

Table des matières

A	Transformation de Fourier	11
I	Signaux et spectres	12
I.1	Transformation de Fourier	13
I.1.1	Définitions	13
I.1.2	Fonctions admettant une transformée de Fourier	16
I.1.3	Propriétés élémentaires	19
I.1.4	Séries de Fourier	23
I.2	Quelques signaux courants	25
I.2.1	Créneau ou fonction rectangle	25
I.2.2	Fonction triangle	26
I.2.3	Gaussienne	26
I.2.4	Echelon ou fonction de Heaviside	28
I.2.5	Sinus cardinal	29
I.3	Impulsions et fonction de Dirac	30
I.3.1	Phénomènes ponctuels	30
I.3.2	Fonction de Dirac	31
I.3.3	Propriétés de la fonction de Dirac	34
I.3.4	Autres fonctions impulsionnelles	36
II	Transformées de Fourier usuelles	41
II.1	Propriétés générales	45
II.2	Calcul des transformées de Fourier	46
II.2.1	Intégrales convergentes	46
II.2.2	Intégrales non convergentes et fonctions de Dirac	47
III	Propriétés fondamentales	50
III.1	Changements d'échelle	50
III.2	Produit de convolution	52
III.2.1	Définition	52
III.2.2	Transformée de Fourier	54
III.2.3	Application aux systèmes linéaires et invariants	55
III.3	Corrélation	57
III.4	Puissance, énergie	59
III.5	Dérivation	60
III.6	Transformation en dimension 2 et 3	62
IV	Applications	64
IV.1	Mesures	64
IV.1.1	Largeurs effectives et d'auto-corrélation	64

IV.1.2	Largeur et écart-type	68
IV.2	Traitement du signal	74
IV.2.1	Filtres	75
IV.2.2	Détection synchrone et modulation	79
IV.3	Optique	82
IV.3.1	Ouvertures	82
IV.3.2	Spectromètre à transformée de Fourier, apodisation	86
V	Méthodes numériques	90
V.1	Echantillonnage	90
V.2	Transformation de Fourier discrète	93
	Exercices	98
B	Algèbre et mécanique quantique	101
VI	Espaces de Hilbert	102
VI.1	Définitions et propriétés	103
VI.1.1	Espaces de Hilbert	103
VI.1.2	Produit scalaire	104
VI.1.3	Bases	105
VI.2	Opérateurs	108
VI.2.1	Définition	108
VI.2.2	Kets et valeurs propres	111
VI.2.3	Produit extérieur et projecteurs	112
VI.2.4	Opérateurs et produit scalaire	116
VI.3	Produit tensoriel	124
VII	Applications en mécanique quantique	129
VII.1	Postulats de la mécanique quantique	129
VII.2	Etats et mesure	136
VII.2.1	Phase	136
VII.2.2	Etats discernables	138
VII.2.3	Valeur moyenne	138
VII.2.4	Variance et écart-type	139
VII.2.5	Espaces produits tensoriels	141
VII.2.6	Espaces de fonctions	146
VII.3	Information quantique	146
VII.3.1	Bits quantiques et opérateurs	147
VII.3.2	Cryptographie quantique	150
VII.3.3	Duplication ou clonage de qubits	156
VII.3.4	Téléportation	157
	Exercices	162

C	Equations aux dérivées partielles	164
VIII	Définitions et classification	165
	VIII.1 Notations	165
	VIII.2 Equations aux dérivées partielles usuelles	168
	VIII.3 Classification	168
	VIII.4 Conditions initiales et aux limites	170
	VIII.4.1 Unicité des solutions	171
IX	Méthodes de résolution	172
	IX.1 Solutions générales	172
	IX.1.1 Propagation	172
	IX.2 Séparation des variables	173
	IX.2.1 Diffusion	174
	IX.2.2 Equation de Laplace	178
	IX.3 Fonctions propres	183
	IX.3.1 Diffusion avec terme source ou puits	184
	IX.4 Transformations intégrales	187
	IX.4.1 Diffusion dans un milieu infini - transformation de Fourier . . .	187
	IX.4.2 Diffusion dans un milieu semi-infini - transformation de Laplace	189
	Exercices	193
	Annexes	195
1	Transformation de Laplace	195
2	Corrigés des exercices	197
	Table des figures	206
	Liste des tables	209
	Index	210