Avant-propos

Les principes de convertisseurs d'énergie à découpage sont bien connus et leur réalisation est souvent tentante. Par exemple réussir à obtenir une tension élevée à partir de deux piles de 1.5 V ou alimenter un appareil électroménager prévu pour fonctionner sur le réseau alternatif, à partir d'une batterie d'automobile est gratifiant pour le technicien. Mais ces montages nécessitent la réalisation de composants magnétiques, bobines ou transformateurs fonctionnant à fréquence élevée. Ces composants ne sont, en général, pas « standards». Il convient de les réaliser soi-même à partir de noyau magnétique préformé qu'il faut choisir judicieusement et c'est là un écueil pour de nombreux étudiants.

Dans cet ouvrage on présente à partir d'exemples, des réalisations simples de convertisseurs et surtout le dimensionnement des composants magnétiques. Le but n'est pas d'obtenir des dimensionnements optimisés qui sont obtenus par des logiciels spécialisés. Au contraire on ne présente que des principes qui ne nécessitent pas d'outils de modélisation complexe. On ne présente pas de simulations mais des réalisations concrètes conduisant à des signaux expérimentaux que l'on commente. On cherche à obtenir des montages, avec un grand coefficient de sécurité, utilisables dans une situation d'enseignement.

Le niveau est celui des classes de BTS et d'IUT du secteur du Génie Electrique mais l'ouvrage peut aussi profiter aux élèves des écoles d'ingénieurs de ce secteur et aux candidats aux concours de recrutement de l'éducation nationale dans le domaine du Génie Electrique.

-…Tout est question ici, et tout est réponse, et si une main est deux fois trop grosse c'est qu'on a voulu dire quelque chose !
- Et qu'a-t-on voulu nous dire ?
- Que tout se fait par la main, que tout procède d'elle. Sans la main pas de cathédrale…Pas d'automobile non plus !
Il se fit un silence.
- C'est une grande leçon d'humilité que donne le tympan de Vézelay à l'intellectuel en vérité !…

Henri VINCENOT in « Le pape des escargots »

Bibliographie

Site sur les semi-conducteurs de puissance et les circuits de commande
www.infineon.com
www.st.com
www.irf.com
www.fairchildsemi.com
www.semikron.com

Site sur les matériaux magnétiques
www.ferroxcube.com

Power Semiconductor Applications Philips Semiconductors
http://www.nxp.com/acrobat_download/applicationnotes/APPCHP2.pdf (SMPS)
http://www.nxp.com/acrobat_download/applicationnotes/APPCHP6.pdf (Thyristor, Triac)
http://www.nxp.com/acrobat_download/applicationnotes/APPCHP8.pdf (lighting)

Ouvrages

Alimentation à découpage, convertisseurs à résonance, Principes, composants modélisation FERRIEUX, FOREST, Dunod 2006

Conversion d'énergie, électrotechnique, électronique de puissance - Résumé de cours et problèmes corrigés - Nouvelle édition - JAMEAU, LEGER, Ellipses 2004

Articles

Convertisseur de type forward Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage FOCH CHERON Les Techniques de l'ingénieur, article D3167

CHAPITRE I

MODELISATION DES COMPOSANTS FONDAMENTAUX

Les rappels effectués ici sont, pour une partie, identiques à ceux de l'ouvrage intitulé "Moteurs à courants alternatif" Editions Ellipses Collection TechnoSup.

Ce chapitre a pour but de présenter les différentes lois utilisées, leur applications aux composants rencontrés par la suite et de présenter les méthodes de calculs utilisées.

Les convertisseurs en électronique de puissance sont constitués des composants fondamentaux (résistance, condensateur, composant inductif) et d'interrupteurs (transistor, diode, thyristor…). Les signaux sont périodiques mais chaque période est en général une succession de régimes transitoires.

On a utilise ici la représentation des systèmes par leur schéma bloc. Les constituants des systèmes sont modélisés par les 3 composants fondamentaux, résistance, capacité, composant inductif pour lesquels on présente les principales propriétés.

On rappelle l'étude des signaux périodiques par leur développement en série de Fourier et l'étude des régimes transitoires par la résolution d'équations différentielles ou en utilisant la transformée de Laplace

Enfin on présente les différents interrupteurs utilisés en électronique de puissance uniquement par leur aspect fonctionnel.

1. LES SIGNAUX EN ELECTROTECHNIQUE

1.1 Les signaux sinusoïdaux

Un signal sinusoïdal $x(t) = X\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t - \alpha)$ est caractérisé par 3 paramètres :

- $f = \dfrac{1}{T}$: la fréquence (T est la période)
- X : la valeur efficace ($X_M = X\sqrt{2}$ est l'amplitude)
- α : le déphasage par rapport à l'origine des temps.

Dans de nombreux cas la fréquence f est imposée. La définition d'une sinusoïde se limite alors à deux paramètres X et α qui déterminent :

- un vecteur $\vec{x}$ (le vecteur de Fresnel dont la norme est X et l'angle par rapport à l'axe des abscisse est $-\alpha$)

- ou un nombre complexe $\underline{x} = X.e^{-j\alpha}$.

1.2 La transformation de Laplace

Pour étudier les régimes transitoires on utilise la transformation de Laplace dont l'intérêt est de remplacer des équations différentielles par des équations algébriques.

Soit un signal *x(t)*. Par définition sa *transformée de Laplace* est $X(p)=\int_0^\infty x(t).e^{-p.t}.dt$.

Si $z(t)=\frac{dx}{dt}$ alors $Z(p)=p.X(p)$ (si les conditions initiales sont nulles) et $X(p)=\frac{Z(p)}{p}$. La dérivation d'une fonction revient à multiplier par p sa transformée de Laplace et l'intégration revient à la diviser par p.

Soient deux signaux u et y, liés par une équation différentielle linéaire d'ordre N à coefficients constants.

$$a_0.y+a_1.\frac{dy}{dt}+a_2.\frac{d^2y}{dt^2}+...+a_N.\frac{d^Ny}{dt^N}=b_0.u+b_1.\frac{du}{dt}+b_2.\frac{d^2u}{dt^2}+...+b_M.\frac{d^Mu}{dt^M}$$

La transformation de Laplace appliquée à l'équation différentielle conduit à :

$$a_0.Y+a_1.p.Y+a_2.p^2.Y+...+a_N.p^N.Y=b_0.U+b_1.p.U+b_2.p^2.U+...+b_M.p^M.U$$

Soit $\frac{Y}{U}=\frac{b_0+b_1.p+b_2.p^2+...+b_M.p^M}{a_0+a_1.p+a_2.p^2+...+a_N.p^N}=F(p)$

F(p) est nommée *fonction de transfert* du système. Pour un système linéaire c'est une fraction rationnelle. En régime permanent sinusoïdal à la fréquence f , les signaux s'expriment : $u(t)=U\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t)$ et $y(t)=Y\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t-\alpha)$. Ces deux signaux peuvent être représentés par les deux nombres complexes $\underline{u}=U$ et $\underline{y}=Y.e^{-j.\alpha}$.

La relation entre $\underline{u}=U$ et $\underline{y}=Y.e^{-j.\alpha}$ est fournie par la fonction de transfert pour $p=j.\omega$ (où $\omega=2.\pi.f$ est la pulsation des signaux).

$$\frac{\underline{y}}{\underline{u}}=\frac{b_0+b_1.(j.\omega)+b_2.(j.\omega)^2+...+b_M.(j.\omega)^M}{a_0+a_1.(j.\omega)+a_2.(j.\omega)^2+...+a_N.(j.\omega)^N}=F(j.\omega)$$

Le déphasage entre les signaux u et y est alors $(\widehat{\underline{u},\underline{y}})=\arg(\underline{y})-\arg(\underline{u})=\arg[F(j\omega)]=-\alpha$

La relation entre les valeurs efficaces (ou entre les amplitudes) des signaux est $\frac{Y}{U}=|F(j\omega)|$

1.3 Les signaux périodiques

1.3.1 Développement en série de Fourier

Un signal $x(t)$ périodique de période $T=\frac{1}{f}$ peut être obtenu par la superposition de sinusoïdes de fréquences $f=k.f$ où k est entier.

$$\boxed{x(t)=<x>+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\sqrt{2}\sin(k.2.\pi.f.t)+\sum_{k=1}^{\infty}B_k\sqrt{2}\cos(k.2.\pi.f.t)}$$

$<x>=\frac{1}{T}\int_{(T)}x(t)dt$ est la valeur moyenne du signal (ou composante continue)

Les paramètres A_k et B_k sont donnés par les relations :

$$\boxed{A_k\sqrt{2}=\frac{2}{T}\int_a^{a+T}x(t).\sin(k.2.\pi.f.t)dt} \quad \text{et} \quad \boxed{B_k\sqrt{2}=\frac{2}{T}\int_a^{a+T}x(t).\cos(k.2.\pi.f.t)dt}$$

On peut utiliser la relation :

$$a.\sin(x)+b.\cos(x)=\sqrt{a^2+b^2}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin(x)+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos(x)\right]$$

$$a.\sin(x)+b.\cos(x)=\sqrt{a^2+b^2}[\cos(\alpha).\sin(x)-\sin(\alpha).\cos(x)]=\sqrt{a^2+b^2}.\sin(x-\alpha)$$

avec $\cos(\alpha)=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ *et* $\sin(\alpha)=-\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

On montre ainsi que $\boxed{x=<x>+\sum_{k=1}^{\infty}X_k\sqrt{2}\sin(k.2.\pi.f.t-\varphi_k)}$

avec $X_k=\sqrt{A_k^{\;2}+B_k^{\;2}}$, $\cos(\varphi_k)=\frac{A_k}{X_k}$ et $\sin(\varphi_k)=-\frac{B_k}{X_k}$

$x_k(t)=X_k\sqrt{2}\sin(k.2.\pi.f.t-\varphi_k)$ est *l'harmonique de rang k* du signal

$x_1(t)=X_1\sqrt{2}\sin(2.\pi.f.t-\varphi_1)$ est le *fondamental* du signal

X_k est la valeur efficace de l'harmonique *k.* Elle ne dépend pas de l'origine des temps choisie.

φ_k est la phase de l'harmonique *k* **elle dépend de l'origine des temps choisie.**

La valeur efficace du signal X s'obtient à partir de la valeur efficace X_k des harmoniques et de la valeur moyenne par la relation de Parceval : $X=\sqrt{<x>^2+\sum_{k=1}^{\infty}X_k^2}$

On définit le *taux de distorsion harmonique total* (THD : Total Harmonic Distorsion) d'un signal x par : $THD(x)=\frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty}X_k^2}}{X_1}$. C'est le rapport entre la valeur efficace cumulée des harmoniques et celle du fondamental. Il est nul pour un signal purement sinusoïdal et peut être infini pour un signal dont l'amplitude des harmoniques est grande devant l'amplitude du fondamental.

Le *taux de distorsion* DF (Distorsion Factor) est définit par $DF(x)=\frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty}X_k^2}}{X}$. C'est le rapport entre la valeur efficace cumulée des harmoniques et celle du signal. Il est nul pour un signal purement sinusoïdal et tend vers *1* pour un signal dont l'amplitude des harmoniques est grande devant l'amplitude du fondamental.

1.3.2 Propriétés

- Signal pair : $x(t)=x(-t)$. La décomposition ne comporte pas de termes en « sinus », $B_k=0\ \forall k$.
- Signal impair : $x(t)=-x(-t)$. La décomposition ne comporte pas de termes en « cosinus » $A_k=0\ \forall k$.

Le choix de l'origine des temps permet souvent de faire apparaître une telle symétrie.

- Signal présentant un *symétrie de « glissement »* (cf. figure I - 1) : l'alternance négative est égale au signe près à l'alternance positive), soit $x(t+\frac{T}{2})=-x(t)$. **Les harmoniques de rang pair sont nuls.**

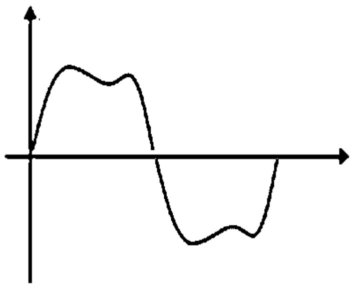


figure I - 1

1.3.3 Expression de la puissance

Si la tension *u* aux bornes d'un circuit et le courant *i* dans ce circuit s'écrivent:

$$u(t) = \langle U_c \rangle + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \sqrt{2} \sin(k.2.\pi.f_o.t - \alpha_k)$$

$$i(t) = \langle i_c \rangle + \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sqrt{2} \sin(k.2.\pi.f_o.t - \alpha_k - \varphi_k)$$

Chaque harmonique de tension, $u_k(t)$, possède la valeur efficace U_k.

Chaque harmonique de courant $i_k(t)$ possède la valeur efficace I_k et est déphasé de φ_k sur l'harmonique de tension $u_k(t)$, soit : $\varphi_k = (\widehat{i_k(t), u_k(t)})$

La puissance dissipée dans ce circuit s'exprime alors par :

$$\boxed{P = \langle u.i \rangle = \langle U_c \rangle \langle i_c \rangle + \sum_{k=1}^{\infty} U_k.I_k.\cos(\varphi_k)}$$

En régime sinusoïdal pur, la puissance s'exprime $P = U.I.\cos(\varphi)$ où $\varphi = (\widehat{\underline{i},\underline{u}})$

1.4 Utilisation de la série de Fourier et du théorème de superposition

1.4.1 Système linéaire. Théorème de superposition

Soit un système dans lequel deux signaux *s* et *e* sont liés par une relation *s=f(e)*.

Le système est linéaire si la relation *s=f(e)* vérifie la propriété (nommée théorème de superposition) : $\boxed{s = f(e_1 + e_2 + e_3 + ...) = f(e_1) + f(e_2) + f(e_3) + ...}$

On montre qu'alors la relation entre *s* et *e* est une équation différentielle à coefficients constants. Le système peut être décrit par sa fonction de transfert $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.

1.4.2 Application du théorème de superposition avec la décomposition en série de Fourier

Soit un système linéaire soumis à un signal *e(t)* périodique connu de pulsation ω. On cherche l'expression **en régime permanent** d'un signal *s* lié à *e* par la relation *s=f(e).*

Pour un signal périodique on peut écrire $e(t)=\sum_{k=1}^{\infty} E_k.\sin(k.\omega\ t-\alpha_k)$. Il en résulte (par application du théorème de superposition) :

$$\boxed{s=f(e)\Leftrightarrow s(t)=f[\sum_{k=1}^{\infty}E_k.\sin(k.\omega t-\alpha_k)]=\sum_{k=1}^{\infty}f[E_k.\sin(k.\omega t-\alpha_k)]}$$

$s_k(t)=f[E_k.\sin(k.\omega.t-\alpha_k)]$ est la contribution dans *s(t)* due à la composante sinusoïdale de pulsation $k\omega$, $e_k(t)=E_k.\sin(k.\omega.t-\alpha_k)$.

$s_k(t)$ est un signal sinusoïdal de pulsation $k\omega$ ➔ $s_k(t)=S_k.\sin(k.\omega..t-\alpha_k-\varphi_k)$ en régime permanent.

Le système étant connu par sa fonction de transfert $F(j\omega)=\dfrac{S(j\omega)}{E(j\omega)}$ on déduit :

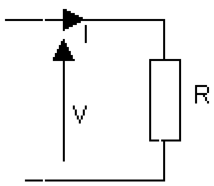
$$S_k=E_k.\left|F(jk\omega)\right| \text{ et } \varphi_k=\widehat{(e_k,s_k)}=\arg[F(jk\omega)]$$

On obtient de la sorte le signal *s(t)* **en régime permanent** dû au signal *e(t)* sans résoudre d'équation différentielle.

2. LOIS CARACTERISANT LES COMPOSANTS FONDAMENTAUX

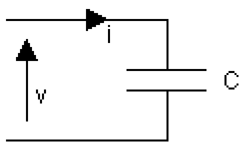
Les convertisseurs sont constitués par des circuits électriques comportant des éléments résistifs, des éléments inductifs et des éléments capacitifs. On résume ici les relations fondamentales régissant le fonctionnement de ces dispositifs.

2.1 La résistance



Une résistance *R* soumise entre ses bornes à la tension *V* est parcourue par un courant d'intensité *I* tel que $V=R.I$, c'est la loi d'Ohm. Elle est indépendante du temps. Cette relation est valable à tout instant. En régime sinusoïdal le courant et la tension sont en phase. La puissance dissipée dans la résistance *R* est $P=<v.i>=R.i^2=\dfrac{v^2}{R}$

2.2 Le condensateur



Un condensateur de capacité *C* soumis entre ses bornes à la tension, *v,* est parcouru par un courant d'intensité, *i,* tel que $i=C\dfrac{dv}{dt}$. Cette relation est valable à tout instant.

Le courant donne la pente de la tension. Si le courant est positif alors la tension augmente, on dit que le condensateur se charge. Si le courant est négatif alors la tension diminue, on dit que le condensateur se décharge. La tension ne peut pas être discontinue car il faudrait pour cela un courant infini. La tension possède des variations moins rapides que le courant comme le montre l'exemple de la figure I - 2. Pour déterminer la tension à partir du courant il faut connaître une condition initiale.

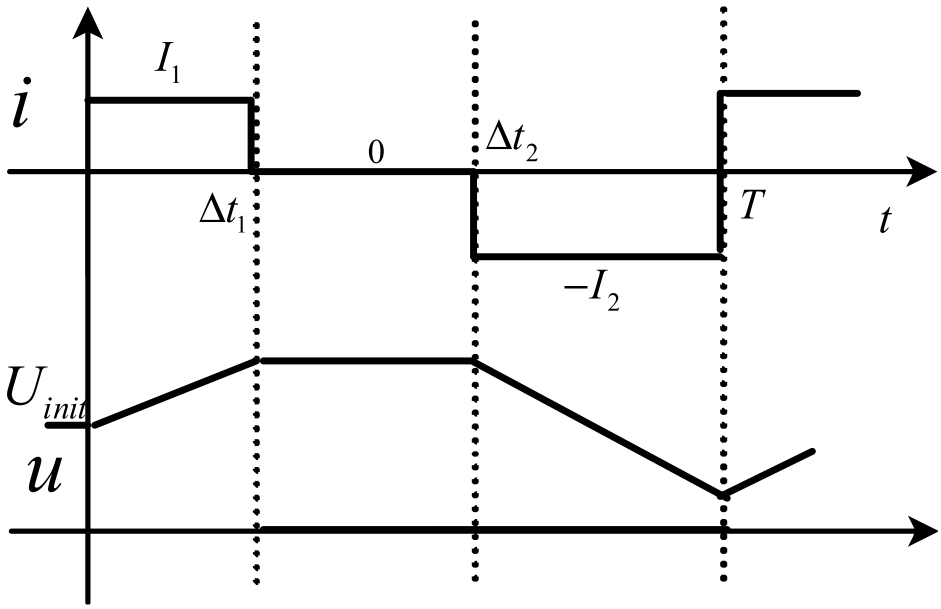


figure I - 2

L'application de la transformation de Laplace conduit à : $I(p) = C.p.V(p)$ soit en régime sinusoïdal permanent ($p = j.\omega$ où ω est la pulsation des signaux) : $\underline{I} = j.C.\omega.\underline{V}$.
Si le courant, en régime permanent, est $i = I\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t)$ alors la tension est $v = V\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t - \frac{\pi}{2})$. En régime sinusoïdal permanent la tension est déphasée de 90° en retard par rapport au courant.

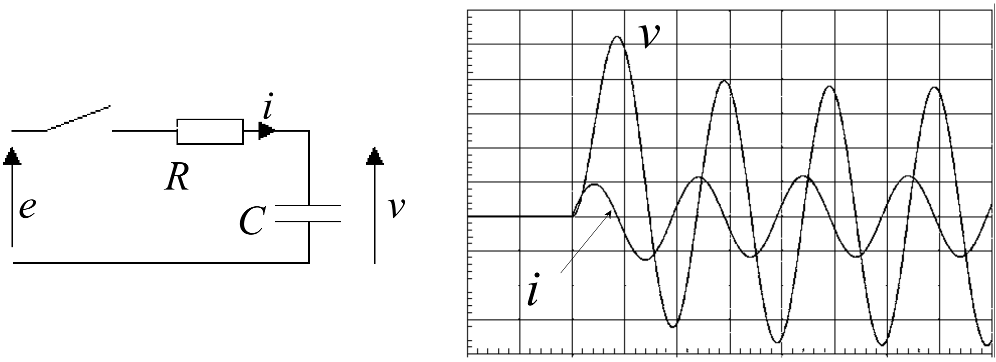


figure I - 3

La puissance absorbée par la capacité est $P = < v.i > = 0$, elle est nulle en moyenne et positive pendant une demi-période puis négative pendant l'autre demi-période.

L'énergie emmagasinée à l'instant t est $W=\int_0^t v.i.dt=\int_0^t C.v.dv=\frac{1}{2}.C.v^2$ La quantité d'électricité emmagasinée est $q=\int_{-\infty}^{t} i.dt=\int_{-\infty}^{t} c.dv=C.v$

On ne peut pas connecter une source de tension parfaite aux bornes d'une capacité. Imaginons que l'on connecte une source de tension parfaite non nulle V_0 à une capacité parfaite déchargée. Le courant d'établissement initial serait alors $i=C\frac{dv}{dt}\rightarrow\infty$ (la tension passe instantanément de 0 à V_0 lors de la connexion). Pour déterminer le courant réel il faut tenir compte de la résistance des fils de connexion. La tension aux bornes d'une capacité résulte de l'existence du courant. On doit toujours tenir compte des résistances entre une source de tension et une capacité. Une capacité est une source de tension et on ne peut pas connecter deux sources de tension en parallèle.

Généralement on impose la tension (qui est la cause de l'apparition du courant) sur les composants et le courant semble être une conséquence. En régime permanent le courant dans une capacité est alors en **avance** de 90° sur la tension. Ce résultat est contraire au principe de causalité, la conséquence est en retard par rapport à la cause. La relation $i=C\frac{dv}{dt}$ qui fait apparaître le courant comme résultat de la tension, n'est pas causale (c'est la dérivation qui n'est pas causale) mais la relation $v=\frac{1}{C}\int_0^t i(x).dx$ qui fait apparaître la tension comme la conséquence du courant est causale. On a vu ci-dessus qu'on ne peut pas imposer la tension et c'est bien le courant qui est la cause de l'existence de la tension.

Quand on applique brutalement une source de tension sinusoïdale sur un circuit *R-C* il existe un régime transitoire avant l'établissement du régime sinusoïdal permanent. Pendant ce régime transitoire le courant n'est pas sinusoïdal. Sur la figure I - 3

on observe l'évolution de la tension, v et du courant, i dans un condensateur de $C=1000\ \mu F$ soumis à une source de tension, $e=E\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t)$, de valeur efficace $E=220\ V$, de fréquence $f=50\ Hz$ via une résistance $R=10\ \Omega$.

2.3 Les composants inductifs en régime linéaire

2.3.1 Rappels sur les circuits magnétiques

Le module, B, du champ magnétique, $\vec{B}$, créé dans un circuit magnétique, par une bobine de N spires parcourue par le courant I est proportionnel (dans le cas d'une modélisation linéaire) au nombre « d'Ampère-tours », $N.I$. Le coefficient de proportionnalité dépend de la géométrie du circuit magnétique et des matériaux dans lesquels on crée le champ magnétique. On sait qu'il est plus aisé d'obtenir un fort champ magnétique dans du fer que dans l'air. Ce coefficient dépend aussi de la longueur des lignes de champs (longueur du circuit magnétique), plus la longueur est importante, plus le champ a une amplitude faible. En notant L la longueur des lignes de champ et μ la perméabilité magnétique du matériau, ces remarques « intuitives » conduisent à la relation, $B=\mu\frac{N.I}{L}$.

On définit l'excitation magnétique par, $H = \frac{N.I}{L}$. Elle ne dépend que de la géométrie de la bobine et du courant mais pas du matériau. Cette excitation conduit au champ magnétique $B = \mu.H$ dans le matériau.

On définit le flux du champ magnétique $\vec{B}$ sur une surface S par $\varphi = \vec{B}.\vec{S}$ où $\vec{S}$ est un vecteur normal (perpendiculaire) à la surface S et dont la norme est S.
L'intérêt de définir le flux est dû à sa propriété d'être conservatif (comme l'énergie) le long du circuit magnétique. Si on dispose de plusieurs bobines les effets magnétisants des courants peuvent être additifs ou soustractifs selon le sens des courants.

2.3.2 Le théorème d'Ampère

On peut définir le vecteur excitation magnétique $\vec{H}$ par un vecteur colinéaire au champ magnétique $\vec{B}$ et de module $H = \frac{N.I}{L} \Leftrightarrow H.L = NI$. Cette relation est en fait la forme intégrée de l'expression $\oint \vec{H}.\vec{dl} = N.I$. Le terme $\oint \vec{H}.\vec{dl}$ est l'intégrale du champ H le long d'une courbe fermée, entourant les N spires parcourues par le courant I. Si le champ $\vec{H}$ a un module constant et est tangent à la courbe fermée de longueur L on retrouve bien $H = \frac{N.I}{L}$.

La relation $\oint \vec{H}.\vec{dl} = N.I$ constitue le théorème d'Ampère.

2.3.3 Cas des bobines couplées : la loi d'Hopkinson

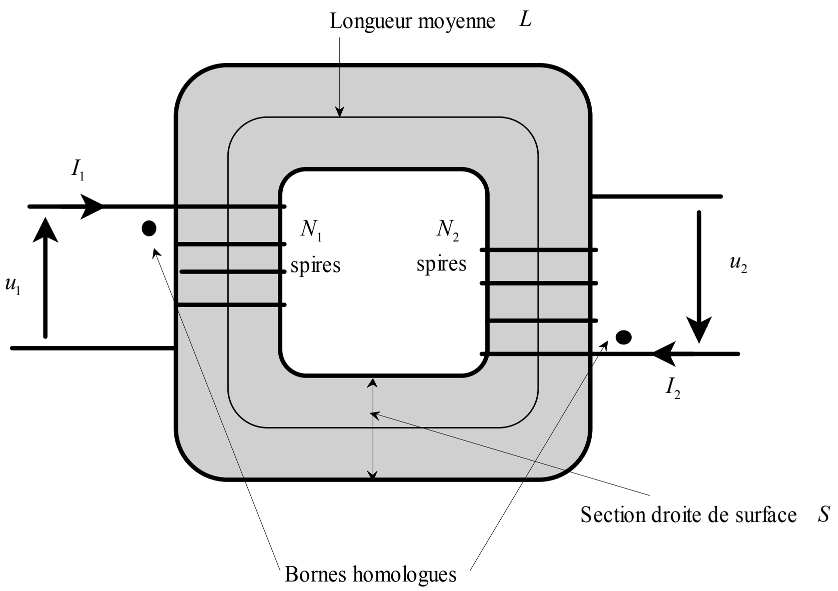


figure I-4

Soient, figure I-4, deux bobines sur un circuit magnétique dont la longueur moyenne est L et la section droite possède la surface S (ceci constitue un transformateur).
On admet que les lignes de champ sont colinéaires à la ligne moyenne du circuit magnétique (ceci n'est vrai que pour un circuit magnétique torique) et que du fait de l'homogénéité du matériau l'amplitude du champ magnétique est constante le long d'une ligne de champ.

Par définition deux bornes sont dites homologues si des courants « entrants » par ces bornes ont des effets magnétiques additifs. On repère les bornes qui indiquent le sens du bobinage en plaçant un "point" sur le schéma (cf. figure I-4) près des ces bornes.

On note L est la longueur moyenne du circuit magnétique.

L'excitation magnétique créée par les deux bobines est alors $H = \dfrac{N_1.I_1 + N_2.I_2}{L}$ conformément au théorème de superposition. Le champ magnétique obtenu dépend de la perméabilité du matériau selon la relation $B = \mu.H$.

Avec le sens des courant choisis sur la figure I-4 et la disposition des bornes homologies (sens de bobinage) les « ampère.tours » sont ici additifs. Mais il ne faut pas oublier que la somme des « ampère.tours » est algébrique.

Le flux dans une section droite du circuit magnétique est $\varphi = B.S$

Il vient alors $N_1.I_1 + N_2.I_2 = H.L = \dfrac{B}{\mu}.L = \dfrac{\varphi}{\mu.S}.L = \Re.\varphi$

Où $\Re = \dfrac{L}{\mu.s}$ est nommé **réluctance** et est caractéristique du circuit magnétique.

La relation $N_1.I_1 + N_2.I_2 = \Re.\varphi$ est la loi **d'Hopkinson.**

$F = N_1.I_1 + N_2.I_2$ est nommé **force magnétomotrice** (FMM).

La relation $F = R.\varphi$ est analogue à la loi d'Ohm $U = R.I$ et le flux étant conservatif obéit à la loi des nœuds, on peut ainsi établir des circuits électriques équivalents en établissant une bijection entre la tension et la FMM d'une part et le courant et le flux d'autre part.

La loi d'Hopkinson n'est qu'une application du théorème d'Ampère le long d'une ligne de champ au centre du circuit magnétique.

2.3.4 La loi de Faraday

La relation fondamentale est la loi de Faraday. Pour une bobine de N spires avec le flux par spire φ, la tension aux bornes de la bobine est $u = \pm N\dfrac{d\varphi}{dt}$ selon la convention récepteur ou générateur, cf. figure I - 5 qui lie le signe du flux au signe du courant.

$N.\varphi = L.i$ $\quad$ $u = -N\dfrac{d\varphi}{dt}$

Convention générateur

$N.\varphi = L.i$ $\quad$ $u = N\dfrac{d\varphi}{dt}$

Convention récepteur

figure I - 5

2.3.5 Relation entre la tension et le courant, l'inductance propre

On définit l'inductance L propre d'une telle bobine par $N.\varphi = L.i$ d'où, $u = L\dfrac{di}{dt}$.

Cette relation n'est correcte que pour une bobine seule**, elle ne s'applique pas pour les bobines couplées.**

2.3.6 Cas des bobines couplées, l'inductance mutuelle

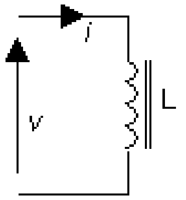
Prenons l'exemple de la figure I-4. La loi de Faraday appliquée à la bobine N° 1 conduit à $u_1 = N_1 \dfrac{d\varphi}{dt}$ et la loi d'Hopkinson à $N_1.I_1 + N_2.I_2 = \Re.\varphi$ soit ,

$$u_1 = \frac{N_1^2}{\Re}\frac{di_1}{dt} + \frac{N_1.N_2}{\Re}\frac{di_2}{dt} \Rightarrow u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$L_1 = \dfrac{N_1^2}{\Re}$ **est l'inductance propre de la bobine** 1 **et** $M = \dfrac{N_1.N_2}{\Re}$ **est la mutuelle inductance entre les deux bobines**. Le flux est commun aux deux bobines et il dépend des deux courants. Le flux total dans la bobine N° 1 est $N_1.\varphi = L_1.i_1 + M.i_2$ et le flux total dans la bobine N° 2 est $N_2.\varphi = L_2.i_2 + M.i_1$. Les paramètres L_1, L_2, M peuvent être négatifs, leur signe dépend du sens conventionnel choisi pour les courants et du sens du bobinage, c'est à dire de la disposition des bornes homologues.-

Règle : Pour déterminer la tension sur une bobine en fonction du courant, il faut combiner les lois de Faraday et d'Hopkinson. Attention, les signes dépendent des sens de bobinages et des conventions pour le sens du courant.

2.3.7 Remarques



Une bobine d'inductance L est soumise entre ses bornes à la tension v est parcouru par un courant d'intensité i tel que $v = L\dfrac{di}{dt}$. Cette relation est valable à tout instant.

L'évolution du courant et de la tension dans une bobine seule est le dual de celui dans un condensateur, en permutant courant et tension.

La tension donne la pente du courant. Si la tension est positive alors le courant augmente, on peut dire que la bobine se charge car l'énergie emmagasinée $W = \dfrac{1}{2}L.i^2$ augmente si la valeur absolue du courant augmente. Si la tension est négative alors le courant diminue, on dit que la bobine se décharge quand la valeur absolue du courant diminue ce qui correspond à une diminution de l'énergie emmagasinée. Le courant ne peut pas être discontinu car il faudrait pour cela une tension infinie. Le courant possède des variations moins rapides que la tension comme le montre l'exemple de la figure I - 6. Pour déterminer le courant à partir de la tension il faut connaître une condition initiale.

En régime sinusoïdal permanent le courant est déphasé de 90° en retard par rapport à la tension.

L'application de la transformation de Laplace conduit à : $V(p) = L.p.I(p)$ soit en régime sinusoïdal permanent ($p = j.\omega$, où $\omega = 2.\pi.f$ est la pulsation des signaux) : $\underline{V} = j.L.\omega.\underline{I}$.

Si la tension, en régime permanent, est $v = V\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t)$ alors le courant est

$$i = I\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t - \frac{\pi}{2})$$

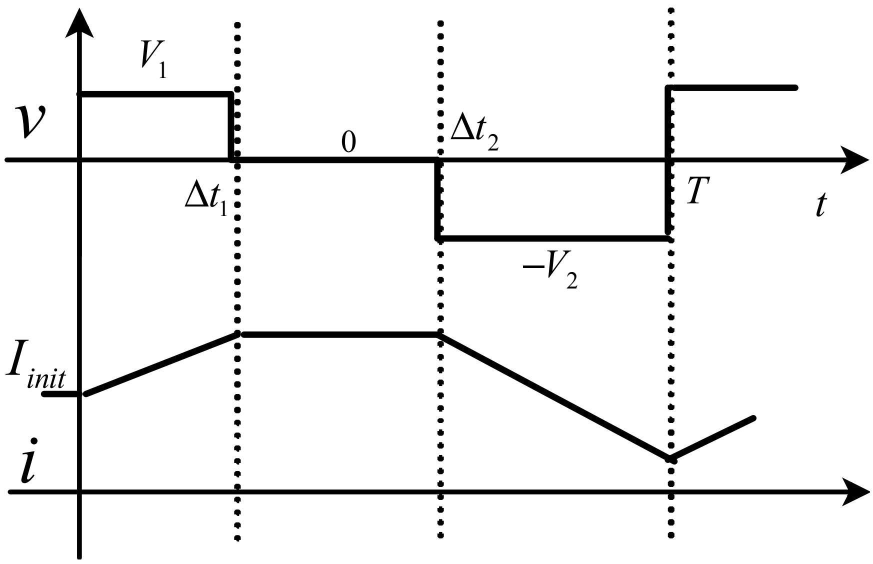


figure I - 6

La puissance absorbée par la capacité est $P = < v.i > = 0$, elle est nulle en moyenne et positive pendant une demi-période puis négative pendant l'autre demi-période. L'énergie emmagasinée dans une bobine de N spires parcourue par le courant i et siège du flux par spire φ est : $W = \int_{-\infty}^{t} u.i.dt = \int_{-\infty}^{t} N.i.d\varphi = \frac{1}{2} i.N\varphi$, soit $W = \frac{1}{2} L.i^2$ pour une bobine seule avec $N.\varphi = L.i$.

L'énergie emmagasinée par deux bobines couplées est $W = \frac{1}{2} i_1.N_1\varphi_1 + \frac{1}{2} i_2.N_2\varphi_2$ avec $N_1.\varphi_1 = L_1.i_1 + M.i_2$ et $N_2.\varphi_2 = L_2.i_2 + M.i_1$ soit $W = \frac{1}{2} L_1.i_1^2 + \frac{1}{2} L_2.i_2^2 + M.i_1.i_2$ (attention l'inductance mutuelle est souvent négative, son signe dépend de la convention choisie pour le sens des courants).

L'énergie est stockée dans le matériau magnétique avec la densité volumique : $\frac{dW}{d\tau} = \frac{B^2}{2.\mu}$ où μ est la perméabilité du matériau magnétique

On ne peut pas connecter une source de courant parfaite aux bornes d'une inductance. Imaginons que l'on connecte une source de courant parfaite non nulle I_0 à une inductance parfaite sans énergie stockée ($i = 0$). La tension lors de la connexion serait alors $v = L\frac{di}{dt} \to \infty$ (le courant passe instantanément de 0 à I_0 lors de la connexion). Pour déterminer la tension réelle il faut tenir compte de la résistance des fils de connexion. Une bobine est une source de courant et on ne peut pas connecter en série deux sources de courant.

Il existe un régime transitoire d'établissement du régime sinusoïdal permanent pendant lequel le courant n'est pas sinusoïdal, comme présenté figure I - 7 où on observe l'évolution de la tension, v et du courant, i pour une inductance de $L = 100\ mH$ soumise à une tension, $e = E\sqrt{2}.\sin(2.\pi.f.t)$, de valeur efficace $E = 220\ V$, de fréquence $f = 50\ Hz$ via une résistance $R = 10\ \Omega$

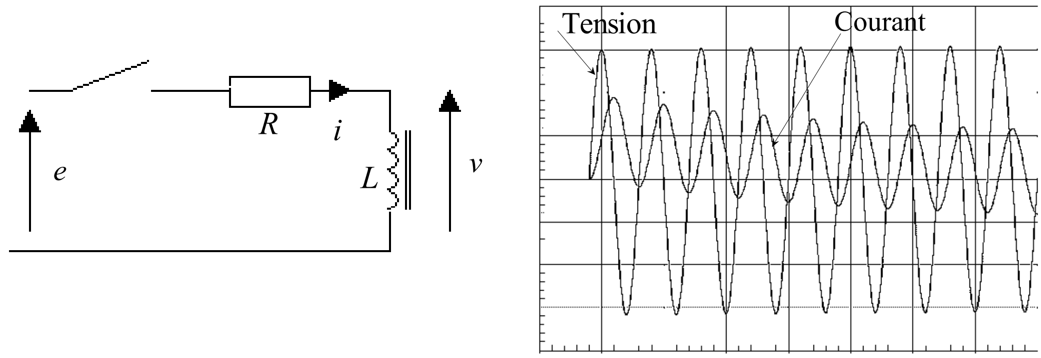


figure I - 7

3. REPRESENTATION GRAPHIQUE DES SYSTEMES

3.1 Convention de représentation

Les systèmes étudiés comportent de nombreux composants en interaction. L'étude de l'évolution des signaux conduit à écrire de nombreuses équations caractérisant chaque élément du système. Pour résoudre il faut disposer d'autant d'équations que de signaux inconnus. La résolution mathématique par substitution est jugée fastidieuse aussi on préfère utiliser une méthode graphique qui montre bien les relations entre les signaux.

L'utilisation de la transformation de Laplace permet de remplacer les équations différentielles par des fonctions de transfert (cf. § 1.2). Ainsi dans le cas des systèmes linéaires les seules relations qui interviennent sont les additions (ou soustractions) et les produits par des fonctions de transfert qui représentent les équations différentielles. Ces opérations sont représentées conventionnellement par les symboles de la figure I - 8. Par analogie avec les circuits électriques les signaux sont symbolisés par des fils orientés c'est à dire par des flèches. Un signal connu est donné par une flèche entrant sur le graphique, un signal inconnu est donné par une flèche sortant du graphique.

Sur la figure I - 8 on désire que y soit issu du schéma et u et v sont deux signaux connus (entrants).

Il suffit de combiner ces schémas en reliant les signaux entrants et sortants de même nom pour établir le schéma complet. Chaque relation représentée graphiquement est nommée bloc et l'ensemble est un schéma-bloc. Ce schéma n'est qu'une manière de représenter des équations en mettant en évidence les liens entre les différents signaux. On montre ceci dans l'exemple donné dans le tableau de la figure I - 9.On cherche à exprimer le signal y à partir du signal y_d, les signaux u et v sont aussi des inconnues internes au système.

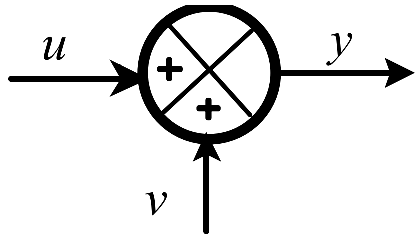
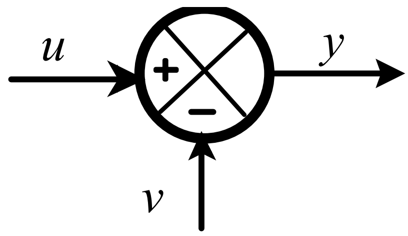
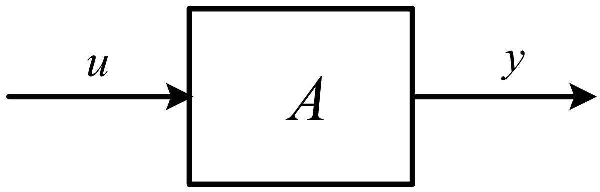
Equation	Schéma représentant l'équation
$y = u + v$	
$y = u - v$	
$y = A.u$	

figure I - 8

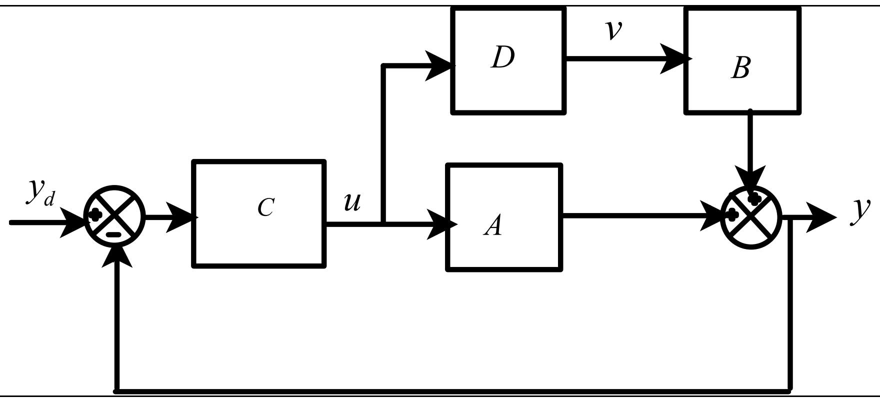
Système d'équations	Représentation
$y = A.u + B.v$ $u = C.(y_d - y)$ $v = D.u$	

figure I - 9

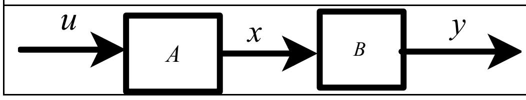
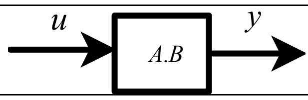
Sur un tel schéma le signal y sera dit "signal de sortie" c'est le signal inconnu que l'on cherche à exprimer. Le signal connu y_d est dit "signal d'entrée".

3.2 Transformation des schémas

Cette représentation graphique a l'intérêt de permettre des modifications qui remplacent efficacement les substitutions d'équations.

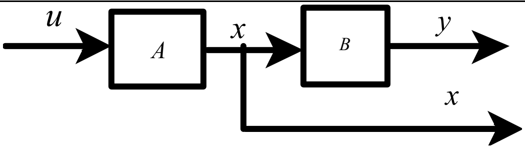
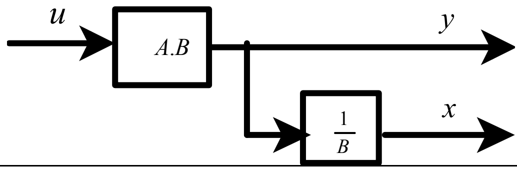
Mise en cascade

Cette transformation permet d'éliminer le signal x du schéma

Equations et schéma initial	Equations et schémas équivalents
$x = A.u$ $y = B.x$	$y = A.B.u$
	

Déplacement d'un "point" (début d'une flèche)

Cette transformation permet de regrouper des éléments sans éliminer le signal intermédiaire (ici x).

Equations et schéma initial	Equations et schémas équivalents
$x = A.u$ $y = B.x$	$y = A.B.u$ $x = \frac{1}{B}y$
	

Inversion de sommateurs

On utilise simplement l'associativité de l'addition. Attention cela fait disparaître du schéma le signal placé entre les deux sommateurs (ici x)

Equations et schéma initial	Equations et schémas équivalents
$\begin{matrix} x = u + v \\ y = x + z \end{matrix} \Leftrightarrow y = (u+v)+z$	$y = (u+z)+v$