

## TABLE DES MATIERES

Avant-propos . . . . .	9
<b>Chapitre premier. Espace vectoriel complexe . . . . .</b>	<b>13</b>
§ 1. Dépendance et indépendance linéaires. Rang d'une famille de vecteurs . . . . .	14
§ 2. Bases et dimension des espaces. Espaces isomorphes . . . . .	19
§ 3. Sous-espaces . . . . .	23
§ 4. Espace quotient. Homomorphismes. Alternative de Fredholm . . . . .	29
§ 5. Opérations avec les homomorphismes . . . . .	36
§ 6. Fonctionnelles linéaires. Orthogonalité. Systèmes biorthogonaux . . . . .	45
§ 7. Homomorphisme adjoint et théorie de Fredholm . . . . .	50
§ 8. Fonctionnelles bilinéaires et produits tensoriels . . . . .	53
§ 9. Dual complexe. Homomorphismes hermitiens . . . . .	58
§ 10. Théorie générale de l'orthogonalité . . . . .	61
§ 11. Topologie . . . . .	63
§ 12. Théorie des limites. Séries. Eléments de l'analyse infinitésimale . . . . .	67
<b>Chapitre II. Opérateurs linéaires dans un espace vectoriel complexe . . . . .</b>	<b>77</b>
§ 1. Algèbre des opérateurs linéaires . . . . .	77
§ 2. Valeurs propres et vecteurs propres d'un opérateur linéaire. Sous-espaces invariants . . . . .	82
§ 3. Sous-espaces de racine. Théorème spectral fondamental . . . . .	88
§ 4. Théorème de Jordan. Classification des opérateurs . . . . .	94
§ 5. Résolvante et calcul opérationnel . . . . .	100
§ 6. Opérateurs commutants. Fonctions d'opérateur . . . . .	107
§ 7. Trace d'un opérateur. Commutants . . . . .	112
§ 8. Projecteurs et décomposition de l'unité . . . . .	115
§ 9. Eléments de la théorie des perturbations . . . . .	121
§ 10. Déterminant de l'opérateur. Commutants de groupe . . . . .	123
<b>Chapitre III. Fonctionnelles bilinéaires et bilinéaires hermitiennes. Espace unitaire. Opérateurs dans un espace unitaire . . . . .</b>	<b>126</b>
§ 1. Fonctionnelles bilinéaires et quadratiques . . . . .	126

§ 2. Fonctionnelles bilinéaires hermitiennes et quadratiques. Loi d'inertie . . . . .	131
§ 3. Espace unitaire . . . . .	135
§ 4. Opérateur adjoint. Sous-espaces orthogonalement réduisibles . . . . .	145
§ 5. Théorie spectrale des opérateurs autoadjoints. Algèbre des orthoprojecteurs . . . . .	148
§ 6. Théorie spectrale des opérateurs unitaires. Transformation de Cayley. Représentation polaire d'un opérateur . . . . .	154
§ 7. Théorie spectrale des opérateurs normaux . . . . .	159
§ 8. Propriétés extrémales des valeurs propres d'un opérateur autoadjoint . . . . .	161
§ 9. Théorème de Schur. Nombres singuliers ( <i>s</i> -nombres) des opérateurs . . . . .	164
§ 10. Ensemble hausdorffien d'un opérateur . . . . .	167
 <i>Chapitre IV. Espaces normés. Fonctionnelles et opérateurs dans les espaces normés</i> . . . . .	170
§ 1. Norme, distance, topologie . . . . .	170
§ 2. Semi-normes et normes induites . . . . .	174
§ 3. Ensembles absolument convexes et semi-normes. Semi-normes généralisées . . . . .	177
§ 4. Théorie de Hahn-Banach . . . . .	179
§ 5. Isométrie, universalité, injection . . . . .	183
§ 6. La meilleure approximation . . . . .	186
§ 7. Ecart entre deux sous-espaces. Espace métrique de sous-espaces . . . . .	189
§ 8. Opérateurs isométriques et contractions. Théorie ergodique . . . . .	194
§ 9. Norme et rayon spectral d'un opérateur . . . . .	198
§ 10. Normes dans l'espace des opérateurs . . . . .	201
§ 11. Inégalités entre les normes des puissances d'un opérateur . . . . .	205
 <i>Chapitre V. Algèbre multilinéaire et extérieure</i> . . . . .	207
§ 1. Applications multilinéaires et tenseurs . . . . .	207
§ 2. Tenseurs symétriques et antisymétriques. Théorie des déterminants . . . . .	211
§ 3. Produits extérieurs et formes extérieures . . . . .	214
§ 4. Puissances tensorielles et extérieures d'un opérateur . . . . .	219
§ 5. Volume d'une famille de vecteurs. Existence de la base d'Auerbach . . . . .	221
§ 6. Normes dans les produits tensoriels d'espaces . . . . .	224
§ 7. Polynômes et séries entières formels de plusieurs variables . . . . .	225
 <i>Chapitre VI. Espace vectoriel réel</i> . . . . .	231
§ 1. Complexification . . . . .	231

§ 2. Décomplexification . . . . .	235
§ 3. Opérateurs dans un espace réel . . . . .	238
§ 4. Applications différentiables. Normes lisses . . . . .	242
§ 5. Différentiation des fonctions dépendant d'un opérateur . . . . .	247
§ 6. Théorème de Steinitz sur les séries vectorielles . . . . .	251
<i>Chapitre VII. Ensembles convexes dans un espace réel . . . . .</i>	<i>252</i>
§ 1. Coins et cônes . . . . .	252
§ 2. Ensembles convexes . . . . .	257
§ 3. Théorèmes de séparation . . . . .	260
§ 4. Points extrémaux . . . . .	264
§ 5. Inégalités entre les valeurs propres et les nombres singuliers . . . . .	267
§ 6. Ensembles convexes dans les problèmes de localisation du spectre des opérateurs autoadjoints . . . . .	271
§ 7. Normes unitairement invariantes et corps symétriques convexes . . . . .	274
<i>Chapitre VIII. Espaces ordonnés . . . . .</i>	<i>280</i>
§ 1. Relations d'ordre dans un espace vectoriel. . . . .	280
§ 2. Théorie des inégalités linéaires . . . . .	283
§ 3. Problèmes linéaires et convexes d'extrémum . . . . .	289
§ 4. Problèmes d'extrémum dans l'espace des opérateurs . . . . .	297
§ 5. Opérateurs monotones . . . . .	301
§ 6. Relations d'ordre dans l'espace des opérateurs . . . . .	305
§ 7. Espace ordonné des opérateurs autoadjoints . . . . .	307
§ 8. Opérateurs positifs et inégalités pour les valeurs propres . . . . .	310
§ 9. Fonctions monotones et convexes d'un opérateur autoadjoint . . . . .	313
<i>Chapitre IX. Extensions des opérateurs . . . . .</i>	<i>317</i>
§ 1. Opérateurs linéaires agissant d'un sous-espace d'un espace vectoriel . . . . .	317
§ 2. Opérateurs linéaires agissant d'un sous-espace d'un espace unitaire . . . . .	320
§ 3. Opérateur inverse généralisé . . . . .	323
§ 4. Théorie des extensions des opérateurs hermitiens et isométriques . . . . .	325
§ 5. Extensions autoadjointes conservant la norme . . . . .	328
§ 6. Spectres des extensions autoadjointes et unitaires . . . . .	332
§ 7. Extensions quasi autoadjointes et quasi unitaires . . . . .	339
§ 8. Représentation triangulaire par blocs des opérateurs de rang de non-autoadjointicité non nul . . . . .	345
§ 9. Problème des moments . . . . .	348
<i>Chapitre X. Certaines classes spéciales d'opérateurs . . . . .</i>	<i>352</i>
§ 1. Opérateurs dissipatifs et contraction dans un espace euclidien . . . . .	352

---

§ 2. Ensembles spectraux . . . . .	355
§ 3. Problème abstrait de Cauchy et familles d'opérateurs dans un espace normé qui s'y rapportent . . . . .	358
§ 4. Pseudo-métrie . . . . .	363
§ 5. Opérateurs pseudo-autoadjoints et pseudo-unitaires . . . . .	365
§ 6. Sous-espaces invariants des opérateurs pseudo-autoadjoints et pseudo-unitaires . . . . .	367
§ 7. Faisceau quadratique d'opérateurs autoadjoints . . . . .	371
§ 8. Transformations homographiques dont les coefficients sont des opérateurs . . . . .	372
Dictionnaire des notions générales . . . . .	376
Index des principales notations . . . . .	379
Auteurs des théorèmes cités . . . . .	381
Bibliographie . . . . .	382
Index alphabétique . . . . .	394