

Table des matières

Présentation de la collection	3
Comment utiliser ce livre?	5
Quelques conseils pour bien apprendre	7
SAVOIRS	9
Thème 1 - Matrices et systèmes linéaires	10
Thème 2 - Nombres complexes et polynômes	13
Thème 3 - Suites de nombres réels	16
Thème 4 - Fonctions réelles d'une variable réelle	19
Thème 5 - Intégration sur un segment	24
Thème 6 - Les ensembles	27
Thème 7 - Probabilité sur un univers fini	30
Thème 8 - Variables aléatoires	33
Thème 9 - Espaces vectoriels	36
Thème 10 - Bases et dimension d'un espace vectoriel	38
Thème 11 - Applications linéaires	41
Thème 12 - Endomorphisme	44
Thème 13 - Compléments sur les fonctions	46
Thème 14 - Suites et séries	49
Thème 15 - Extremum et convexité	52
Thème 16 - Intégrales généralisées	54
Thème 17 - Formules de Taylor	56
Thème 18 - Probabilité sur un univers quelconque	57
Thème 19 - Variables aléatoires discrètes	60
Thème 20 - Variables aléatoires à densité	62
Thème 21 - Convergences et approximations	64
SAVOIR-FAIRE	67
Thème 1 - Matrices et systèmes linéaires	68
Comment résoudre un système?	68
Résoudre un système triangulaire	68

Appliquer la méthode de Gauss	68
Comment étudier l'inversibilité d'une matrice?	70
Étudier l'équation matricielle $AX = 0$	70
Comment montrer qu'une matrice est inversible et donner son inverse?	71
Utiliser la définition de l'inverse	71
Résoudre le système $AX = Y$	71
Comment résoudre une équation matricielle?	72
Transformer l'équation en utilisant les règles de calcul	72
Chercher les coefficients de la matrice inconnue	73
À vous de jouer!	74
Thème 2 - Nombres complexes et polynômes	77
Comment déterminer le module et un argument d'un nombre complexe?	77
Utiliser la forme algébrique	77
Utiliser les propriétés de l'exponentielle	77
Comment déterminer la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe?	78
Déterminer l'écriture algébrique d'un inverse	78
Utiliser le complexe conjugué	78
Comment factoriser un polynôme?	79
Factoriser un polynôme du second degré	79
Changement de variable	80
Factoriser un polynôme de degré n n'ayant pas de racine	81
Comment déterminer le quotient et le reste d'une division euclidienne?	82
Poser la division	82
Identifier des coefficients	83
Utiliser les racines	84
À vous de jouer!	85
Thème 3 - Suites de nombres réels	88
Comment étudier la monotonie d'une suite?	88
Étudier le signe de la différence de deux termes consécutifs	88
Étudier le quotient de deux termes consécutifs	88
Étudier le sens de variation d'une fonction	89
Raisonnement par récurrence	89
Comment étudier la limite d'une suite?	90
Utiliser le théorème des suites monotones	90
Factoriser par le terme prépondérant	91
Comment calculer le terme général d'une suite?	92
Calculer le terme général d'une suite arithmético-géométrique	92
Calculer le terme général d'une suite récurrente linéaire double	93
À vous de jouer!	94
Thème 4 - Fonctions réelles d'une variable réelle	97
Comment étudier une fonction?	97
Déterminer l'ensemble de définition	97
Réduire l'intervalle d'étude	97
Étudier les variations	98
Comment étudier la continuité ou la dérivabilité d'une fonction?	99
Utiliser les théorèmes généraux	99
Calculer une limite	99
Comment étudier le signe d'une fonction?	101
Résoudre une inéquation	101
Étudier les variations	101
Comment étudier la fonction réciproque d'une fonction?	102
Déterminer une formule explicite	102
Dériver une fonction réciproque	103
Représenter une fonction réciproque	103
À vous de jouer!	105
Thème 5 - Intégration sur un segment	108
Comment calculer une intégrale?	108
Intégrer par parties	108

Effectuer un changement de variable	109
Utiliser la division euclidienne	110
Comment déterminer une primitive ?	110
Reconnaître la dérivée d'une fonction composée	111
Calculer une intégrale	111
Comment étudier une suite définie par une intégrale ?	112
Étudier la monotonie de la suite	112
Montrer que la suite est majorée ou minorée	113
Montrer que la suite converge	114
À vous de jouer !	115
Thème 6 - Les ensembles	119
Comment utiliser les coefficients binomiaux ?	119
Dénombrer	119
Développer une somme à la puissance n	119
Factoriser	120
Utiliser la formule du triangle de Pascal ou la formule du pion	120
Comment comparer deux ensembles ?	121
Montrer une inclusion	121
Montrer une égalité entre deux ensembles	122
Comment compter le nombre d'éléments d'un ensemble ?	122
Utiliser une partition	122
Utiliser un produit cartésien	123
Donner la liste des éléments	123
À vous de jouer !	123
Thème 7 - Probabilité sur un univers fini	127
Comment modéliser un problème d'urne ?	127
Utiliser les p -listes d'un ensemble	127
Utiliser les p -listes d'éléments distincts d'un ensemble	127
Utiliser les parties à p éléments d'un ensemble fini	128
Comment calculer une probabilité ?	129
Utiliser les propriétés des probabilités	129
Appliquer la formule des probabilités totales	130
Appliquer la formule des probabilités composées	131
Appliquer la formule de Bayes	132
Comment déterminer la loi d'une variable aléatoire ?	133
Déterminer $X(\Omega)$	133
Déterminer la loi P_X	133
À vous de jouer !	134
Thème 8 - Variables aléatoires	137
Comment calculer une espérance ?	137
Utiliser la formule	137
Utiliser le théorème de transfert	138
Comment calculer une variance ?	139
Appliquer une formule	139
Utiliser une transformation affine	139
Comment représenter une fonction de répartition ?	140
Tracer la fonction de répartition	140
À vous de jouer !	141
Thème 9 - Espaces vectoriels	145
Comment montrer qu'un ensemble est ou n'est pas un sous-espace vectoriel ?	145
Utiliser la définition	145
Utilisation d'une caractérisation des sous-espaces vectoriels	145
Montrer que l'ensemble est engendré par des vecteurs	146
Comment étudier la liberté d'une famille de vecteurs ?	147
Résoudre un système	147
Trouver une relation	147
Comment montrer qu'une famille de vecteurs est génératrice ?	149
Résoudre un système	149

Comment déterminer une famille génératrice?	150
Utiliser la définition du sous-espace vectoriel	150
Résoudre un système	150
Comment montrer une inclusion entre deux sous-espaces vectoriels?	151
Utiliser une famille génératrice	151
À vous de jouer!	152
Thème 10 - Bases et dimension d'un espace vectoriel	154
Comment déterminer la dimension d'un espace vectoriel?	154
Déterminer une base	154
Montrer que la dimension n'est pas finie	154
Comment montrer qu'un espace vectoriel s'écrit comme somme directe?	155
Utiliser l'intersection et la dimension	155
Montrer l'existence et l'unicité d'une décomposition	156
Comment obtenir une base?	157
Obtenir une base à partir d'une famille libre	157
Obtenir une base à partir d'une famille génératrice	158
Comment montrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels?	160
Utiliser la dimension	160
À vous de jouer!	161
Thème 11 - Applications linéaires	164
Comment montrer qu'une application est ou n'est pas linéaire?	164
Utiliser la définition	164
Utiliser une caractérisation des applications linéaires	164
Utiliser les opérations sur les applications linéaires	165
Comment déterminer l'image d'une application linéaire?	165
Résoudre un système	165
Donner une base	166
Comment déterminer le rang d'une matrice?	168
Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes	168
Déterminer le rang de la famille des vecteurs colonnes	169
Comment déterminer la matrice d'application linéaire?	169
Utiliser les coordonnées	169
Utiliser les opérations	170
À vous de jouer!	171
Thème 12 - Endomorphisme	174
Comment calculer une puissance de matrice?	174
Raisonnement par récurrence	174
Développer avec la formule du binôme de Newton	175
Utiliser un polynôme annulateur	176
Comment montrer qu'un endomorphisme est bijectif?	177
Déterminer son noyau	177
Montrer que sa matrice est inversible	178
À vous de jouer!	179
Thème 13 - Compléments sur les fonctions	182
Comment étudier une fonction au voisinage d'un point?	182
Chercher un équivalent	182
Comparer à des fonctions de référence	184
Comment déterminer un développement limité?	184
Utiliser la formule de Taylor-Young	184
Utiliser la somme et le produit	185
Effectuer un changement de variable	186
Comment calculer une dérivée n -ième?	187
Raisonnement par récurrence	187
Utiliser la formule de Leibniz	188
À vous de jouer!	188

Thème 14 - Suites et séries	191
Comment montrer la convergence d'une série?	191
Reconnaître une somme télescopique	191
Utiliser la linéarité	192
Utiliser un critère de convergence	193
Comment étudier une suite définie par une somme?	193
Étudier la suite des différences de deux termes consécutifs	193
À vous de jouer!	195
Thème 15 - Extremum et convexité	198
Comment étudier les extrema locaux d'une fonction?	198
Chercher les points critiques	198
Étudier la nature des points critiques	198
Comment étudier les extrema globaux d'une fonction?	199
Dresser le tableau de variation	199
Utiliser la convexité	200
Utiliser le théorème d'existence	201
Comment montrer une inégalité?	201
Étudier les variations d'une fonction	201
Utiliser la convexité d'une fonction	202
À vous de jouer!	203
Thème 16 - Intégrales généralisées	206
Comment étudier la convergence d'une intégrale généralisée?	206
Calculer l'intégrale	206
Utiliser un critère de convergence	207
Utiliser la linéarité	208
Comment étudier l'existence d'une intégrale?	209
Étudier la fonction sous le signe intégrale	209
À vous de jouer!	210
Thème 17 - Formules de Taylor	213
Dans quels cas peut-on utiliser une formule de Taylor?	213
Calculer la somme d'une série convergente	213
Encadrer une fonction	214
Effectuer une division de polynômes	215
Comment factoriser un polynôme?	215
Chercher les racines et leur ordre de multiplicité	215
À vous de jouer!	216
Thème 18 - Probabilité sur un univers quelconque	219
Comment modéliser une expérience?	219
Choisir l'univers	219
Choisir une tribu	220
Définir une loi de probabilité	221
Comment calculer une probabilité?	221
Écrire un événement comme union ou réunion	221
Utiliser la formule des probabilités totales	222
À vous de jouer!	224
Thème 19 - Variables aléatoires discrètes	227
Comment déterminer la loi d'une variable aléatoire?	227
Reconnaître une loi géométrique	227
Étudier une variable aléatoire définie par une expérience	228
Déterminer la loi de $Y = f(X)$	229
Comment calculer l'espérance d'une variable aléatoire?	230
Utiliser la loi	230
Appliquer le théorème de transfert	230
À vous de jouer!	231

Thème 20 - Variables aléatoires à densité	235
Comment calculer une probabilité?	235
Utiliser une fonction densité ou la fonction de répartition	235
Se ramener à la loi normale centrée réduite	236
Comment montrer qu'une fonction est une fonction de densité?	237
Utiliser la définition	237
Comment déterminer la fonction de répartition?	238
Utiliser une densité	238
Résoudre une inéquation	239
Comment déterminer une densité?	240
Dériver la fonction de répartition	240
Utiliser une relation affine	241
Comment calculer une espérance?	242
Utiliser la définition	242
À vous de jouer!	243
Thème 21 - Convergences et approximations	246
Comment étudier la convergence d'une suite de variables aléatoires?	246
Montrer une convergence en loi	246
Montrer une convergence en probabilité	247
Comment utiliser le théorème central limite?	248
Utiliser le théorème central limite pour la loi binomiale	248
Utiliser le théorème central limite pour la loi de Poisson	249
À vous de jouer!	250
 CORRIGÉS DES EXERCICES	 255