

Table des matières

1	Complexes. Polynômes	11
1.1	Nombres complexes	11
1.2	Division euclidienne - Racines	15
1.3	Polynômes de Tchébychev	18
1.4	Une suite de polynômes	20
2	Espaces vectoriels	23
2.1	Une base de $\mathbb{R}_n[X]$	23
2.2	Sous-espaces vectoriels	24
2.3	Hyperplans	26
2.4	Sous-espaces stables	27
2.5	Endomorphismes	28
2.6	Rang d'un endomorphisme	30
2.7	Trace d'une matrice	33
3	Somme directe. Projecteurs	37
3.1	Somme directe	37
3.2	Sous-espaces supplémentaires	39
3.3	Projecteurs	42
4	Réduction. Diagonalisation	49
4.1	Diagonalisation	49
4.2	Application aux suites	74
4.3	Commutant d'un endomorphisme diagonalisable	77
5	Matrices particulières	79
5.1	La matrice J	79
5.2	Matrice stochastique	84
5.3	Matrice circulante	85
5.4	Matrice nilpotente	87
5.5	Matrice compagnon	90

6	Espaces euclidiens	93
6.1	Produit scalaire	93
6.2	Inégalité de Cauchy-Schwarz	102
6.3	Orthogonalité - Orthonormalité	106
6.3.1	Orthogonalité	106
6.3.2	Base orthonormée	111
6.4	Projecteurs orthogonaux	116
6.5	Endomorphismes symétriques	133
6.6	Distances. Problèmes de moindres carrés	145
7	Autres endomorphismes	149
7.1	Endomorphisme antisymétrique	149
7.2	Endomorphisme adjoint	152
7.3	Isométries	154
8	Polynômes remarquables	161
8.1	Polynômes de Lagrange	161
8.2	Polynômes de Grégory	164
8.3	Polynômes de Bernstein	168
8.4	Polynômes de Legendre	170
9	Fonctions d'une variable réelle	173
9.1	Applications du Lemme de Rolle	173
9.2	Fonctions de classe C^1	174
9.3	Accroissements finis	175
9.4	Fonctions réciproques	179
9.5	Théorème du point fixe	181
9.6	Formules de Taylor	182
9.7	Fonctions convexes	187
10	Les suites numériques	191
10.1	Suites convergentes	191
10.2	Suite du type $U_{n+1} = f(U_n)$	199
10.3	Suites adjacentes	207
10.4	Suites des racines d'une suite d'équations	211
11	Intégration sur un segment	215
11.1	Intégration par parties	215
11.2	Intégrales de Wallis. Formule de Stirling	222
11.3	Formule de la moyenne	226
11.4	Intégrale fonction de ses bornes	228

11.5	Fonction définie par une intégrale	235
12	Les séries numériques	239
12.1	Exemples de séries	239
12.2	Les séries alternées	247
12.3	Séries et intégrales	249
12.4	Equivalents de sommes	251
12.5	Suite liée à une série	253
12.6	Fonctions sommes de séries	254
12.7	La fonction Zéta	256
13	Intégrale généralisée	259
13.1	Convergences d'intégrales impropres	259
13.2	Calcul de $\int_0^1 \frac{\ln t}{1-t} dt$	272
13.3	Intégrale de Gauss	274
13.4	Autour de la fonction Γ	276
13.4.1	Relation entre les fonctions Gamma et Zéta	277
13.4.2	$\Gamma(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!n^x}{x(x+1)\dots(x+n)}$	278
13.4.3	Convexité de la fonction Γ	279
13.4.4	Une intégrale très utile	280
13.5	Séries et intégrales impropres	281
13.5.1	Intégrale de Dirichlet	285
13.6	Série associée à une suite d'intégrales impropres	288
13.7	Ecriture intégrale de la constante d'Euler	292
13.8	Fonctions définies par une intégrale impropre	296
14	Fonctions de plusieurs variables	307
14.1	Normes - Normes équivalentes	307
14.2	Continuité	309
14.3	Recherche d'extremums	310
14.4	Extremum sous contrainte	326
15	Probabilités - Variables discrètes	331
15.1	Probabilités élémentaires	331
15.2	Loi de probabilité	336
15.2.1	Un exemple	336
15.2.2	Loi du maximum et du minimum	337
15.2.3	Loi de la somme de deux variables aléatoires	339
15.2.4	Loi de probabilité définie par une relation de récurrence	341
15.3	Moments	344

15.4	Variance. Covariance	348
15.5	Loi d'un couple	354
15.6	Théorème de transfert	363
15.7	Inégalité de Markov	366
15.8	Temps d'attente	367
15.8.1	Temps d'attente dans un bureau de poste	367
15.8.2	Temps d'attente dans un tirage sans remise	368
15.8.3	Loi de Pascal	370
16	Lois discrètes usuelles	371
16.1	La loi binomiale	371
16.2	La loi géométrique	376
16.3	La loi de Poisson	387
16.4	Fonction génératrice	397
16.5	Inégalité de Bienaymé-Tchébychev	400
16.6	Chaîne de Markov	401
17	Variables à densité	403
17.1	Généralités	403
17.2	Moments - Théorème de transfert	414
17.3	Fonction de variable aléatoire	423
18	Lois usuelles	433
18.1	Loi Uniforme	433
18.2	Loi Exponentielle	443
18.3	Taux de défaillance	462
18.4	Les lois normales	464
18.5	Loi de Laplace	471
18.6	Loi de Cauchy de paramètre 1	474
18.7	Loi de Weibull	478
18.8	Loi du χ^2 à n degrés de liberté	480
18.9	Loi de Rayleigh	482
18.10	Loi log-normale	484
18.11	Loi de Pareto	486
18.12	Loi de Gumbel	491
18.13	Loi de l'Arcsinus	494
19	Convergences	497
19.1	Approximation par une loi normale	497
19.2	Convergence en probabilité	499
19.3	Convergence en loi	506

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	9
20 Estimation	513
20.1 Estimateurs	513
20.2 Meilleur estimateur	516
Bibliographie	523
Index	525