Titre 1
Les entités individuelles de décision

1. Le consommateur

La première entité individuelle étudiée en microéconomie est le consommateur. Celui-ci est défini comme un *agent économique*, c'est-à-dire un agent caractérisé par *une relation de préférence* et une *richesse initiale*. Au système de prix en vigueur, que l'on considérera comme donné (hypothèse d'agents *price-takers*), ces deux éléments suffisent à caractériser le choix du consommateur. En effet, le système de prix permet une expression en « valeur » de la richesse initiale du consommateur, permettant ainsi de modéliser la contrainte qui vient borner son choix.

Nous commencerons par détailler les hypothèses sur les préférences du consommateur. Il s'agit essentiellement de comprendre que, *a priori*, les choix du consommateur ne connaissent théoriquement pas de limites. Nous verrons ensuite comment passer d'une relation de préférence à sa représentation numérique ce qui permettra de préciser les hypothèses minimales qui seront conservées tout au long de l'ouvrage. Enfin, nous étudierons précisément le choix du consommateur sous la contrainte de son budget.

1.1. Les préférences individuelles

1.1.1. L'objet des préférences individuelles : les paniers de biens

Dans la théorie de l'équilibre général, un bien est défini selon trois aspects (Debreu 1959, p. 28) : ses caractéristiques, son lieu, sa disponibilité. Si deux biens comportent les mêmes caractéristiques, sont présents au même lieu mais ne sont pas disponibles à la même date, alors ils doivent être considérés comme différents. Lorsque plusieurs biens sont présents, on parle de *paniers de biens* en les désignant par des vecteurs qui comportent autant de composantes qu'il y a de biens dans l'économie. Nous supposerons qu'il existe m biens qui diffèrent selon la définition donnée. Un panier de biens est donc un vecteur de la forme :

$$x = \left(x_1, \ldots, x_j, \ldots, x_m\right)$$

Dans ce vecteur, x_j désigne la quantité de bien *j* consommée par un individu quelconque. On notera x_{ji} la quantité de bien *j* consommée par l'individu i. Dans le graphique suivant, on représente le vecteur, dans le plan cartésien $\mathbb{R}_+^2$, correspondant au panier de biens contenant deux unités de bien 1 et trois unités de bien 2.

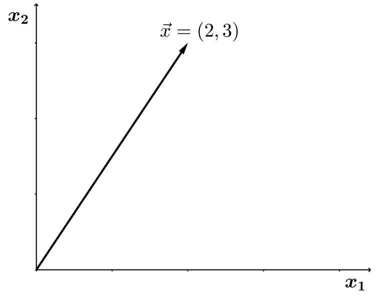

Fig. 1.1. Représentation d'un vecteur de biens dans $\mathbb{R}_+^2$

Le vecteur de consommation de l'individu i est défini par :

$$x_i = \left(x_{1i},\ldots,x_{ji},\ldots,x_{mi}\right)$$

Pour la suite, précisons que deux vecteurs contenant des biens identiques (mêmes caractéristiques, même lieu, même disponibilité) peuvent être additionnés. De même, tout vecteur de biens peut être multiplié par un scalaire, chacune des composantes du vecteur étant multipliée par ce scalaire. L'addition vectorielle et la multiplication d'un vecteur par un scalaire sont, respectivement :

$$x_i + y_i = \left(x_{1i},\ldots,x_{ji},\ldots,x_{mi}\right) + \left(y_{1i},\ldots,y_{ji},\ldots,y_{mi}\right) = \left(x_{1i} + y_{1i},\ldots, x_{ji} + y_{ji},\ldots,x_{mi} + y_{mi}\right)$$

$$\lambda x_i = \lambda\left(x_{1i},\ldots,x_{ji},\ldots,x_{mi}\right) = \left(\lambda x_{1i},\ldots,\lambda x_{ji},\ldots,\lambda x_{mi}\right)$$

Sur le graphique suivant (figure 1.2) sont représentés deux exemples : un qui correspond à la somme vectorielle des paniers de biens z et y ; l'autre à un produit scalaire égal à $2w$. Ces deux opérations donnent le panier $x = (2,3)$.

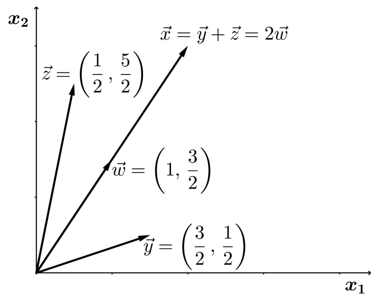

Fig. 1.2. Somme vectorielle et produit scalaire

Comme la théorie du consommateur cherche à caractériser son choix en termes de consommation, on dote l'agent d'une *relation de préférence* portant précisément sur les paniers de biens. Une relation de préférence permet d'établir un lien formel entre deux paniers de biens, comme si l'individu était capable de prononcer un *jugement* (peu importe sa nature) comparatif sur l'ensemble des paniers qui lui sont accessibles. Si, pour l'individu i, le panier de biens x est « au moins aussi bon » que le panier y, alors on écrit :

$$x \succsim_i y$$

Pour être précis, la relation $\succsim$ signifie « strictement préférer à ou être indifférent à » de sorte que l'on peut écrire, pour un individu i :

$$x \succsim_i y \leftrightarrow (x \succ_i y) \vee (x \sim_i y)$$

Ces relations constituent les facteurs asymétriques et symétriques de $\succsim$, de sorte que les relations de « préférence stricte » et « d'indifférence » sont définies respectivement par :

$$x \succ_i y \leftrightarrow (x \succsim_i y) \wedge \neg(y \succsim_i x)$$
$$x \sim_i y \leftrightarrow (x \succsim_i y) \wedge (y \succsim_i x)$$

Pour autant, caractériser le choix d'un consommateur suppose d'imposer des restrictions portant sur ses préférences. Nous verrons en quoi ces restrictions (parfois appelées axiomes ou simplement hypothèses) conditionnent l'existence et l'unicité d'une solution à son choix.

1.1.2. Les hypothèses standards sur les préférences individuelles

Les hypothèses que nous allons énoncer constituent des restrictions quant aux préférences individuelles qui sont destinées à permettre une analyse précise du choix d'un consommateur.

Nous noterons $\mathbb{R}_+^m$ l'ensemble de consommation. Par exemple, dans une économie à deux biens, l'ensemble de consommation correspondra au produit cartésien $\mathbb{R}_+^2 = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ dont on a donné une représentation graphique (figure 1.1). Pour donner un peu de clarté, nous distinguons les hypothèses constitutives de la *rationalité individuelle* de celles relatives à la manière dont l'individu classe les différents paniers de biens.

1.1.2.1. Les hypothèses constitutives de la rationalité individuelle

Parmi les restrictions que l'on peut appliquer aux préférences individuelles, deux sont constitutives de ce que l'on appelle la *rationalité individuelle*[7] : la *complétude* et la *transitivité*. Si un consommateur est capable de classer, de manière cohérente, l'ensemble des paniers de biens de son ensemble de consommation, alors on dit qu'il est *rationnel*. Ces hypothèses sont très générales en ce qu'elles ne précisent rien quant à la manière dont un consommateur donné classe les paniers de biens : on suppose simplement que le consommateur les classe tous, et de manière cohérente.

7. Il est assez difficile de dire ce que l'on entend exactement par rationalité en économie. L'étymologie latine *rationalis* signifie « doué de raison » ou « faisant usage de la raison ». Traditionnellement, la rationalité économique désigne le fait, pour un individu, d'avoir un (des) objectif(s) et cherchant le(s) *meilleur(s)* moyen(s) de le(s) satisfaire. C'est la raison pour laquelle le comportement du consommateur est désigné par un comportement de maximisation ou d'optimisation. Or, les hypothèses définissant la rationalité économique renvoient plutôt à une forme de connaissance idéale des objets sur lesquels le consommateur exprime ses préférences (complétude) et à un usage mécanique non pas de la raison mais de la cohérence quant à la manière de classer ces objets (transitivité). Paradoxalement, ces hypothèses sont totalement indépendantes des objets faisant l'objet d'un classement : on pourrait très bien concevoir que le consommateur ne sache pas classer tous les paniers de biens ou encore qu'il soit incohérent. La rationalité désigne donc l'ensemble des hypothèses minimales permettant d'analyser un choix dans « toutes » les situations possibles.

- La *complétude* signifie que les consommateurs sont capables de classer absolument tous les paniers de biens de leur ensemble de consommation :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}_+^m, (x \succsim y) \vee (y \succsim x)$$

- La *transitivité* reflète quant à elle la cohérence du consommateur. Cette hypothèse indique que si un premier panier de biens est préféré à un deuxième, qui lui-même est préféré à un troisième, alors le premier panier est préféré au troisième. Formellement :

$$\forall x, y, z \in \mathbb{R}_+^m, (x \succsim y) \wedge (y \succsim z) \rightarrow x \succsim z$$

Les hypothèses de transitivité et de complétude impliquent que les *classes d'indifférence* ont une intersection vide. On appelle classe d'indifférence l'ensemble des paniers entre lesquels le consommateur est indifférent :

$$C(x) = \left\{ y \in \mathbb{R}_+^m \middle| \ y \sim x, \forall x \in \mathbb{R}_+^m \right\}$$

Lorsque l'on aura admis la possibilité de représenter les préférences individuelles par des *fonctions d'utilité*, nous parlerons plus volontiers de *courbes d'indifférence*[8]. La proposition précédente s'énoncera alors différemment, *i.e.* les courbes d'indifférence d'un consommateur rationnel ne peuvent pas se couper.

Il faut prendre garde à ne pas confondre indifférence entre deux paniers de biens et incomplétude dans le classement[9]. Cette dernière désigne l'impossibilité, pour un consommateur, de classer certaines paires de paniers de biens et constitue donc une remise en cause d'un des deux critères de rationalité. En revanche, si un consommateur est indifférent entre deux paniers de biens, cela signifie que ces deux paniers satisfont ses préférences : il peut choisir l'un ou l'autre de ces deux paniers, ses préférences seront satisfaites de la même manière. Encore une fois, lorsque nous utiliserons une représentation numérique des préférences, à deux paniers de biens entre lesquels le consommateur est indifférent correspondront un seul indice d'utilité.

Proposition 1 : Si le consommateur est rationnel, *i.e.* a des préférences complètes et transitives, alors l'intersection de deux classes d'indifférence quelconques est vide.

Preuve : Pour montrer cette proposition, on peut raisonner par l'absurde. Appelons C et C' deux classes d'indifférence d'un consommateur quelconque. Supposons que $C \cap C' \neq \varnothing$. Soient trois paniers de biens x, y, z appartenant respectivement à C, C' et leur intersection : $x \in C, y \in C', z \in C \cap C'$. Le fait que les préférences soient complètes implique que le consommateur est capable de classer ces trois paniers de biens entre eux. Or, comme $z \in C \cap C'$, cela signifie que $x \sim z$ et que $z \sim y$. Maintenant, le fait que les préférences sont transitives implique que $x \sim y$. Or, x et y n'appartiennent pas à la même classe d'indifférence, on est donc face à une

8. De telles courbes ne pourront évidemment être représentées que dans un monde à deux biens.
9. Un exemple célèbre de « consommateur » ayant des préférences incomplètes est l'âne de Buridan. Celui-ci meurt de faim non pas parce qu'il est indifférent entre les deux bottes de foin qui lui sont accessibles, mais parce qu'il est incapable de les « classer ». L'idée, due entre autres à Sen (1997), est que l'indifférence, contrairement à l'incomplétude, entre deux options n'empêche pas un choix effectif car l'une ou l'autre option satisfait les préférences de la même manière.

contradiction. On montre ainsi que l'intersection de deux classes d'indifférence est vide pour un consommateur rationnel.

À ces deux conditions minimales de rationalité, on ajoute des hypothèses donnant une indication précise sur la manière dont le consommateur ordonne les différents paniers de biens.

1.1.2.2. Les hypothèses portant sur le classement des paniers de biens

Ces hypothèses restreignent la classe des préférences admissibles en ce sens qu'elles indiquent précisément comment le consommateur ordonne les différents paniers de biens de son ensemble de consommation.

- La première hypothèse précisant le classement individuel du consommateur est la *monotonie*, parfois appelée la *non-satiété* ou la *non-saturation des besoins*. L'idée est simple : un consommateur préfère « avoir plus que moins », c'est-à-dire qu'il préfère les vecteurs de biens contenant des quantités plus grandes soit de tous les biens (monotonie faible), soit des quantités plus grandes d'au moins une composante d'un panier de bien (monotonie forte[10]). Formellement, la monotonie faible correspond à l'implication suivante :

$$x \gg y \rightarrow x \succ y$$

La monotonie forte, quant à elle :

$$(x \geq y) \wedge (x \neq y) \rightarrow x \succ y$$

Sur le graphique suivant (figure 1.3), on a représenté trois paniers. Pour éviter de l'encombrer, on indique les paniers par des points (sans oublier que ce sont des vecteurs). La monotonie permet de dire que z est strictement préféré à x. En revanche, on peut dire que y est strictement préféré à x à condition que le consommateur ait des préférences fortement monotones. Cette hypothèse ne nous permet pas de savoir comment le consommateur classe y vis-à-vis de z.

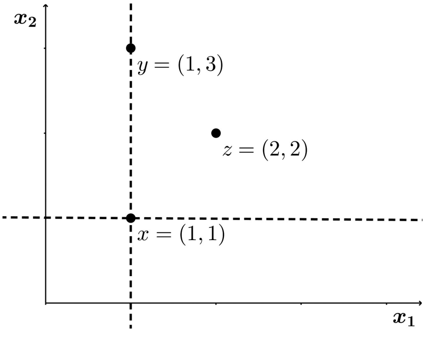

Fig. 1.3. Monotonie des préférences

10. Selon les manuels, on trouve parfois le terme « monotonie » pour désigner la monotonie faible, et l'expression « monotonie stricte » pour la monotonie forte. *Idem* pour toutes les hypothèses où une telle distinction est possible. La terminologie que nous empruntons est celle que l'on retrouve dans la littérature anglo-saxonne, notamment dans la théorie du choix social, et est donc la traduction de « weak » pour faible, et de « strong » pour forte.

La monotonie des préférences implique que le consommateur est *insatiable* : pour un panier de biens quelconque appartenant à son ensemble de consommation, il préférera toujours un autre panier de biens contenant des quantités supérieures. Or, l'ensemble de consommation, qui est égal au produit cartésien $\mathbb{R}_+^m$ ne possède pas de borne supérieure. Sa borne inférieure est le vecteur nul car on admet que seule la consommation de paniers de biens positifs ou nuls possède un sens économique. La monotonie, doublée à l'absence de borne supérieure de l'ensemble de consommation, impliquent que, potentiellement, la consommation individuelle ne connaît pas de limite physique. En fait, et nous reviendrons sur ce point lorsque nous étudierons le choix effectif du consommateur, la limite physique, objective, qui s'impose à lui est constituée par sa *richesse initiale* (ou son *revenu*), dépendante du *système de prix* en vigueur que l'on considérera comme donné. Cette hypothèse de monotonie est absolument essentielle, ne serait-ce que pour qu'une solution maximale à son choix existe, et sera donc retenue tout au long de l'ouvrage. Elle a en outre, comme nous le verrons lorsque l'on aura abordé la question relative à la représentation numérique des préférences, une conséquence directe sur la forme des courbes d'indifférence du consommateur qui sont décroissantes.

– L'hypothèse suivante, dite de *convexité*, reflète la « préférence pour les mélanges ». Comme pour l'hypothèse de monotonie, on peut distinguer la convexité faible et la convexité forte. Pour deux paniers de biens y, z considérés comme « au moins aussi bon que » x, un « mélange » convexe de y et de z sera également considéré comme « au moins aussi bon que » x dans le cas de la convexité faible, « strictement préféré » à x dans le cas de la convexité forte. Formellement, une relation de préférence faiblement convexe s'écrit :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^m, (y \succsim x) \wedge (z \succsim x) \rightarrow \lambda y + (1-\lambda) z \succsim x, \forall \lambda \in [0,1]$$

Pour la convexité forte, il suffit de remplacer par une préférence stricte :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^m, y \neq z, (y \succsim x) \wedge (z \succsim x) \rightarrow \lambda y + (1-\lambda) z \succ x, \forall \lambda \in [0,1]$$

Sur le graphique suivant (figure 1.4), la courbe représente une classe d'indifférence (que nous appellerons courbe d'indifférence). Les paniers x, y et z sont donc indifférents. Nous construisons le panier w qui est une combinaison convexe de y et de z et l'on remarque que $w \succ x$, comme d'ailleurs tous les points situés sur le segment qui relie y à z, à l'exception des points y et z eux-mêmes.

Cette hypothèse de convexité n'est pas essentielle pour caractériser le choix d'un consommateur : les préférences de celui-ci peuvent par exemple être *concaves* s'il n'aime pas les mélanges[11]. En revanche, la convexité forte est nécessaire dans la démonstration de l'unicité du choix. En outre, cette hypothèse, dans sa version forte donne un renseignement supplémentaire par rapport à la monotonie sur la forme des courbes d'indifférence d'un consommateur puisque celles-ci sont strictement convexes. Ainsi, un consommateur ayant des préférences monotones et fortement convexes aura des courbes d'indifférence décroissantes et convexes comme celle représentée sur la figure 1.4.

11. Nous traitons ce cas dans l'exercice 4.

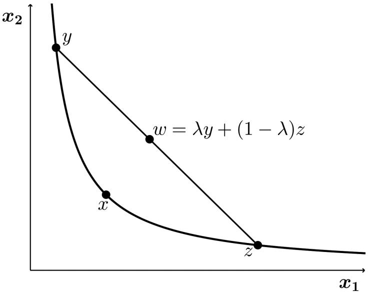

Fig. 1.4. Convexité forte des préférences

– Enfin, on supposera que les préférences individuelles sont *continues*. Mathématiquement, cela se traduit par le fait que les ensembles $\{x \in \mathbb{R}_+^m \mid x \succsim y\}$ et $\{x \in \mathbb{R}_+^m \mid y \succsim x\}$ sont « fermés » pour tout $y \in \mathbb{R}_+^m$, c'est-à-dire que ceux-ci incluent leurs propres frontières. De manière littéraire, cela signifie que pour un panier quelconque x appartenant à l'ensemble de consommation, il est impossible d'aller d'un panier y tel que $y \succsim x$ vers un panier z tel que $x \succsim z$ sans passer par un panier considéré comme indifférent à x. Une autre manière, peut-être plus intuitive mais totalement équivalente à la précédente, de définir la continuité des préférences est la suivante : pour toute suite de paniers x_n convergeant vers x telle que $x_n \succsim y$ quel que soit n, on a $x \succsim y$.

Cette hypothèse implique que les courbes d'indifférence du consommateur sont continues. Notons qu'elle est liée aux hypothèses définissant la rationalité, notamment celle de transitivité : elle indique que les préférences d'un consommateur ne peuvent pas faire de « saut[12] ». Pour mesurer l'importance de cette hypothèse notamment pour obtenir une représentation numérique des préférences, on étudiera un cas dans lequel la continuité n'est pas vérifiée, à savoir les préférences lexicographiques.

1.1.3. La prise en compte du caractère ordinal des préférences individuelles

Un élément essentiel à comprendre concernant les préférences est leur caractère *autocentré*. Le consommateur exprime des préférences sur son propre ensemble de consommation et se prononce uniquement sur lui. Comme nous l'avons vu, les préférences se définissent par une relation d'ordre $\succsim$ définie sur $\mathbb{R}_+^m$. Le fait que les préférences se définissent par une relation d'ordre établissant un lien entre différents paniers de biens appartenant à l'ensemble de consommation signifie que les préférences du consommateur sont *ordinales*. Par conséquent, les motivations expliquant les préférences ou encore les raisons pour lesquelles un panier est préféré à un autre ne sont pas discutées, non pas qu'elles ne peuvent l'être, mais qu'elles n'ont pas à l'être. On suppose simplement que l'individu est capable d'effectuer des comparaisons d'options du point de vue de son intérêt, quel qu'il soit. On

12. Une violation de la continuité des préférences impliquerait en effet qu'il existe des paniers de biens sur lesquels le consommateur se montre incohérent.

parle alors de *souveraineté du consommateur* (Little 1957, Samuelson 1947, Lerner 1972) pour désigner le fait que l'individu est le meilleur juge de son propre intérêt.

On oppose la conception *ordinale* des préférences à leur aspect *cardinal*. Les préférences cardinales donnent la possibilité d'une interprétation *quantitative* des préférences. Par exemple, si ces dernières sont liées au bien-être que retire le consommateur de la consommation d'un panier de biens, la conception cardinale nous permettrait, par exemple, de dire qu'un panier de biens procure deux fois plus de bien-être qu'un autre. Pour ce qui est de l'analyse du comportement du consommateur, nous n'avons pas besoin de telles informations car les hypothèses faites sur les préférences suffisent à caractériser son choix, sans avoir à leur donner un quelconque contenu quantitatif. On retient ainsi une conception ordinale des préférences : seule compte la relation d'ordre entre deux paniers de biens[13].

Cependant, il est tout à fait possible de lier les préférences ordinales au bien-être du consommateur. Cela empêche simplement de donner une interprétation du même type que lorsque l'on retient une conception cardinale des préférences, c'est-à-dire une interprétation quantitative. Si les préférences sont liées au bien-être, la conception ordinale de l'utilité nous permet seulement de dire qu'un panier de biens procure plus de bien-être qu'un autre. Quand nous admettrons une représentation numérique des préférences, nous conserverons leur propriété ordinale : seules compteront les propriétés d'ordre des nombres réels qui deviendront ainsi une représentation, équivalente aux relations d'ordre mais plus faciles à manipuler, des préférences individuelles.

La question de la comparabilité interindividuelle est parfois invoquée pour opposer cardinal et ordinal. Cette interprétation peut induire en erreur car, ainsi que le précise Arrow, comparaison de bien-être et mesure de l'utilité individuelle sont deux problèmes indépendants (Arrow 1963). En particulier, cardinalité ne doit pas être associé à comparabilité et ordinalité à incomparabilité. La comparabilité interindividuelle est la possibilité de comparer, selon une échelle commune (par exemple le bien-être), deux consommateurs entre eux et de prononcer un jugement du type : le consommateur 1 est « plus heureux » que le consommateur 2. La difficulté évidente est de trouver l'échelle commune de comparaison : si les deux consommateurs ont des conceptions différentes du bien-être, alors il est difficile de se prononcer sur une comparaison entre eux en termes de bien-être. Robbins (1938) a critiqué durement la possibilité d'effectuer de telles comparaisons interpersonnelles, arguant qu'il n'existe pas de « dénominateur commun » aux sentiments humains. Mais la question de la comparabilité ou de son impossibilité ne doit pas être confondue avec la conception cardinale ou ordinale des préférences. En effet, comme nous l'avons déjà évoqué, l'ordinalité des préférences est compatible avec leur définition en termes de bien-être. La prise en compte de la conception ordinale des préférences est due à Pareto (1909) et renvoie seulement à la possibilité de prendre en compte l'ordre de préférence. L'ordinalité et

13. Pour comprendre la nuance entre les deux, la comparaison entre des températures relève d'une approche cardinale tandis que le classement de candidats suite à une élection relève d'une approche ordinale.