéaires de sens opposés, alors $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = -\|\overrightarrow{u}\|\|\overrightarrow{v}\|$.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

15 On se place dans un repère cartésien et on s'intéresse à trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

A) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$

B) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = u_x v_y + u_y v_z + u_z v_x$

C) $\overrightarrow{w}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = w_x(u_x + v_x) + w_y(u_y + v_y) + w_z(u_z + v_z)$

D) $\overrightarrow{w}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = w_y(u_x + v_x) + w_z(u_y + v_y) + w_x(u_z + v_z)$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

16 Soient les 3 vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{w} = \vec{j} - 2\vec{k}$, où $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires de $\mathbb{R}^3$.

A) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 2$

B) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 1$

C) $\overrightarrow{w}.\overrightarrow{u} = -1$

D) $\overrightarrow{w}.\overrightarrow{v} = -1$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

17 (1) Soient M un point dans un repère cartésien en deux dimensions, et r est la norme du vecteur $\overrightarrow{OM}$. On note $\theta = \left(\overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{OM}\right)$.

A) $x = r\cos\theta$

B) $x = r\sin\theta$

C) $y = r\sin\theta$

D) $y = r\cos\theta$

E) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

18 (2) Soit $\vec{e}_r$ le vecteur unitaire colinéaire à $\overrightarrow{OM}$.

A) $\overrightarrow{e}_r = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$.

B) $\overrightarrow{e}_r = \frac{\|\overrightarrow{OM}\|}{\overrightarrow{OM}}$.

C) $\overrightarrow{OM} = r\ \overrightarrow{e}_r$

D) $\overrightarrow{OM} = -r\ \overrightarrow{e}_r$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

19 En repère cartésien, à propos du gradient d'une fonction $\overrightarrow{grad}f$:

A) $df = \overrightarrow{grad}f.\overrightarrow{dl}$

B) $\overrightarrow{grad}f = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$

C) $\overrightarrow{grad}f = \overrightarrow{e}_x + \overrightarrow{e}_y + \overrightarrow{e}_z$

D) $\overrightarrow{grad}f = \frac{\partial f}{\partial x}\overrightarrow{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\overrightarrow{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{e}_z$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

20 Soit $\vec{F}$ un champ de vecteurs qui peut être défini par un potentiel scalaire V tel que : $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}V$.

A) On déduit alors que $\overrightarrow{F}$ dépend du chemin suivi.

B) On déduit alors que $\overrightarrow{F}$ ne dépend pas du chemin suivi.

C) Dans un repère polaire (O, r, θ), si $\overrightarrow{F}$ dépend de la seule variable r, alors $V = \frac{d\overrightarrow{F}}{dr}\ \overrightarrow{e}_r$.

D) Dans un repère polaire (O, r, θ), si $\overrightarrow{F}$ dépend de la seule variable r, alors $V = -\frac{d\overrightarrow{F}}{dr}\ \overrightarrow{e}_r$.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

21 On définit $y = 2e^{2x}$. Si y est une solution d'une équation différentielle homogène à coefficients constants, alors :

A) $\frac{dy}{dx} - 2y = 0$

B) $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

C) $-\frac{1}{2}\frac{dy}{dx} + y = 0$

D) $-\frac{1}{2}\frac{dy}{dx} - y = 0$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

22 (1) On définit la fonction $y(t) = Ae^{rt}$, où A et r sont des constantes.

A) y est toujours solution d'équations différentielles homogènes à coefficients constants.

B) y n'est qu'une solution particulière d'équations différentielles homogènes à coefficients constants.

C) A est déterminée par les conditions initiales du système.

D) A est déterminée au moment de la résolution *générale* de l'équation différentielle.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

23 (2) On considère le cas des équations différentielles homogènes. À propos de l'équation caractéristique :

A) Elle permet de trouver r.

B) Elle permet d'exprimer A.

C) L'équation caractéristique est nécessaire pour trouver la solution *générale* de l'équation différentielle.

D) L'équation caractéristique est nécessaire pour trouver la solution *particulière* de l'équation différentielle.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

24 (3) En reprenant l'équation différentielle homogène du premier ordre trouvée au QCM 21, trouver la bonne équation caractéristique sachant qu'ici $y(t) = Ae^{rt}$.

A) $r = 2$

B) $r = -2$

C) $r = \frac{1}{2}$

D) $r = -\frac{1}{2}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

25 (4) On prend comme condition initiale $y(0) = \frac{y_0}{2}$. Trouvez la solution particulière de l'équation différentielle à partir des réponses précédentes.

A) $y(t) = y_0 e^{2t}$

B) $y(t) = y_0 e^{t/2}$

C) $y(t) = -y_0 e^{2t}$

D) $y(t) = -y_0 e^{t/2}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

26 On note $y_{general}$ la solution générale sans second membre $y_{particulier}$ la solution particulière avec second membre. À propos des équations différentielles non homogènes à coefficients constants :

A) $y(t) = Ae^{rt}$ permet toujours d'obtenir la solution générale.

B) La solution est $y = y_{general}$

C) La solution est $y = y_{particulier}$

D) La solution est $y = y_{general} + y_{particulier}$

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

27 Soit l'équation différentielle non homogène $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{3}y = 5$. On indique $y(0) = y_0$.

A) $y(x) = y_0 e^{-x/3}$

B) $y(x) = (y_0 - 15)e^{-x/3} + 15$

C) $y(x) = 5$

D) $y(x) = (y_0 - 5)e^{x/3}$

E) $y(x) = (y_0 - 15)e^{x/3}$

28 (1) Soit l'équation différentielle homogène du second ordre $\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$, où ω_0 est la pulsation propre. Trouvez la solution de l'équation caractéristique.

A) $r = i\omega_0$

B) $r = -i\omega_0$

C) $r = i\omega_0$ ou $r = -i\omega_0$

D) $r = \omega_0^2$

E) $r = -\omega_0^2$

29 (2) Quelle est la solution générale ?

A) $y = Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t}$, où A et B sont deux constantes.

B) $y = C\cos(\omega_0 t + \phi)$, où ϕ est la phase initiale.

C) $y = Ke^{-\mu x}\cos(\omega_0 t + \phi)$, où μ est une constante d'atténuation par unité de longueur.

D) $y = Ae^{\omega_0 t}$

E) $y = Ae^{-\omega_0 t}$

30 Soit l'équation différentielle $\frac{1}{25}\frac{d^2y}{dt^2} + y = 5$. On nous indique que la phase initiale est nulle.

A) La pulsation propre vaut 5.

B) La pulsation propre vaut 25.

C) La solution est $y = C\cos(5t) + 5$.

D) La solution est $y = Ae^{25t} + 5$.

E) Aucune des propositions précédentes n'est exacte.

Correction - Outils mathématiques

N° du QCM	A	B	C	D	E
1	X			X	
2		X	X		
3		X	X	X	
4	X	X		X	
5	X			X	
6	X		X		
7	X	X		X	
8		X	X		
9	X			X	
10	X		X		X
11	X			X	
12		X	X	X	
13	X		X		
14	X		X	X	
15	X		X		
16		X		X	
17	X		X		X
18	X		X		
19	X			X	
20		X		X	
21	X		X		
22	X		X		
23	X		X	X	
24	X				
25					X
26	X			X	
27		X			
28			X		
29	X	X			
30	X		X		