

# TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION – IMPORTANCE DE LA RELATIVITÉ .....	9
<b>1. LA RELATIVITE GALILÉENNE .....</b>	<b>13</b>
1.1 Principe de relativité galiléenne.....	13
1.1.1 Expérience sur un navire à voile .....	13
1.1.2 Le navire est-il immobile ou en mouvement ? .....	14
1.1.3 Principe de relativité galiléenne .....	14
1.2 Relations entre les référentiels galiléens .....	15
1.2.1 La transformation de Galilée .....	16
1.2.2 Invariance des lois de la mécanique classique .....	16
1.3 La vérité scientifique se définit sur le plan du phénomène .....	17
1.3.1 La science se limite aux phénomènes .....	18
1.3.2 La mathématisation de la physique .....	18
<b>2. INVARIANCE NON GALILÉENNE DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME .....</b>	<b>19</b>
2.1 La lumière, onde ou particule ? .....	19
2.1.1 Mesure de la vitesse de la lumière .....	19
2.1.2 La lumière devient une substance corpusculaire .....	20
2.1.3 La théorie ondulatoire de la lumière s'impose .....	21
2.2 Des expériences qui défient la relativité galiléenne .....	21
2.2.1 Une obscure clarté tombe des étoiles .....	21
2.2.2 De la lumière dans l'eau courante .....	22
2.2.3 Expérience de Michelson et Morley .....	23
2.3 Invariance de l'électromagnétisme .....	24
2.3.1 La transformation de Woldemar Voigt .....	24
2.3.2 La transformation de Lorentz .....	26
2.4 De nombreux créateurs de la relativité .....	27
2.4.1 De Galilée à Henri Poincaré et Albert Einstein.....	27
2.4.2 Henri Poincaré .....	27
2.4.3 Albert Einstein .....	28
2.5 Exercices .....	29
<b>3. LA RELATIVITÉ RESTREINTE ISSUE DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME .....</b>	<b>31</b>
3.1 Révision de la relativité galiléenne .....	31
3.2 Fondements de la relativité restreinte par Henri Poincaré .....	32
3.2.1 Extension du principe de relativité galiléenne .....	32
3.2.2 Synchronisation des horloges dans un référentiel .....	33
3.2.3 Décalage horaire entre des horloges en mouvement .....	34

3.2.4	La transformation dite de Lorentz .....	35
3.2.5	L'invariant fondamental de la relativité restreinte .....	35
3.3	Des fondements de la relativité restreinte par Albert Einstein .....	35
3.3.1	Extension du principe de relativité galiléenne .....	36
3.3.2	Synchronisation des horloges .....	36
3.3.3	Décalage horaire des horloges en mouvement .....	37
3.3.4	Calcul de la transformation de Lorentz .....	37
3.3.5	Interprétation de la notion de temps .....	37
3.4	Calcul rapide de la transformation de Lorentz .....	38
3.5	Études critiques du fondement de la relativité basé sur l'électromagnétisme .....	40
<b>4.</b>	<b>LA RELATIVITÉ RESTREINTE ISSUE DES SYMÉTRIES</b>	
	<b>DE L'ESPACETEMPS .....</b>	<b>43</b>
4.1	Hypothèses sur l'espace et le temps .....	43
4.1.1	Homogénéité de l'espace .....	43
4.1.2	Isotropie de l'espace .....	44
4.1.3	Homogénéité du temps .....	44
4.1.4	Symétries et invariance .....	44
4.2	Principe de relativité de Poincaré .....	45
4.2.1	Énoncé du principe de relativité de Poincaré .....	45
4.2.2	Référentiels équivalents .....	45
4.2.3	Le principe de relativité conduit à la structure de groupe des T.L. ....	46
4.3	Principe de causalité .....	46
4.4	Transformation spéciale de Lorentz .....	46
4.4.1	Définition de la transformation spéciale de Lorentz .....	47
4.4.2	Linéarité des relations entre coordonnées .....	47
4.4.3	Invariance issue de l'isotropie de l'espace .....	48
4.4.4	Invariance de forme par transformation inverse .....	48
4.4.5	Invariance de forme par composition des transformations .....	49
4.4.6	Valeurs de $k$ physiquement admissibles .....	50
4.4.7	Apparition d'une constante fondamentale .....	51
4.4.8	La transformation spéciale de Lorentz .....	51
4.5	Relativité du temps .....	52
4.5.1	La constante de structure conditionne la notion de temps .....	52
4.5.2	Relativité de la simultanéité .....	53
4.5.3	Durée propre entre deux évènements situés au même point .....	54
4.6	Relativité des longueurs .....	54
4.6.1	Longueur propre .....	54
4.6.2	Réciprocité de la relativité des longueurs .....	55
4.6.3	Influence du temps sur la relativité des longueurs .....	55
4.7	Vérifications expérimentales .....	56
4.8	Exercices .....	57
<b>5.</b>	<b>MÉCANIQUE RELATIVISTE .....</b>	<b>61</b>
5.1	Cinématique relativiste .....	61
5.1.1	Relation entre les vitesses dans des référentiels différents .....	62
5.1.2	Composition de vitesses parallèles .....	62
5.1.3	Vitesse propre .....	62
5.2	Dynamique relativiste .....	63
5.2.1	Postulat fondamental de la dynamique relativiste .....	63
5.2.2	Force et accélération non colinéaires .....	64
5.2.3	Force et accélération colinéaires .....	65

5.3	Équivalence entre l'énergie et la masse au repos .....	65
5.3.1	La radioactivité montre que la matière peut émettre de l'énergie.....	65
5.3.2	Variation de la masse par absorption ou émission de chaleur .....	66
5.3.3	Variation de l'énergie d'un électron en mouvement .....	67
5.3.4	Spectromètre de masse .....	67
5.3.5	Vérification directe de l'équivalence entre masse et énergie .....	67
5.4	Énergie d'une particule en relativité restreinte .....	68
5.4.1	Énergie de masse et énergie cinétique .....	68
5.4.2	Relation entre impulsion et énergie .....	69
5.4.3	Apparition de l'antimatière .....	69
5.4.4	Particules de masse nulle .....	70
5.5	Vérifications expérimentales .....	70
5.5.1	Invariance de la vitesse de la lumière .....	71
5.5.2	Les accélérateurs de particules .....	72
5.6	Exercices .....	73
<b>6.</b>	<b>L'ESPACETEMPS DE POINCARÉ-MINKOWSKI .....</b>	<b>77</b>
5.5	Représentations de l'espacetemps .....	77
6.1.1	Espacetemps de Poincaré .....	77
6.1.2	Rotations de l'espacetemps .....	78
6.1.3	Groupe de Poincaré .....	80
6.1.4	Espacetemps de Minkowski .....	80
6.1.5	Produit scalaire de Minkowski .....	80
6.2	Propriétés des quadrivecteurs .....	81
6.2.1	Transformation de Lorentz d'un quadrivecteur .....	81
6.2.2	Produit scalaire et norme .....	82
6.2.3	Respect du principe de causalité .....	82
6.3	Quadrivecteurs particuliers .....	84
6.3.1	Ligne d'univers et quadrivitesse d'une particule .....	84
6.3.2	Quadriaccélération d'une particule .....	84
6.3.3	Quadri-impulsion d'une particule .....	85
6.4	Exercices .....	86
<b>7.</b>	<b>IDÉES DE BASE DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE .....</b>	<b>89</b>
7.1	La loi de la gravitation doit être modifiée .....	89
7.2	Équivalence gravitation/accélération .....	90
7.2.1	Principe d'équivalence de Newton .....	90
7.2.2	Mesures dans des champs de gravitation et d'accélération .....	91
7.2.3	Principe d'équivalence d'Einstein .....	92
7.2.4	Équivalence locale entre gravitation et accélération .....	92
7.3	Systèmes de référence équivalents .....	92
7.3.1	Extension du principe de relativité .....	93
7.3.2	Une idée audacieuse .....	93
7.4	Nécessité d'une géométrie non euclidienne .....	93
7.4.1	Système de référence en rotation .....	94
7.4.2	Décalage gravitationnel de la fréquence d'un photon.....	95
7.4.3	Mesure du décalage gravitationnel en laboratoire .....	95
7.5	Systèmes de référence .....	96
7.5.1	Des systèmes de référence difficiles à inventer.....	96
7.5.2	Espace non euclidien : surface sphérique à deux dimensions .....	97
7.5.3	Coordonnées curvilignes de Gauss .....	98

7.5.4	Distance entre deux points infiniment proches .....	99
7.6	Principe de relativité généralisé .....	100
7.6.1	« Mollusque de référence » à quatre dimensions .....	101
7.6.2	Formulation exacte du principe de relativité généralisé .....	101
7.6.3	Métrique d'un « Mollusque de référence » .....	102
7.7	La matière-énergie déforme l'espacetemps .....	103
7.7.1	Riemann s'interroge sur les fondements de la géométrie .....	103
7.7.2	L'exemple d'espace non euclidien de Henri Poincaré .....	103
7.7.3	Chronogéométrie de l'espacetemps .....	104
7.8	L'espacetemps riemannien .....	104
7.8.1	Courbure de l'espacetemps .....	105
7.8.2	Le principe des géodésiques .....	105
7.9	Les équations d'Einstein .....	105
<b>8.</b>	<b>LE CALCUL TENSORIEL S'IMPOSE EN RELATIVITÉ .....</b>	<b>107</b>
8.1	Conventions de notation .....	107
8.1.1	Convention de sommation .....	107
8.1.2	Convention de notation d'indice primé .....	108
8.2	Types de composantes des vecteurs .....	109
8.2.1	Produit scalaire .....	109
8.2.2	Composantes contravariantes d'un vecteur .....	109
8.2.3	Composantes covariantes d'un vecteur .....	110
8.2.4	Relations entre composantes contravariantes et covariantes .....	110
8.2.5	Produit scalaire en fonction des composantes covariantes .....	111
8.2.6	Remarques à propos des composantes covariantes .....	111
8.3	Espaces ponctuels .....	111
8.3.1	Définition d'un espace ponctuel .....	112
8.3.2	Repères d'un espace ponctuel .....	112
8.3.3	Notation indicielle des dérivées partielles .....	112
8.3.4	Coordonnées curvilignes .....	113
8.3.5	Repère naturel d'un système de coordonnées curvilignes .....	113
8.3.6	Élément linéaire d'un espace ponctuel .....	114
8.3.7	Changement de base naturelle d'un espace vectoriel .....	114
8.3.8	Transformation des composantes d'un vecteur .....	115
8.4	Définition des tenseurs .....	115
8.4.1	Tenseur d'ordre zéro et d'ordre un .....	116
8.4.2	Exemple d'un tenseur d'ordre deux : le tenseur métrique .....	116
8.4.3	Produit tensoriel de vecteurs .....	117
8.4.4	Définition des tenseurs d'ordre deux .....	118
8.4.5	Tenseurs d'ordre quelconque .....	118
8.5	Opérations sur les tenseurs .....	119
8.5.1	Espace vectoriel de tenseurs .....	119
8.5.2	Produit scalaire .....	119
8.5.3	Contraction des indices .....	120
8.5.4	Critères de tensorialité .....	120
8.6	Covariance des lois de la physique .....	121
8.6.1	Tenseurs d'ordre 1 .....	122
8.6.2	Tenseurs d'ordre $n$ .....	122
8.6.3	Invariance des lois de la physique .....	123
8.7	Tenseurs contravariants et covariants .....	123
8.7.1	Vecteurs contravariants et covariants .....	123
8.7.2	Tenseurs contravariants et covariants .....	124
8.8	Exercices .....	125

<b>9. GRAVITATION RELATIVISTE</b> .....	<b>129</b>
9.1 Définition des espaces riemanniens .....	129
9.1.1 Métriques des espace de Riemann .....	129
9.1.2 Métriques euclidienne et riemannienne .....	130
9.1.3 Propriétés des espaces de Riemann .....	130
9.2 Tenseur de courbure .....	131
9.2.1 Transport parallèle dans un espace euclidien .....	131
9.2.2 Transport parallèle dans un espace riemannien .....	131
9.2.3 Détermination du tenseur de courbure .....	132
9.2.4 Expression du tenseur de courbure en coordonnées normales .....	132
9.2.5 Composantes indépendantes .....	133
9.3 Espacetemps à courbure riemannienne .....	133
9.3.1 Métrique spatiale riemannienne .....	134
9.3.2 Temps propre .....	134
9.3.3 Distance spatiale infinitésimale .....	135
9.4 Équations d'Einstein .....	135
9.4.1 Déformation de l'espacetemps de la relativité restreinte .....	135
9.4.2 Contraintes imposées aux équations d'Einstein .....	136
9.4.3 Équations de la gravitation relativiste .....	137
9.4.4 « Rigidité » de l'espacetemps .....	138
9.4.5 Résolution des équations du champ de gravitation .....	139
9.5 Champ de gravitation central symétrique .....	139
9.5.1 Champ à symétrie centrale dans le vide .....	139
9.5.2 Singularité de Schwarschild .....	140
9.5.3 Champ à symétrie centrale à l'intérieur de la matière .....	141
9.5.4 Trous noirs .....	141
<b>10. VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES</b> .....	<b>143</b>
10.1 Avance du périhélie de Mercure .....	143
10.1.1 Insuffisance de la théorie newtonienne .....	143
10.1.2 Avances du périhélie des planètes .....	144
10.2 Déviation des rayons lumineux .....	144
10.2.1 Principe de la vérification expérimentale .....	145
10.2.2 L'éclipse du 29 mai 1919 .....	145
10.2.3 Retards d'échos radar renvoyés par une planète .....	146
10.2.4 Mirages gravitationnels .....	147
10.3 Décalage gravitationnel de la fréquence d'un rayonnement .....	148
10.3.1 Mesures du décalage gravitationnel .....	148
10.3.2 Système de positionnement GPS .....	148
10.4 Ondes gravitationnelles .....	149
10.4.1 Émission radio d'un pulsar .....	149
10.4.2 Pulsars binaires .....	150
10.4.3 Pulsar binaire PSR 1913+16 .....	150
10.5 Expansion de l'Univers .....	151
10.5.1 L'Univers statique d'Einstein .....	151
10.5.2 Les Univers non statiques .....	152
10.5.3 Les Univers de Friedmann .....	153
10.5.4 Le Big Bang .....	154
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>155</b>